筑波大学大学院修士課程

理工学研究科修士論文

ハドロンシャワーの
奥行き方向の揺らぎの研究

中田　有一

平成14年3月

筑波大学大学院修士課程

理工学研究科修士論文

ハドロンシャワーの奥行き方向の揺らぎの研究

中田　有一

主任指導教官　物理学系　金 信弘

概 要

高エネルギーの粒子が物質に入射した時に, 物質との相互作用によって粒子数が指数関数的に増加していく現象をカスケードシャワーと呼ぶ. カスケードシャワーは, 電子・光子が物質との電磁相互作用によって起こす電磁シャワーと, $\pi^{\pm}$ 中間子等のハドロンが起こすハドロンシャワーとに分けられる. 奥行き方向に細かいサンプリングを持つカロリメータに対するビームテストのデータを用いて, カスケードシャワーの奥行き方向の揺らぎについて研究を行った.

シャワーの奥行き方向の揺らぎを利用してシャワーシミュレーションと粒子識別を行い以下の結果を得た.

電磁シャワーのシミュレーションでは, 奥行き方向の揺らぎの相関を含めて元のシャワーを再現することが出来た. また, 電子が入射した場合のカロリメータ応答の平均値, エネルギー分解能とも実験データをほぼ再現することが出来た.

ハドロンシャワーのシミュレーションは, 電磁シャワーと同じ方法ではうまくいかなかった. これはハドロンシャワーが電磁シャワー成分と純ハドロンシャワー成分の 2 成分からなっているためである. そこで, これらを分離してそれぞれを個別に扱うことで, 奥行き方向の揺らぎの相関を含めて元のシャワーをほぼ再現することが出来た. 但し, 純ハドロンシャワー成分の揺らぎの相関を含めることは出来なかった. π^- 中間子が入射した場合のカロリメータ応答では, 応答の平均値, エネルギー分解能とも実験データを再現することが出来た.

電子と π^- 中間子に対する粒子識別では, 一般に行われている方法よりも識別能力が高いことが示せた. さらに, 一般的な方法と組み合わせて用いることにより, より高い識別能力が得られることが分かった.

目 次

図 目 次

表 目 次

第1章　序論

1.1　標準模型

素粒子物理学は宇宙に存在するあらゆる物質の究極の構成要素とその間に働く相互作用を解明することを目的としている. 現在では, 自然が 2 種類のスピン 1/2 の物質粒子, クォークとレプトンから成っており, それらの間にゲージ対称性という対称性があること, さらにその対称性と物質粒子間の相互作用との間に深い関係があることが知られている. ゲージ対称性に対応する群であるゲージ群として, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ をとる量子場の理論が標準模型 (Standard Model) である. 標準模型は, 自然界の 4 つの力のうち重力を除く 3 つ, すなわち, 電磁気力, 弱い力, 強い力の統一的記述に成功し, 現在までの全ての実験結果を説明する. それにも関わらず, 標準模型が未だに「模型」と呼ばれているのは, その全てが実験によって検証されていないためである.

標準模型のうち唯一未発見の粒子[1] がスピン 0 の基本粒子, ヒッグス粒子である. これは, 標準模型の最も重要な部分, すなわち自発的にゲージ対称性を破り質量を作り出す機構を担う. 物質粒子や力を媒介するゲージ粒子の質量は, 真空中に凝縮したヒッグス粒子との相互作用によって生じる. ヒッグス粒子は標準模型最後の未発見粒子というだけでなく, 標準模型を超える物理への鍵となるため, その発見と詳細な性質を求めることは重要である.

また, $< H > =246$ GeV のエネルギースケールにおいて電弱対称性 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ が破れてしまうため, このエネルギーが標準模型の適用限界となる. つまり, 標準模型は電弱相互作用のエネルギースケールまでの実効的な理論であり, 究極的な素粒子理論ではあり得ない. さらに高いエネルギー領域では標準模型は破綻し, 新しい物理が出現することになる. この候補として, ボソンとフェルミオン間の対称性が成り立つとした超対称性 (SUSY) 理論等がある.

1.2　加速器実験

素粒子理論の実証科学としての主要な研究手段は高エネルギー加速器実験である. 粒子を加速して高エネルギー領域に到達させることで, より極微な世界の探求を行うことが出来る. 加速器は陽子等のハドロン粒子を加速するハドロンコライダーと電子等のレプトンを加速するレプトンコライダーに分けられる.

[1] トップクォークも長く未発見のままであったが, 1994 年に米国フェルミ国立加速器研究所 (FNAL) の TEVATRON で発見された.

1.2.1　ハドロンコライダー

ハドロンコライダーの代表例として陽子衝突型円形加速器が挙げられる. 陽子は質量が大きく制動輻射[2]によるエネルギー損失が少ないために, 電子よりもずっと高いエネルギーまで加速することが出来る. しかし, 陽子はクォークやグルーオンを構成粒子とする複合粒子であるため, 構成要素であるクォークやグルーオンの衝突エネルギーが制御出来ず, さらにビームのエネルギーを有効に利用出来ない. また, 素過程の衝突に関係しない粒子も反応粒子として現れるため, 信号に対するバックグラウンドが多いという欠点もある. しかし, 前述した様に比較的容易に高いエネルギーを得られるため, 新粒子や新しい物理現象の発見には適している. 現在, ヨーロッパ原子核共同研究所 (CERN) では, Large Hadron Collider (LHC) と呼ばれる重心系エネルギー 14 TeV, ビーム輝度 $1.0 \times 10^{34}\ \mathrm{cm^{-2}s^{-1}}$ の陽子・陽子衝突型加速器の建設が進められている.

1.2.2　レプトンコライダー

レプトンコライダーで用いられる電子や陽電子は素粒子であるために, ビームのエネルギーが有効に衝突エネルギーとして使われる. さらに, 衝突に関与しない余分な粒子が出てこないため, バックグラウンドの少ない精密な測定が出来るという利点がある. しかし, 電子や陽電子は質量が小さいため, 円形加速器では曲線部で曲げられた時に生じる制動輻射によるエネルギー損失が大きく, 重心系エネルギーで 200 GeV 程度が限界である. その欠点を補うために, 電子と陽電子を直線的に加速する線形加速器が有効となる. 線形加速器では, ダンピングリング以降に曲線部がないため, 制動輻射によるエネルギー損失に制限されず電子と陽電子を非常に高いエネルギーまで加速することが出来る. そのため, 衝突に費やされる有効エネルギーを陽子衝突型加速器 (LHC 等) と同程度に出来る上, 新現象の探索においてはその精密測定が可能となる.

1.3　JLC (Japan Linear Collider)

1.3.1　JLC 計画

1986 年, 高エネルギー加速器研究機構 (KEK) から, 標準模型の完全な検証と標準模型を超える高エネルギー領域の新粒子・新現象の発見・研究を目指す, 電子・陽電子衝突型線形加速器 Japan Linear Collider (JLC) の研究計画が発表された. この線形加速器は 2 つのダンピングリングと全長約 30 km の線形加速管からなり, 衝突点には JLC 検出器が置かれる. JLC 加速器の概観を図 1.1 に示す. 第一期計画 (JLC-I) では, 重心系エネルギー 250 ~ 500 GeV, ビーム輝度 $1.5 \times 10^{34}\ \mathrm{cm^{-2}s^{-1}}$ を目指しており, 実験完了後引き続き TeV 領域へのエネルギー増強をはかる予定である.

[2]第 2.1.2 節参照.

1.3.2 JLC 検出器

第 1.2.2 節で述べた様に, 電子陽電子衝突過程は全重心系エネルギーが反応の素過程に使われるため, 終状態の識別が容易となり, 新粒子探索や精密実験が出来るという特徴がある. これに加え, JLC のエネルギー領域ではジェットのエネルギー集中がますます顕著になり, カロリメータのエネルギー分解能も良くなるため, ファイマン図を見るが如く反応の終状態を基本粒子 (クォーク, レプトン, ゲージボソン) の単位で捉えることが出来る. そのためには, 終状態に生成されるニュートリノを除く全ての粒子を精度良く検出する高性能の検出器が必要である.

上記の目標を達成するために, JLC 検出器の基本性能として以下のことが要求される.

1. $|\cos\theta| < 0.98$ という広い角度領域が測定可能.
2. $W^{\pm}$, Z^0 ボソンがクォークジェットへの崩壊において識別可能.
3. クォークジェット, 特に b クォークや c クォークジェットの識別が可能.
4. 軽いヒッグス粒子の生成過程 $e^+e^- \to Z^0H$ において, Z^0 崩壊からのレプトン対を用いた質量欠損法[3] によるヒッグス質量の分解能がビームエネルギーの拡がり (200 MeV) と同程度.

1 は三体以上の終状態の事象や超対称性粒子の崩壊等に特徴的な横運動量欠損の存在する事象の測定精度を向上させるためのものである. また, 他の粒子を漏らさず測定することにより, ニュートリノの運動量の間接測定を保証する. **2**, **3** は終状態を基本粒子で再構成するために必要な性能で, 特に**3** はヒッグス粒子やトップクォークの再構成において重要となる. **4** は予想されるヒッグスの崩壊幅が数 MeV 程度と狭いため, これを測定するための精度が必要なことによる.

JLC 検出器の概観を図 1.2 に示す. JLC 検出器ではミューオン検出器を除き, カロリメータを含む全ての検出器は超伝導磁石で作られる 2 テスラまたは 3 テスラの磁場中に設置される. これは, カロリメータのエネルギー分解能を上げ, 出来るだけ検出器の不感領域を無くすために必要なことである. 以下では, JLC 検出器を構成する各検出器について簡単に説明する. また, 各検出器のパラメータを表 1.1 にまとめる.

バーテックス検出器 (VTX)

バーテックス検出器は衝突点の周りを同心円状に囲む 4 層のピクセル型結合素子 (CCD) からなる. その役割は, 衝突点の近傍で荷電粒子の飛跡を高精度で測定し, ジェット中の B, D 中間子の 2 次, 3 次崩壊点を見つけ出すことで, そのジェットが b クォークや c クォークから発生したのかを識別 (タグ) することである. JLC の主研究対象であるヒッグス粒子とトップクォークは主に b クォークに崩壊するため, b クォークジェットのタグ効率を上げることは信号とバックグラウンドを分ける際に重要となる. JLC の高いエネルギー領域では, ジェットは強く絞られ粒子の密度が増すため, バーテックス検出器には非常に良い位置分解能と 2 次元の位置情報を得る能力が必要とされる.

[3] 終状態 2 体のうちの一方の運動量とエネルギーからもう一方の質量をエネルギー保存則により計算する方法である.

中央飛跡検出器 (**CDC**)

中央飛跡検出器は小型のジェットセル構造を持つ円形型ドリフトチェンバーからなる. その役割は荷電粒子の飛跡を求め, そこから粒子の運動量を測定することである. 前述の質量欠損法によるヒッグス粒子の質量測定では, 中央飛跡検出器が中心的役割を果たし, 50 GeV に対して 0.4 %という高い運動量分解能が要求される. さらに, 基本粒子の質量分解能を向上させるためには, 粒子の飛跡をカロリメータの情報と対応付けることが出来なくてはならない. このためには, ビーム軸方向 (z) の位置分解能として $\sigma_z \leq 1$ mm が求められる.

カロリメータ (**CAL**)

カロリメータは鉛の吸収層とプラスチックシンチレータの検出層の積層構造からなり, 光子同定部 (PS), 位置検出部 (Si), 電磁カロリメータ部 (EM), ハドロンカロリメータ部 (HAD) から構成される. EM 部は鉛 4 mm・プラスチックシンチレータ 1 mm の組み合わせが 40 層 (29 X_0), HAD 部は鉛 8 mm・プラスチックシンチレータ 2 mm の組み合わせが 120 層 (5.6 λ_I) ある. ここで X_0 は輻射長, λ_I は原子核相互作用長を表す. カロリメータの役割は衝突点からきた粒子のエネルギーを測定することであるが, 詳しい説明は次節で述べる.

ミューオン検出器 (**MU**)

ミューオン検出器は検出器の最も外側に位置し, 6 層のシングルセル・ドリフトチェンバーと 1 層のプラスチックシンチレータからなる. その役割は μ 粒子の同定を行うことである. μ 粒子は多くの場合, 新粒子探索における最も明確な信号であるため, 通過した μ 粒子を確実にヒットさせる様に $|\cos\theta| < 0.99$ の範囲を隙間無く覆っている.

1.3.3 JLC カロリメータに要求される性能

JLC における最も重要な目的の 1 つはヒッグス粒子の発見及びその精密測定である. 図 1.3 に重心系エネルギーの関数として電子・陽電子衝突における全断面積を示す. これによると, JLC のエネルギー領域ではヒッグス粒子は主に $e^+e^- \to Z^0H$ の反応で生成される. この反応は Z^0 ボソンがレプトン対に崩壊するチャンネルにおいて最も容易に検出されるが, このチャンネルへの崩壊比は全体の 7 %しかない. 統計精度の高い測定を行うためには, 70 %の崩壊比を持つ Z^0 ボソンのクォーク対への崩壊を測定すること, すなわちジェットを精度良く測定することが必要となる.

ヒッグス粒子の生成を伴う $e^+e^- \to Z^0H$ の反応において, Z^0 がジェットに崩壊する場合の大きなバックグラウンドとして $W^\pm$ 対生成 $(e^+e^- \to W^+W^-)$ と Z^0 対生成 $(e^+e^- \to Z^0Z^0)$ がある. $W^\pm$ 対生成はバーテックス検出器を用いた b クォークの同定により効率的に除去することが出来るが, Z^0 対生成における $Z^0 \to b\bar{b}$ の崩壊は, 2 ジェット不変質量分布によってのみ $H \to b\bar{b}$ と区別することが出来る. 従って, 2 ジェットの不変質量を高精度で再構成することが不可欠となる.

$W^{\pm}$, Z^0 を不変質量から識別するために, JLC カロリメータにはエネルギー分解能に対して次の要求がある.

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{15\%}{\sqrt{E}} \oplus 1\% \quad (\text{電子, 光子}), \tag{1.1}$$

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{40\%}{\sqrt{E}} \oplus 2\% \quad (\text{ハドロン}). \tag{1.2}$$

ここで E は GeV 単位であり, $\oplus$ は二乗和 $A \oplus B \equiv \sqrt{A^2 + B^2}$ を表す. この高い要求を達成するために, 鉛とプラスチックシンチレータの比を最適化することによって電子とハドロンの応答を等しくする補償型[4] と呼ばれるカロリメータが採用されている.

[4]詳しい説明は第 2.3.3 節で述べる.

Detector	Configuration	Performances	Channels and Data Size
PM (3D Active Pixel)	θ = 11 - 48mrad (r=2-8.5cm) 300μm-thick x 2 layers pixel size=100μm	Under Study	Number of pixels = 8.6M Readout channel = 156ch Data size = 12k bytes/sec
LM (W/Si)	θ = 50-150mrad 43Xo x 16samplings Nr = 32, $N\phi$ = 16	Under Study	Number of pads = 16.4k Readout channel = 128ch Data size = 3.3k bytes/train
AM (W/Si)	θ = 150-200mrad 23Xo x 8samplings Nr = 10, $N\phi$ = 32	Under Study	Number of pads = 5.1k Readout channel = 16 Data size = 5.1k bytes/train
FT	TBD	Unknown	
VTX (CCD)	cosθ < 0.90 pixel size=25μm, thickness=300μm 4 layers at r = 2.4, 3.6, 4.8, 6.0cm	σ = 4.0μm $\delta^2=7^2+(20/p)^2/\sin^3\theta$ [μm] ε_b=50% @ purity=93%	Number of pixels = 320M Readout channel = 5k Data size = 1.4M bytes/train
IT (Si-strip)	cosθ < 0.90 strip width=100μm, thickness=300μm 5 layers at r = 9, 16, 23, 30, 37cm	σ = 40μm Tracking Performance Under Study D	Number of strips = 522k Readout channel = 1.0k ata size = under study
CDC common (Mini-jet)	cosθ < 0.70 (full sample) cosθ < 0.95 (1/5 samples)	σ_z = 1mm 2-track separation = 2mm	200MHz FADC depth = 1k words
2Tesla	r = 45 - 230cm, L = 460cm N_{sample} = 80	σ_x =100μm $\sigma_{Pt}/Pt = 1x10^{-4}Pt + 0.1\%$	Readout channel = 13k Data size = 5.2M bytes/train
3Tesla	r = 45 - 155cm, L = 310cm N_{sample} = 50	σ_x =85μm $\sigma_{Pt}/Pt = 3x10^{-4}Pt + 0.1\%$	Readout channel = 8.1k Data size = 3.3M bytes/train
Trackers Combined		$\sigma_{Pt}/Pt = 1x10^{-4}Pt + 0.1\%$	
CAL common (Pb/Sci)	EM = 27Xo (3sections) HAD = 6.5λo (4sections) $\Delta_{\theta,\phi}$ = 24mrad (EM), 72mrad (HAD)	$\sigma/E=15\%/\sqrt{E}+1\%$ (EM) $\sigma/E=40\%/\sqrt{E}+2\%$ (Had) e/π ID = 1/1000	Number of cells = 144k Readout channel = 5k Data size = 3k bytes/train
2Tesla	cosθ < 0.985 (full thickness) r = 250 - 400 cm, z = +- 290cm		
3Tesla	cosθ < 0.966 (full thickness) r = 160 - 340 cm, z = +- 190cm		
SHmax	scin.strip (1cm-wide) or Si-pad (1cm x 1cm)	$\sigma = 3mm/\sqrt{E}$	Readout channel = 5k Data size = 40k bytes/train
MU (SWDC/RPC/TGC)	cosθ <0.998 6 SuperLayers	σ = 0.5mm Muon ID under study	Readout channel = 10k
Yoke 2Tesla	r = 5.5m - 7.5m, Z = 5.0m - 7.9m		
3Tesla	r = 4.5m - 7.0m, Z = 3.9m - 6.5m		

表 1.1: JLC 検出器を構成する各測定器のパラメータ.

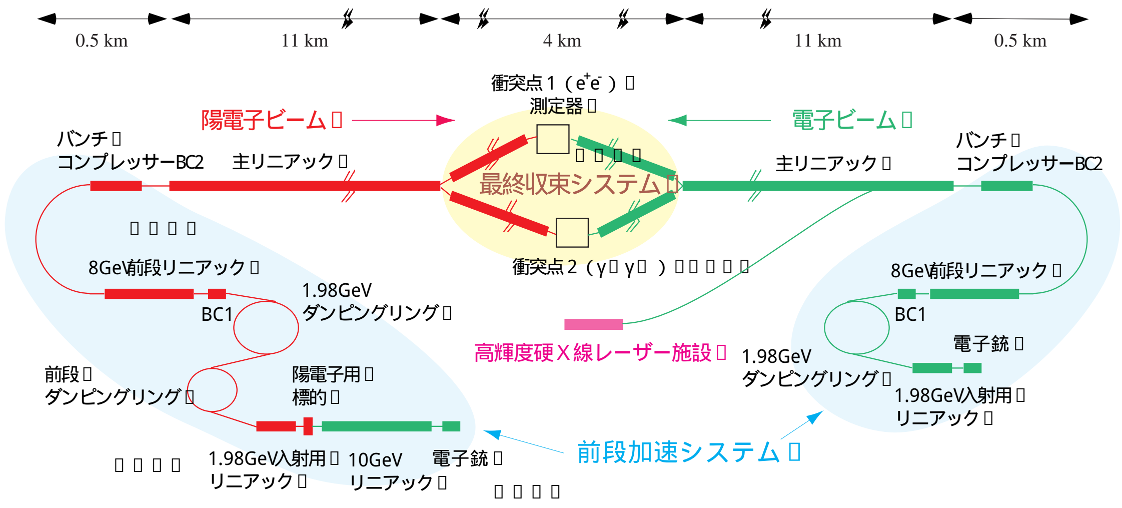


図 1.1: JLC 加速器の概観.

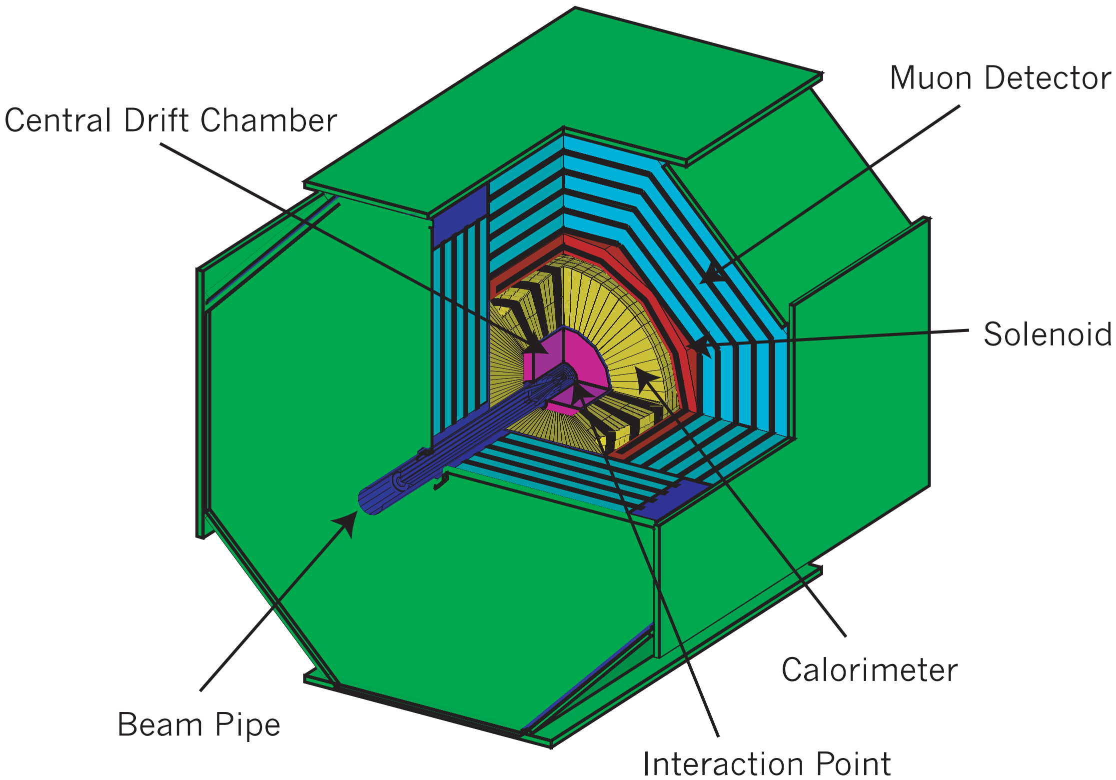


図 1.2: JLC 検出器の概観. ミューオン検出器を除く全ての検出器は超伝導電磁石で作られる磁場中に置かれる.

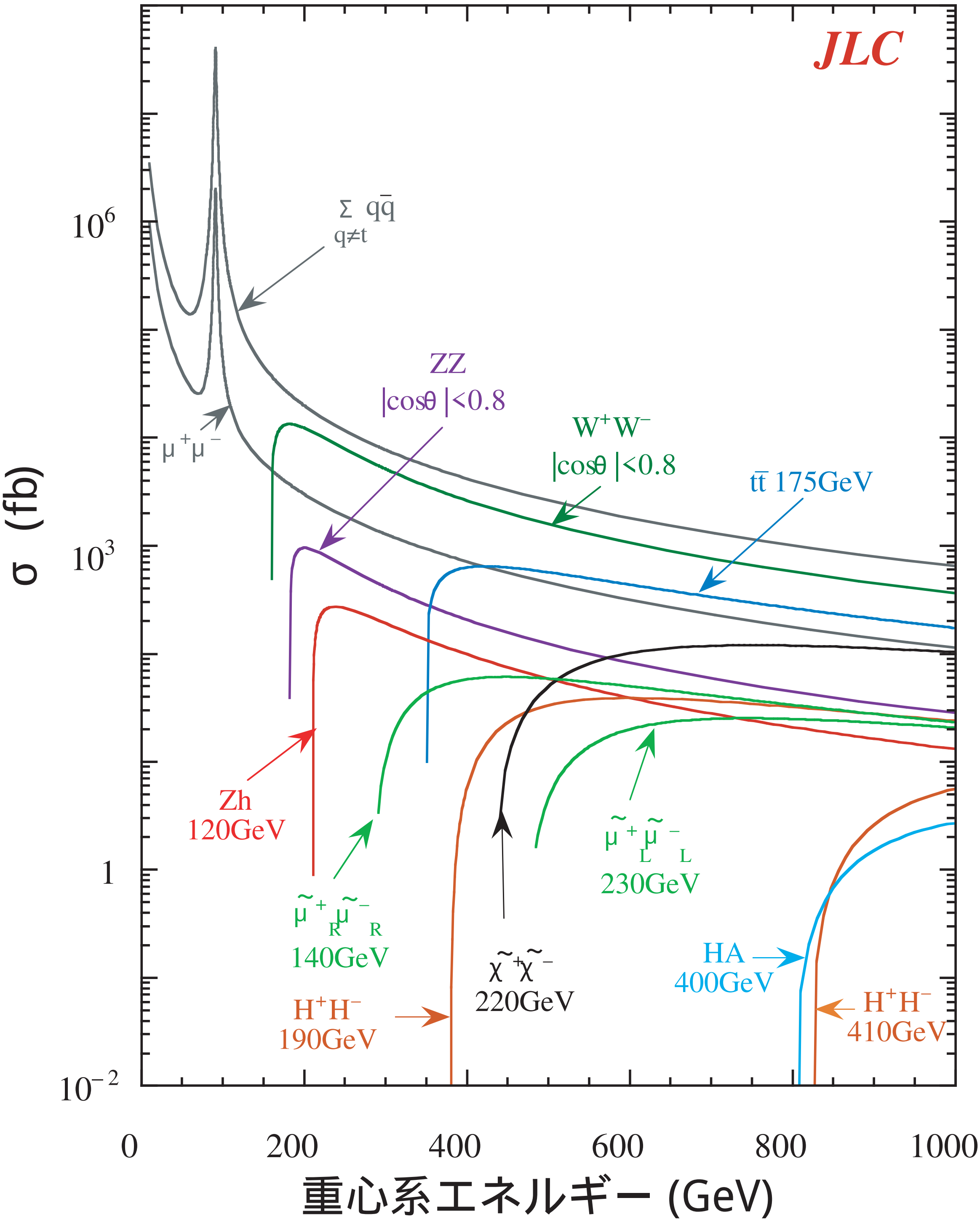


図 1.3: $e^+e^- \to X$ の全反応断面積.

第2章　カスケードシャワーとカロリメータ

2.1　荷電粒子のエネルギー損失

2.1.1　電離損失

高エネルギーの荷電粒子は, 物質中を通過する時に物質中の電子と連続的に衝突を起こし, 原子を励起したり電離したりすることによってエネルギーを失う. これは電離損失 (ionization loss) と呼ばれ, 荷電粒子が物質に落とすエネルギーは次の Bethe-Bloch の式で与えられる.

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_0 r_e^2 m_e c^2 z^2 \frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2}\left(\ln\left(\frac{2m_e c^2\gamma^2\beta^2}{I}\right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2}\right). \tag{2.1}$$

ここで N_0 はアボガドロ数, r_e と m_e はそれぞれ電子の古典半径と静止質量, c は光速度, z は 1.6×10^{-19} C を単位とした入射粒子の電荷, Z と A は物質の原子番号と質量数, $\beta = v/c$ (v は入射粒子の速度), $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, I は実行電離ポテンシャル, δ は物質を構成する原子内の電子による電場の遮蔽効果を表したパラメータである. この式は, 入射粒子の質量には依らないが, その速度 $v = \beta c$ には依る. β の関数として式 (2.1) を見ると, dE/dx は, $\beta = 0.95$ ($\beta\gamma = 3$) 付近で最小となり, $\beta > 0.95$ でもほぼ一定で, わずかに増加するだけである. 従って, $\beta > 0.95$ で入射した荷電粒子は全て, 一定のエネルギーを物質に落とすとみなすことが出来る. このような粒子を最小電離損失粒子 (Minimum Ionizing Particle : MIP 粒子) と呼ぶ.

2.1.2　制動輻射

入射粒子が高いエネルギーを持っていると, 原子核の周りのクーロン場により減速されることによって光子を放出する過程を通じてもエネルギーを放出することが出来る. これは制動輻射 (bremsstrahlung) と呼ばれ, 輻射の確率が入射粒子の質量の 2 乗に反比例するため, 電子の様に質量の小さい粒子の場合は重要な過程となる.

高速の電子が厚さ dx の物質を通過する時の制動輻射による平均的なエネルギー損失は次式で表される.

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_{Brem} = 4\alpha N_0 \frac{Z^2}{A} r_e^2 E \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) = \frac{E}{X_0}. \tag{2.2}$$

ここで α は微細構造定数, X_0 は輻射長 (radiation length) である. 輻射長は, 電子が制動輻射によってエネルギーを失い, そのエネルギーが最初に持っていたエネルギーの $1/e$ にな

る平均の長さであり, 次式で表される.

$$X_0 = 716.4 \times \frac{A}{Z\,(Z+1)\,287\sqrt{Z}} \quad \mathrm{g/cm^2}. \tag{2.3}$$

超相対論的極限では電離損失は無視出来るため, エネルギー損失は輻射長のみで表すことが出来る.

$$\frac{dE}{E} = -\frac{dx}{X_0}. \tag{2.4}$$

従って, 入射エネルギー E_0 の電子が厚さ X を通過した後に持っている平均エネルギーは次式で与えられる.

$$\langle E \rangle = E_0 e^{-\frac{X}{X_0}}. \tag{2.5}$$

一方, 電子の速度が遅いところでは電離損失が支配的であり, 電離損失と制動輻射によるエネルギー損失がちょうど等しくなる様なエネルギーを臨界エネルギー (critical energy) E_c と呼ぶ. これは近似的に次式で与えられる.

$$E_c = \frac{800}{(Z+1.2)} \quad \mathrm{MeV}. \tag{2.6}$$

2.2 カスケードシャワー

物質中を高エネルギーで運動する粒子は, 物質との相互作用により 2 次粒子を生成し, さらにその 2 次粒子群もまた次の 3 次粒子を生成する. この過程は, その粒子が次の粒子を生成出来るエネルギーを下回るまで続き, これによって粒子数は指数関数的に増大する. これは粒子のカスケードシャワー (cascade shower) と呼ばれ, 電子や陽電子, 光子が起こす電磁シャワーとハドロン粒子が起こすハドロンシャワーに分けられる.

2.2.1 電磁シャワー

電子や陽電子, 光子等の電磁粒子が物質に入射した場合, 主に電磁相互作用による電子・陽電子対生成と制動輻射を繰り返すことによって粒子数が増加する. これは, 電磁シャワー (ElectroMagnetic shower : EM shower) と呼ばれる.

例として, 初期エネルギー E_0 を持った電子が入射した場合の電磁シャワーの発達を単純化して考える. 入射電子は物質中で主として制動輻射を通じてエネルギーを失い, $1X_0$ の深さでは, その平均エネルギーは E_0/e に減少する. この時, 平均的に見てエネルギーが, $E_0 - E_0/e$ の光子が放出され, この光子は, $1X_0$ 進む間に 54 %の確率で電子・陽電子対生成を起こす. 一方, 入射電子が十分なエネルギーを持っていれば, 次の $1X_0$ の間に再び制動輻射によって光子を放出する. 従って, この場合 $2X_0$ の深さでは電子 2 個, 陽電子と光子がそれぞれ 1 個ずつの合計 4 個の粒子が存在し, その平均エネルギーは $E_0/4$ となる. この結果から, tX_0 の物質を通過した後では, 平均エネルギー $E_0/2^t$ を持つ粒子が 2^t 個存在すると考えられる. シャワーは粒子のエネルギーが臨界エネルギー E_c になったところで最大となり, その後は電離により急速にエネルギーを失い粒子数は減少していく.

電磁シャワーについては以下の性質が知られている.

- シャワーが最大になった時の粒子数は, 入射粒子の初期エネルギー E_0 に比例する.
- シャワーを構成する全荷電粒子の飛跡長の積分値は E_0 に比例する.
- シャワーが最大になる深さ X_{max} は対数的に増加し,

  $$\frac{X_{max}}{X_0} = \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right) - t, \tag{2.7}$$

  で与えられる. ここで t は入射粒子によって異なり, 電子の場合 1.1, 光子の場合は 0.3 となる.

電磁シャワーの奥行き方向の発達は次式で記述される.

$$\frac{1}{E_0}\left(\frac{dE}{dt}\right) = f \times \ \beta \ \frac{(\beta t)^{\alpha-1} e^{-\beta t}}{\Gamma(\alpha)}. \tag{2.8}$$

ここで t は輻射長 X_0 の単位で測った通過物質の深さ, E は物質中に落としたエネルギー, E_0 は入射粒子のエネルギー, f は規格化定数であり, α, β はシャワーの形を決定するパラメータである.

2.2.2　ハドロンシャワー

$\pi^{\pm}$ 中間子, K 中間子等のハドロン粒子が物質に入射した場合, 物質中の核子との強い相互作用により, π および K 中間子, 陽子または中性子等の 2 次粒子を生成する. 電磁シャワーの場合と同様に, 2 次粒子群も粒子の生成を続けるため粒子数は増加していく. これはハドロンシャワー (hadron shower) と呼ばれ, シャワーは生成ハドロンのエネルギーが小さくなり電離損失で止まるか, 核反応により吸収されるまで続く.

ハドロンシャワー中で π^0 中間子が生成した場合, π^0 中間子は 10^{-16} 秒という寿命で直ちに 2 つの光子に崩壊し, 電磁シャワーに類似のシャワー発達を起こす. 従ってハドロンシャワーには, π^0 中間子に起因する電磁シャワー成分と, それ以外の粒子による純ハドロンシャワー成分の 2 つの成分を持つという特徴がある.

ハドロンシャワーの奥行き方向の発達は, 平均的には式 (2.8) と同じ関数形で表すことが出来る [7, 13]. この時, 通過物質の深さ t には, 原子核相互作用長 (nuclear interaction length : λ_I) という単位が用いられる. しかし, 事象毎に見るとシャワー発達の傾向は全く異なり, その発達を式 (2.8) で表すことは出来ない.

2.3　カロリメータ

カロリメータは前節で述べたカスケードシャワーを利用して, 入射粒子のエネルギーを測定する検出器である. 以下では, サンプリング型[1] と呼ばれるカロリメータの性質について簡単に述べる.

---

[1]この他に, 密度が高く一様な無機結晶シンチレータからなる全吸収型がある. これは, エネルギー分解能に優れているが, 大きな結晶が得られにくい等の理由により主に電磁カロリメータとして使用される.

2.3.1 エネルギー測定原理

サンプリングカロリメータは, 吸収層と検出層を交互に組み合わせた積層構造からなる. 吸収層には, 鉛や鉄等の重い金属が用いられ, 粒子との相互作用によりカスケードシャワーを発生させる. 一方, 検出層にはガスやプラスチックシンチレータ等が用いられ, 通過粒子を検出する. シャワーを構成する粒子は, そのほとんどが MIP 粒子として振る舞うため, 検出層にほぼ一定のエネルギーを落とす. シャワー粒子の数は入射粒子の持っていたエネルギーに比例するため, 粒子数を測定することにより入射粒子のエネルギーを知ることが出来る.

2.3.2 エネルギー分解能

エネルギー E を持った粒子がサンプリングカロリメータに入射した時のエネルギー分解能は次の式で表される.

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma_{stochastic}}{\sqrt{E}} \oplus \sigma_{constant}. \tag{2.9}$$

ここで E は GeV 単位であり, $\oplus$ は二乗和 $A \oplus B = \sqrt{A^2 + B^2}$ を表す. 右辺第一項は統計項 (stochastic term) と呼ばれ, 統計的な揺らぎによる項である. 一方, 右辺第二項は定数項 (constant term) と呼ばれ, 検出器の系統的な誤差による項である. これには, カロリメータ自体の系統誤差や応答の非線形性, エネルギー較正の誤差, シャワーの漏れ等が含まれる.

統計項はさらに以下の様に分けることが出来る.

$$\sigma_{stochastic} = \sigma_{intrinsic} \oplus \sigma_{sample} \oplus \sigma_{photostat}. \tag{2.10}$$

右辺第一項はシャワーの 2 次生成の揺らぎによる項で, 特にハドロンシャワーに対して顕著に現れる. 右辺第二項はサンプリングカロリメータに特有の項で, 検出層を通過する粒子数の揺らぎを表す. この揺らぎは, 吸収層中でエネルギーが E_c を下回り, 次の検出層に到達する前に消えてしまう粒子が存在するために生じる. 従って, 吸収層 1 枚の厚さに依存しており, 薄い程小さくなる. 右辺第三項は読み出しに光電子増倍管を用いた時に現れる項で, 光電子増倍管の光電面から放出される光電子数の揺らぎを表す.

2.3.3 補償型カロリメータ

カロリメータに電子が入射した場合とハドロン粒子が入射した場合を比較すると, 一般に, 測定されるエネルギーはハドロン粒子の方が小さい. これは, ハドロンシャワー中に, 検出しにくい中性子, エネルギーを持ち去ってしまう μ 粒子やニュートリノ等が含まれるためである. また, 第 2.2.2 節で述べた様に, シャワー中で π^0 中間子が生成されると電磁シャワーを起こすが, これは上記のエネルギー損失を起こさない. 従って, π^0 中間子が多く生成された場合にはエネルギーが大きく測定され, 逆に少ない場合は小さく測定される. これは, π^0 中間子の生成数の揺らぎによって測定エネルギーがふらつくことを意味し, ハドロン粒子に対するエネルギー分解能の悪化の要因となる.

上記問題を解消するために, 電磁シャワーとハドロンシャワーの応答を等しくする様に最適化されたカロリメータを補償型カロリメータと呼ぶ. また, 両シャワーに対する応答

の比を補償比と呼び, 以下で定義する.

$$\frac{e}{h} \equiv \frac{\text{電磁シャワーに対する応答}}{\text{純ハドロンシャワーに対する応答}}. \tag{2.11}$$

しかし, 実際には補償比を直接測定することは困難なため, 電子と $\pi^{\pm}$ 中間子の応答の比

$$\frac{e}{\pi} \equiv \frac{\text{電子に対する応答}}{\pi^{\pm}\text{中間子に対する応答}}, \tag{2.12}$$

を測定しそれを用いて補償比を求める. 補償比と e/π 比の間には以下の経験則が成り立つ.

$$\frac{e}{\pi} = \frac{\frac{e}{h}}{1 + (\frac{e}{h} - 1)F_{\pi^0}}. \tag{2.13}$$

ここで F_{π^0} はハドロンシャワー発達の過程で生成された電磁シャワー成分の割合を表す.

$e/h = 1$, 即ち補償型カロリメータを実現するために以下の方法が考えられる.

- 吸収層の厚さを増加させ, 電磁シャワーに対する応答を下げる.
- 検出層に水素を多く含む物質 (プラスチックシンチレータ等) を用いて中性子陽子散乱により陽子を放出させることで, 中性子に対する応答の寄与を増加させる.
- 吸収層に鉛等の原子番号の大きい物質を用いることにより, 核反応を増加させる.

吸収層の厚さに関して, 鉛とプラスチックシンチレータの体積比を変化させた時の補償比を計算で求めた結果を図 2.1 に示す [4]. 鉛とプラスチックシンチレータのサンプリングカロリメータでは, 鉛:プラスチックシンチレータ=4:1 付近で e/h が 1 になり, 補償が実現される.

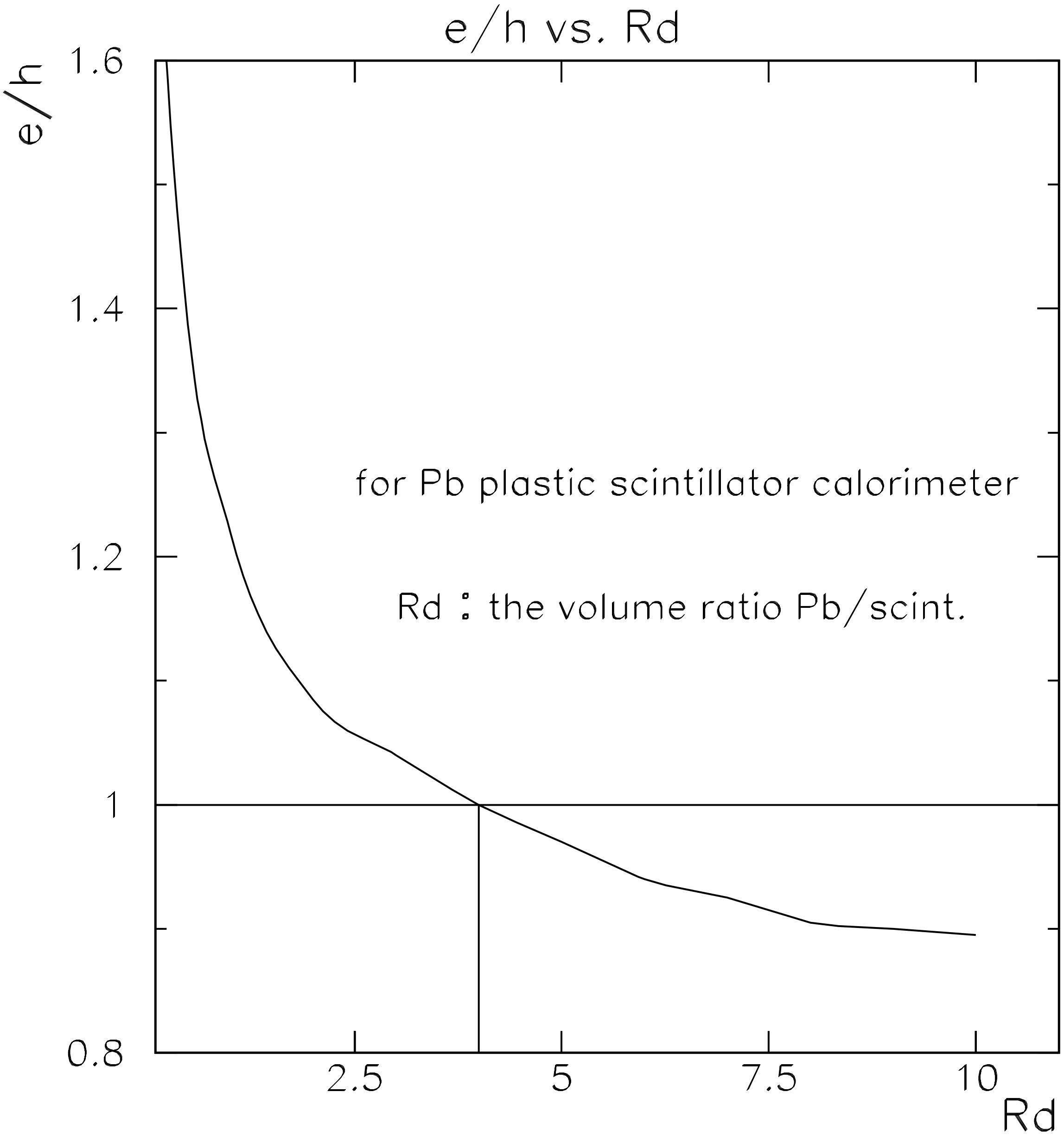


図 2.1: 鉛/プラスチックシンチレータの体積比と補償比の関係.

第3章　ビームテスト

我々JLC カロリメータグループでは, 実際にテストモジュールを製作し, これまでに大きく分けて 4 度のビームテストを行ってきた. これらのビームテストの詳細, 結果については [1, 2, 7, 9, 13] 等に詳しい. 以下では本研究の解析に用いた 1997 年のビームテストについて詳しく述べる.

3.1　目的

ビームテストは, 1997 年 2 月から 3 月に茨城県つくば市の高エネルギー加速器研究機構 (KEK) の 12 GeV 陽子加速器の $\pi 2$ ビームラインで行われた (T405 実験). また, 同年 5 月から 6 月にプラスチックシンチレータの数を 100 枚増やし, 同種の実験を行った (T411 実験). 両実験とも入射粒子は 1 GeV ~ 4 GeV の電子, π^- 中間子, μ^- 粒子である.

このビームテストの最大の目的は, 鉛/プラスチックシンチレータのサンプリングカロリメータの補償点 (補償比が 1 になる体積比) を探り, エネルギー分解能や補償比を正確に測定することにある. そのために, 鉛の厚さを細かく調節できるテストモジュールを製作し, 鉛/プラスチックシンチレータ比を細かく変化させた時のエネルギー分解能や補償比を求めることを試みた.

3.2　カロリメータテストモジュール

3.2.1　構造

ビームテストのために製作したカロリメータテストモジュールは, 1 m $\times$ 1 m の鉛とプラスチックシンチレータを交互に並べたサンプリング型である. その構造を図 3.1 に示す. 前節で述べた様に, 補償点を探るためには鉛/プラスチックシンチレータ比を細かく変えることが必要となる. そこで, 2 本のレールの上に鉛とプラスチックシンチレータを吊り下げ, プラスチックシンチレータは 2 mm 厚に固定し, 鉛の厚さを変えて測定出来る様にした. 鉛板は 4 mm 厚のものをレールに固定し, それとは別に 2 mm 厚のものを用意した. 2 mm 厚のものは 4 mm 厚の鉛板にネジ止め出来る様になっているため, 鉛の厚さを 2 mm 刻みで変えることが出来る.

3.2.2　信号読み出し系 (タイル/ファイバーシステム)

テストモジュールでは, プラスチックシンチレータから発生した光を読み出すために, タイル/ファイバーシステムと呼ばれる方式を採用している. その構造を図 3.2 に示す. 1 m

$\times$ 1 m のプラスチックシンチレータに, 20 cm 間隔で 6 本の平行な溝を掘りそこに直径 1 mm の波長変換ファイバーを挿入してある. 波長変換ファイバーの両端にはクリアファイバーが接続されており, 6 本のファイバーは左右それぞれコネクターによって 1 つにまとめられている. プラスチックシンチレータの側面にはホワイトペイントを塗り, 両面を厚さ 100 μm のペットフィルムで覆ってある. これらは, 境界面で光子を反射し, ファイバーに吸収される光量を増加させる役割を果たす.

次に, 信号読み出しの流れを簡単に述べる. 荷電粒子がプラスチックシンチレーターを通過する時に放出されるシンチレーション光は, プラスチックシンチレーター内で反射を繰り返す. そのうちに, 一部の光子はプラスチックシンチレーターに挿入された波長変換ファイバーに吸収される. 吸収された光子はより長い波長に変換されて再放出され, クリアファイバーを通して光電子増倍管で読み出される. 変換される波長は, 光電子増倍管の量子効率が最も高い波長に合わせてあるため, 最初に放出された光を効率的に読み出すことが出来る. 読み出しは, プラスチックシンチレーター 5 枚をまとめて左右それぞれ 1 本ずつの光電子増倍管で行っている. 以下では, 鉛/プラスチックシンチレータの組み合わせ 5 層をスーパーレイヤーと呼ぶことにする.

3.3 ビームラインの構成

T411 実験におけるビームラインセットアップの様子を図 3.3 に示す. ビームライン上に 4 層のトリガーカウンター (S1 ~ S4), 2 層のチェレンコフカウンター (C1, C2), 6 層のドリフトチェンバー, カロリメータテストモジュール, バックアップカロリメータ, 2 層のミューオンカウンター (M1, M2) が設置されている. ここでチェレンコフカウンターは, 4 GeV の電子に対して信号が出るようにガスの圧力を設定してある. また, バックアップカロリメータは主にシャワーの後方への漏れを補うために設置してあるが, 本研究の解析ではこのデータは使用していない.

各粒子に対して以下のトリガー条件を課してデータの取得を行った.

$$
\begin{array}{rl}
\pi^- \text{ 中間子} & \mathrm{S1} \cap \mathrm{S2} \cap \mathrm{S3} \cap \mathrm{S4} \\
\text{電子} & \mathrm{S1} \cap \mathrm{S2} \cap \mathrm{S3} \cap \mathrm{S4} \cap \mathrm{C1} \cap \mathrm{C2} \\
\mu^- \text{ 粒子} & \mathrm{S1} \cap \mathrm{S2} \cap \mathrm{S3} \cap \mathrm{S4} \cap \mathrm{M1} \cap \mathrm{M2}
\end{array}
$$

ここで μ^- 粒子は, シャワーを起こさずにカロリメータテストモジュールを通過するため, ビームラインの最も下流にあるミューオンカウンターに信号があることを要求している. 但し, 1 GeV の μ^- 粒子はエネルギーが低いため, 多くの場合カロリメータテストモジュールを貫通出来ずに途中で停止してしまう. 従って, 1 GeV の μ^- 粒子と π^- 中間子を選別することは困難となる. このため, 第 4 章以降の解析における 1 GeV の π^- 中間子に関する結果は参考結果とする. 事象選別については [7] に詳しい.

3.4 結果

実験では, プラスチックシンチレータの厚さを 2 mm に固定し, 鉛の厚さを 4 mm から 16 mm まで 2 mm 刻みで変化させてそれぞれについてエネルギー分解能と補償比を求め

た. この解析については [7] に詳しいので, ここではその結果のみを図 3.4 (エネルギー分解能), 図 3.5 (補償比) に示す.

エネルギー分解能は鉛の厚さが 4 mm の時が最も良く, 厚さが増すに従って悪化していくという結果が得られた. これは, 第 2.3.2 節で述べた様に, サンプリングが細かいほど, 式 (2.10) の第 2 項が小さくなりエネルギー分解能が良くなるためである. また, 補償比はプラスチックシンチレータ 2 mm の場合, 鉛の厚さが 9.1 ± 0.3 mm の時に e/π が 1 になるという結果が得られた. この結果は, 図 2.1 で示した計算結果と矛盾しない.

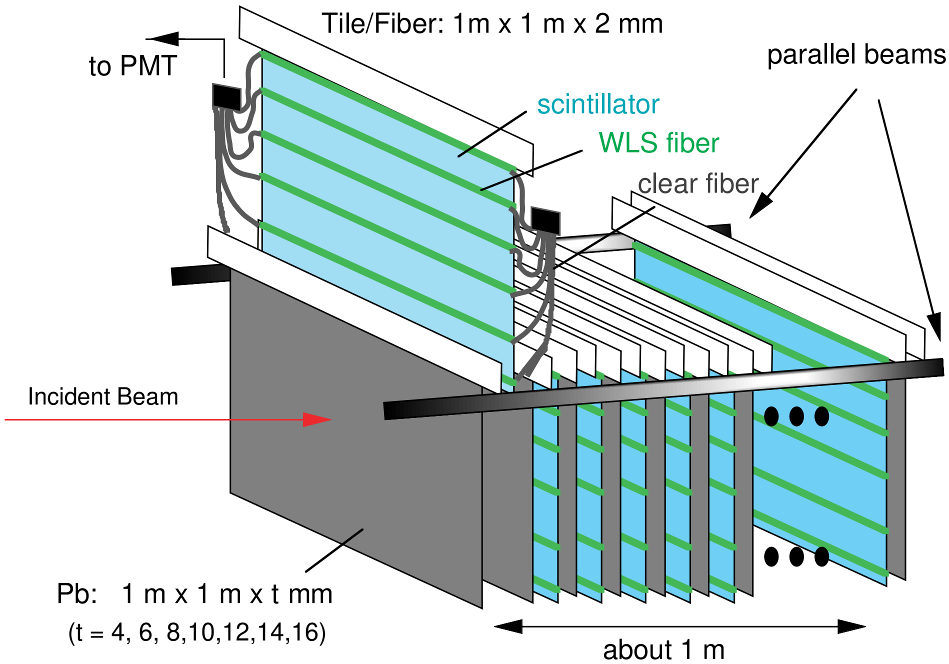


図 3.1: カロリメータテストモジュールの構造. 鉛/プラスチックシンチレータのサンプリング型で, 1 m × 1 m の鉛板, プラスチックシンチレータ板をビームに平行な 2 本のレールに吊り下げてある.

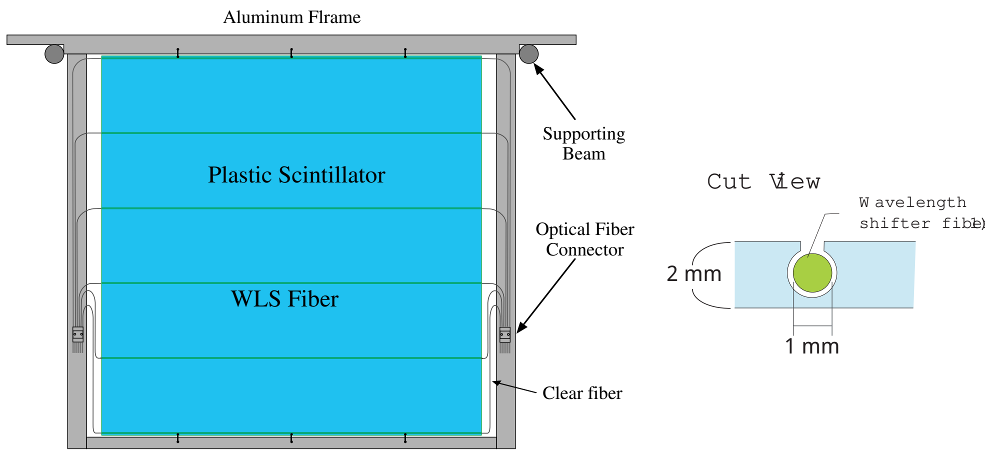


図 3.2: タイル/ファイバーシステムの構造. 左) 全体図, 右) プラスチックシンチレータの断面図. プラスチックシンチレータに掘られた 6 本の平行な溝に波長変換ファイバーが挿入されており, 左右両側から読み出す.

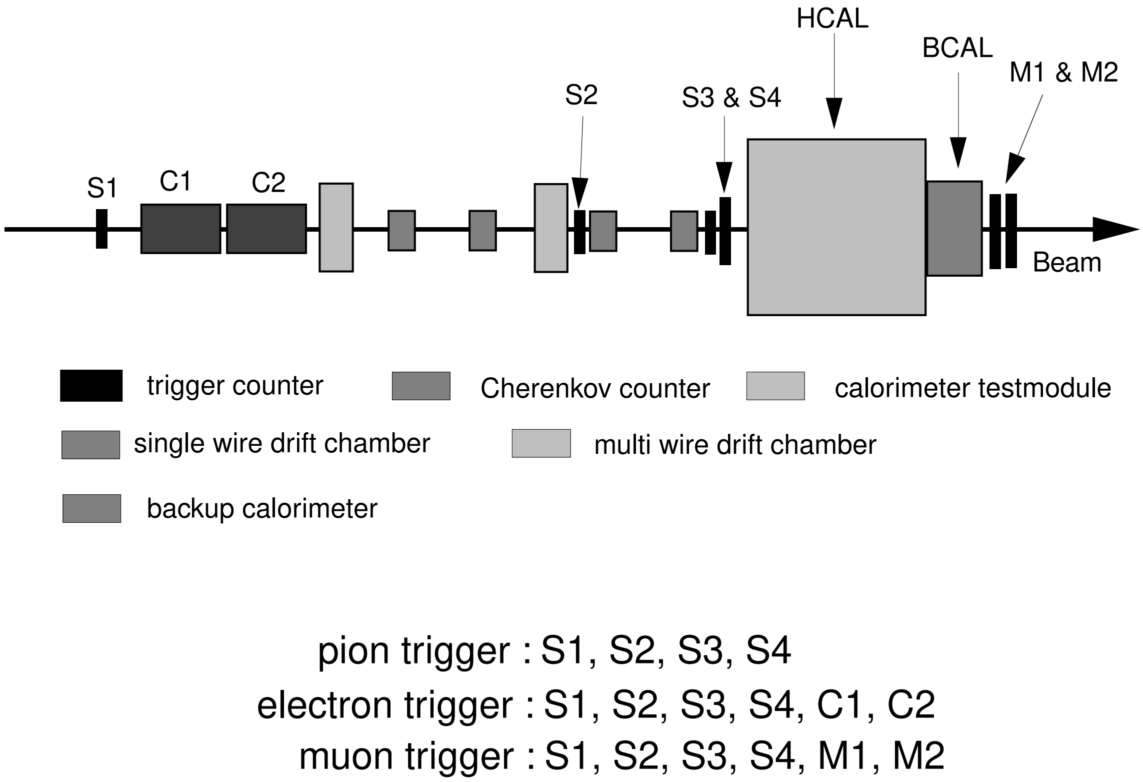


図 3.3: T411 実験のビームラインセットアップ.

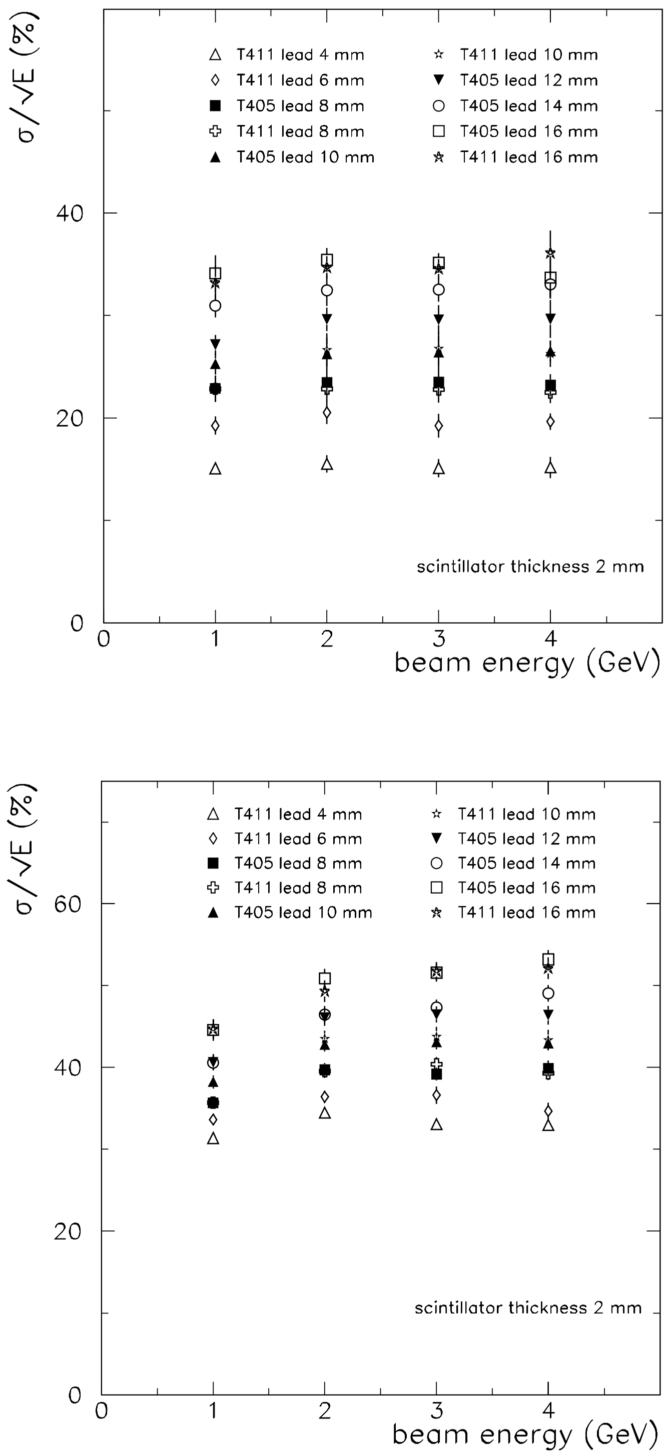


図 3.4: 鉛の厚さとエネルギー分解能の関係. 上) 電子, 下) π^-中間子. 鉛の厚さが薄いほど良いエネルギー分解能が得られている.

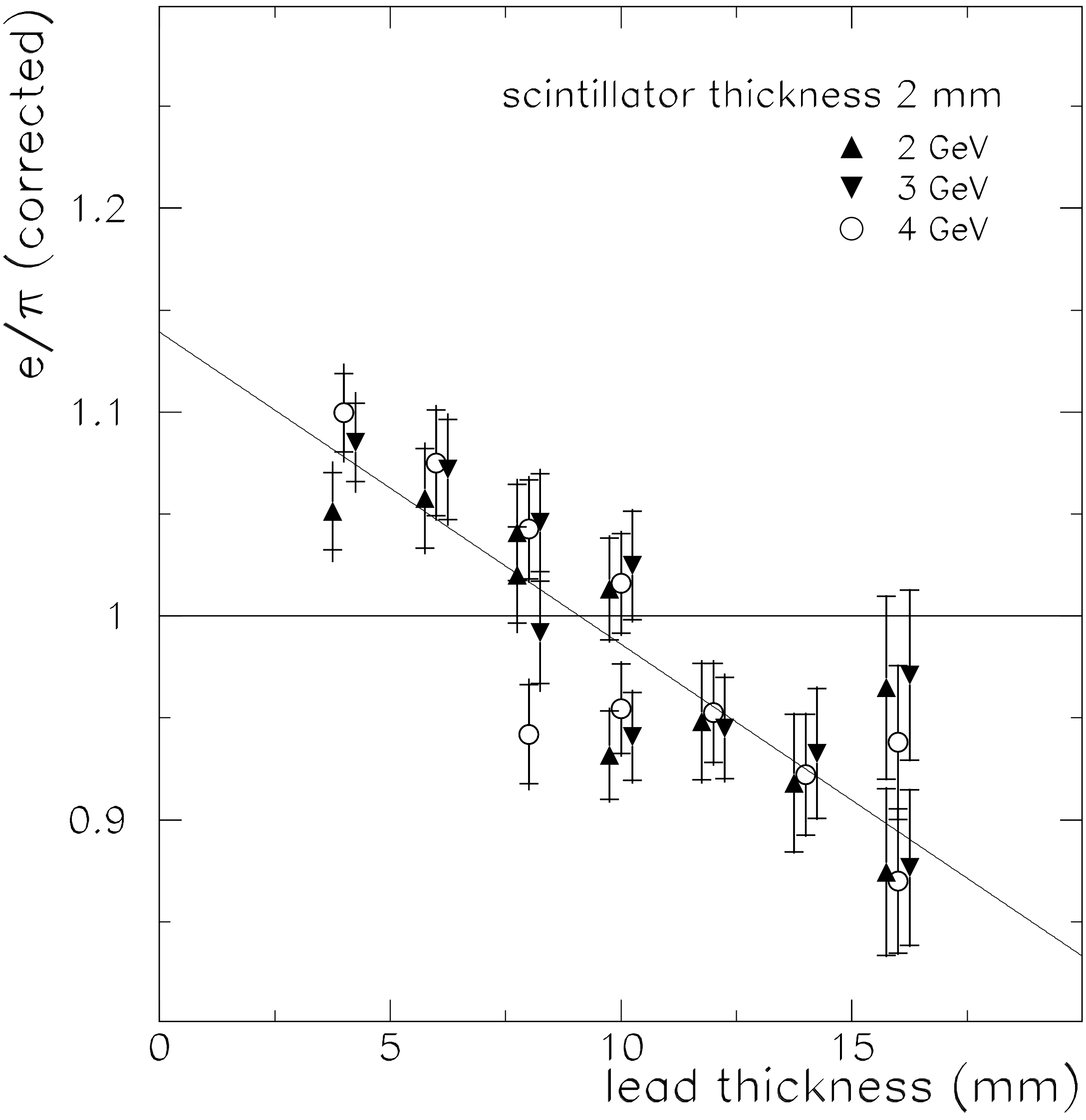


図 3.5: 2 mm 厚のプラスチックシンチレータに対して鉛の厚さを変化させた時の e/π 比. 鉛の厚さが 9.1 ± 0.3 mm の時に e/π が 1 となる.

第4章　シャワーの奥行き方向の揺らぎの解析 (成分を分離しない場合)

4.1　目的

第3章で述べたビームテストに用いたカロリメータテストモジュールは奥行き方向に対して細かいサンプリングを持っているという特徴がある．この様に細かいカロリメータを用いたハドロンシャワーの測定は過去にないものである．そこで, 奥行き方向に対して最も細かい, 鉛 4 mm・プラスチックシンンチレータ 2 mm のデータを用いてシャワーの奥行き方向の揺らぎの解析を試みる．ここで, 使用データは補償比 4 : 1 を満たしていないが, 本解析ではサンプリングが細かいことが重要なためこれを用いることにした．この場合, 奥行き方向に対して読み出しは 42 スーパーレイヤー (鉛/シンチレータ板が 210 組) あり, カロリメータテストモジュール全体の厚さは 4.9 λ_I である[1].

4.2　奥行き方向のシャワーの揺らぎ

入射運動量 4 GeV/c の電子事象, π^- 中間子事象に対する奥行き方向のシャワー発達の様子 (シャワーカーブ) を, その平均と典型的な数事象について図 4.1 に示す．電子事象では事象毎のシャワーカーブは平均的なシャワーカーブに近い形をしているのに対し, π^- 中間子事象では大きく異なっている．これは, 通常は数 MIPs 程度のエネルギーを落とし, 電磁シャワー成分となる π^0 中間子が放出された時にはスパイク状の大きなエネルギーを落とすというハドロンシャワーの特徴に起因している．

事象 k の深さ i でのシャワー粒子数の平均からの差 (揺らぎ) を次の様に定義する．

$$\delta_i^{(k)} \equiv p_i^{(k)} - \bar{p}_i. \tag{4.1}$$

ここで $p_i^{(k)}$ は事象 k の i 番目のスーパーレイヤーでの波高値, $\bar{p}_i$ は i 番目のスーパーレイヤーでの平均波高値である．入射運動量 4 GeV/c の電子事象, π^- 中間子事象に対する δ_i の分布を図 4.2, 図 4.3 に示す．電子事象では, シャワーが最大になる位置 (スーパーレイヤー 2) の近くでは分布はガウス分布となり, そこから遠くなるにつれて高エネルギー側にテールが増える傾向が見られる．一方, π^- 中間子事象ではどのスーパーレイヤーでもガウス分布にはならず, 低エネルギー側の鋭いピークと高エネルギー側のテールという 2 つが重なった様な分布になる．これらはそれぞれ純ハドロンシャワー成分と電磁シャワー成分に対応する．

[1] 鉛の原子核相互作用長は約 194 g/cm^2 (17.09 cm) である．

4.3 揺らぎの相関

奥行き方向のシャワー発達において, 任意の 2 つの深さでの揺らぎは独立ではないことが知られている. これを確かめるために, 入射運動量 4 GeV/c の電子事象, π^- 中間子事象について, ある 2 つの深さでの揺らぎの相関分布を図 4.4 に示す. 電子事象の分布は楕円形に近い形をしているが, その分布の軸が座標軸と平行ではないことから, これら 2 つのスーパーレイヤー間に相関があることを示している. 一方, π^- 中間子事象の分布は電子事象とは大きく異なっている. これはハドロンシャワーが 2 成分からなるためであり, 図中, 第 3 象限の事象が多い部分は純ハドロンシャワー成分同士の相関を, 第 1 象限は電磁シャワー成分同士の相関をそれぞれ示している. ここで, 左下図 (δ_3 vs δ_4) の近いスーパーレイヤー間では第 1 象限に事象が見られるが, 右下図 (δ_2 vs δ_9) ではそれがほとんど見られない. このことから, 電磁シャワー成分の相関は近いスーパーレイヤー間にのみ存在することが分かる.

各スーパーレイヤーでの揺らぎを用いて揺らぎの相関を表す行列である Covariance Matrix C を次の様に定義する.

$$C_{ij} \equiv \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\delta_i^{(k)}\delta_j^{(k)}. \tag{4.2}$$

ここで C_{ij} は行列 C の (i, j) 成分, N は全事象数である. 対角成分 C_{ii} はスーパーレイヤー i での揺らぎの大きさそのものを表し, 非対角成分 C_{ij} はスーパーレイヤー i と j の間での相関の大きさを表している. 従って, 行列 C が対角行列であれば奥行き方向の揺らぎは独立であり, 逆に非対角行列であれば揺らぎに相関があることを意味する. 入射運動量 4 GeV/c の電子事象, π^- 中間子事象に対する行列 C を図 4.5, 図 4.6 に示す. どちらも C は非対角行列となり, 各スーパーレイヤー間に相関があることが確認出来る. 相関は近いスーパーレイヤー間では正の相関, 遠いスーパーレイヤー間では負の相関となっている.

4.4 揺らぎの確率分布関数

第 4.2 節で定義した揺らぎ δ_i の分布がガウス分布であると仮定し, δ_i を要素に持つ $\vec{\delta}$ の確率分布関数を次の様に定義する.

$$F(\vec{\delta}) \equiv K\exp(-\vec{\delta}^{\,T}A\vec{\delta}). \tag{4.3}$$

ここで

$$\vec{\delta} = \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \end{pmatrix}, \tag{4.4}$$

K は規格化定数, A は $n \times n$ 対称行列である. n は奥行き方向の読み出しの数を表し, 解析データでは 42 となる. 行列 A はスーパーレイヤー間の相関を考慮して導入したもので, 前節で定義した Covariance Matrix C と次の関係にある [8, 12].

$$A = \frac{1}{2}C^{-1}. \tag{4.5}$$

従って, 行列 C から行列 A を得ることが出来る.

4.5 独立なパラメータへの変換

第 4.3 節で, 各スーパーレイヤーの揺らぎに相関があることを確認したが, シャワー発達の様子を理解する際には, シャワーを記述するパラメータが互いに独立であった方が容易である. そこで前節で導入した行列 A を対角化することによって, 揺らぎ $\vec{\delta}$ を互いに相関の無いパラメータに変換する. ここで行列 A は対称行列であるから, 直交行列 T を用いて対角化することが出来る.

$$\begin{aligned} \vec{\delta}^{\,T} A \vec{\delta} &= \vec{\delta}^{\,T} T^T (T A T^T) T \vec{\delta} \\ &= \vec{\tilde{\delta}}^{\,T} D \vec{\tilde{\delta}} \\ &= \sum_{i=1}^{n} d_i \tilde{\delta}_i^{\,2}. \end{aligned} \tag{4.6}$$

最初の等号で対角化行列 T が直交行列 $(T^{-1} = T^T)$ であることを用いている. ここで,

$$\vec{\tilde{\delta}} \equiv T \vec{\delta}, \tag{4.7}$$

$$D \equiv T A T^T \equiv \begin{pmatrix} d_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & d_n \end{pmatrix}, \tag{4.8}$$

$$T = \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vdots \\ \vec{x}_n \end{pmatrix}, \tag{4.9}$$

である. このとき, d_i は行列 A の固有値, $\vec{x}_i$ はそれに対応する固有ベクトルを表す. 式 (4.5) の関係より, 行列 T は行列 A の対角化行列であるのと同時に, 行列 C の対角化行列でもある. 従って, 行列 C は行列 A と同じ固有ベクトル $\vec{x}_i$ を持ち, それに対応する固有値は

$$\lambda_i = \frac{1}{2d_i}, \tag{4.10}$$

となる.

入射運動量 $4\ \mathrm{GeV}/c$ の電子事象, π^- 中間子事象に対して行列の対角化を行った. 行列 C の固有値と固有ベクトルを図 4.7, 図 4.8 に示す. 固有値は $\lambda_1 > \lambda_2 > \ldots > \lambda_n$ の様に, 値の大きいものから小さいものへ番号が付けてある. π^- 中間子事象では, 固有値が小さくなるほど対応する固有ベクトルの波の節 (縦軸$=0$ と交わる点) 数が増えていく傾向が見られた.

さらに, 対角化行列 T を用いて, 相関を持ったパラメータ $\vec{\delta}$ から相関の無いパラメータ $\vec{\tilde{\delta}}$ へ変換を行った. 変換後のパラメータの分布を図 4.9, 図 4.10 に示し, 変換前と変換後の各パラメータに対する 2 つの深さ間での相関分布を図 4.11, 図 4.12 に示す. 電子事象では, 変換前は分布の軸が座標軸と一致していなかったが変換後は一致し, 互いに相関の無いパラメータに変換出来た. 一方, π^- 中間子事象では, 変換後の分布においても事象の多い部分 (図中の濃い部分) があり, 相関が残ってしまった.

π^- 中間子事象がうまくいかない理由として以下のことが考えられる. 前節で揺らぎの分布関数としてガウス分布を仮定した. 従って, 本章の解析方法では揺らぎの分布がガウ

ス分布になる場合にしか適応出来ない. しかし, 図 4.3 から分かる様に π^- 中間子の揺らぎの分布はガウス分布にはなっていない. そのため, パラメータ変換を行った後も相関が残ってしまったと考えられる. 第 4.3 節でも多少述べたが, 分布がガウス分布にならないのはハドロンシャワーが電磁シャワー成分と純ハドロンシャワー成分の 2 つの成分を持つためである. 従って, π^- 中間子の揺らぎを扱う際にはこれらの成分を分離する必要がある. この解析は第 5 章で行う.

4.6　シャワーシミュレーション

前節のパラメータ変換により, 電子事象に対して互いに相関のない独立なパラメータ $\vec{\tilde{\delta}}$ を得た. そこで, $\tilde{\delta}_i$ 分布に従う一様乱数を生成し, 式 (4.7) の逆変換

$$\vec{\delta}^{sim} = T^{-1}\vec{\tilde{\delta}}, \tag{4.11}$$

をすることでシャワーシミュレーションを行った.

入射運動量 4 GeV/c の電子事象, π^- 中間子事象に対する揺らぎの相関分布のシミュレーション結果を図 4.13, 図 4.14 に示す. 前節で述べた様に, π^- 中間子事象では揺らぎの分布がガウス分布にならないために実験データを再現出来なかった. しかし, 電子事象では揺らぎの相関の様子を良く再現することが出来た.

揺らぎの相関を再現出来た電子事象については, さらにカロリメータ応答のシミュレーションを行った. 揺らぎは平均波高値からのずれなので, 各スーパーレイヤーの平均波高値 ($\bar{p}_i$) を加えることによって, そのスーパーレイヤーでの波高値をシミュレーション出来る.

$$p_i^{sim} = \delta_i^{sim} + \bar{p}_i \tag{4.12}$$

幾つかのスーパーレイヤーに対するシミュレーション結果を図 4.15 に示す. スーパーレイヤー 5 の分布は実験データの分布がガウス分布からずれているために完全には再現出来ていないが, 前方のスーパーレイヤーでは良く再現していることが分かる. また, 各スーパーレイヤーでの平均波高値の比較を図 4.16 に示すが, これも実験データの形を良く再現することが出来た. 全てのスーパーレイヤーでの応答を足し合わせたカロリメータ応答のシミュレーション結果を図 4.17 に示し, 応答の平均値とエネルギー分解能を表 4.1 にまとめる. 2 GeV と 4 GeV でシミュレーションのエネルギー分解能がわずかに良い (分布の幅が狭い) が, 実験データをほぼ再現することが出来た.

入射運動量 (GeV/c)		1	2	3	4
応答の平均値 (MIPs)	Dat	22.73 ± 0.10	46.36 ± 0.14	70.47 ± 0.15	94.05 ± 0.20
	Sim	22.87 ± 0.07	45.92 ± 0.13	70.66 ± 0.15	93.72 ± 0.18
エネルギー分解能 (%)	Dat	15.35 ± 0.32	10.92 ± 0.23	8.80 ± 0.18	7.81 ± 0.16
	Sim	14.90 ± 0.30	10.00 ± 0.20	9.02 ± 0.19	7.28 ± 0.14

表 4.1: 電子に対するカロリメータ応答の平均値とエネルギー分解能のシミュレーション結果. Dat は実験データ, Sim はシミュレーションを表す.

4.7 粒子識別

第 4.2 節で述べた様に, 電磁シャワーとハドロンシャワーでは事象毎のシャワーの揺らぎは大きく異なる．従って, 電子事象と π^- 中間子事象に対する $\tilde{\delta}_i$ 分布も入射粒子毎に異なるはずである．このことを利用し, 図 4.9, 図 4.10 に示した $\tilde{\delta}_i$ 分布を用いて電子と π^- 中間子の粒子識別を行う.

4.7.1 $-$ log likelihood の定義

e/π 識別を行うために, 電子に対する $-\log$ likelihood L_e を以下の手順で定義する.

ある事象 k の深さ i でのシャワー粒子数の各粒子トリガー事象の平均からの差を次の様に表す.

$$
\begin{aligned}
{}^{e}\delta_i^{(k)} &= p_i^{(k)} - {}^{e}\bar{p}_i, & (4.13)\\
{}^{\pi}\delta_i^{(k)} &= p_i^{(k)} - {}^{\pi}\bar{p}_i. & (4.14)
\end{aligned}
$$

ここで ${}^{e}\bar{p}_i$, ${}^{\pi}\bar{p}_i$ はそれぞれ電子トリガー事象, π^- 中間子トリガー事象に対する深さ i での平均波高値である．各揺らぎに対して第 4.5 節の方法でパラメータ変換を行う.

$$
\begin{aligned}
{}^{e}\vec{\tilde{\delta}}^{(k)} &= {}^{e}T\ {}^{e}\vec{\delta}^{(k)}, & (4.15)\\
{}^{\pi}\vec{\tilde{\delta}}^{(k)} &= {}^{\pi}T\ {}^{\pi}\vec{\delta}^{(k)}. & (4.16)
\end{aligned}
$$

ここで ${}^{e}T$, ${}^{\pi}T$ はそれぞれ電子トリガー事象, π^- 中間子トリガー事象に対する対角化行列である．得られた ${}^{e}\tilde{\delta}_i{}^{(k)}$, ${}^{\pi}\tilde{\delta}_i{}^{(k)}$ を各粒子に対する $\tilde{\delta}_i$ 分布と比較することにより次の値を求める.

$$
\begin{aligned}
{}^{e}P_i^{(k)} &\equiv \frac{{}^{e}\tilde{\delta}_i\text{分布において}{}^{e}\tilde{\delta}_i{}^{(k)}\text{の値を含むビンの面積}}{{}^{e}\tilde{\delta}_i\text{分布の全面積}}, & (4.17)\\
{}^{\pi}P_i^{(k)} &\equiv \frac{{}^{\pi}\tilde{\delta}_i\text{分布において}{}^{\pi}\tilde{\delta}_i{}^{(k)}\text{の値を含むビンの面積}}{{}^{\pi}\tilde{\delta}_i\text{分布の全面積}}. & (4.18)
\end{aligned}
$$

${}^{e}\tilde{\delta}_i$ 分布, ${}^{\pi}\tilde{\delta}_i$ 分布はそれぞれ電子トリガー事象, π^- 中間子事象の確率密度関数に相当するため, ${}^{e}P_i^{(k)}$, ${}^{\pi}P_i^{(k)}$ はモード i における事象 k の “電子らしさ”,“π^- 中間子らしさ” を表す量となる．これを用いてモード i での電子に対する $-\log$ likelihood l_i を次の様に定義する.

$$
l_i^{(k)} \equiv -2 \times (\ln\ {}^{e}P_i^{(k)} - \ln\ {}^{\pi}P_i^{(k)}) \tag{4.19}
$$

但し, ${}^{e}P_i^{(k)}$ または ${}^{\pi}P_i^{(k)}$ がゼロの事象については, 式 (4.17) または式 (4.18) の分子に非常に小さな値 (10^{-3}) を与えている．さらに, 複数のモードからの情報を加えて, 最終的に電子に対する $-\log$ likelihood L_e を次の様に定義する.

$$
L_e^{(k)}(m) \equiv \sum_{i=1}^{m} l_i^{(k)} \tag{4.20}
$$

ここで m をモード数と呼び, 幾つの $\tilde{\delta}_i$ 分布を用いて L_e を求めたかを表す．定義より, L_e が小さい方が電子らしく, 逆に L_e が大きいと π^- 中間子らしいということが言える.

4.7.2 e/π 識別

likelihood 分布を用いて e/π 識別を行うにあたり, 識別の度合いを示す値が必要となる. そこで, π^-中間子 トリガーの全事象のうち電子トリガー事象の分布領域に含まれる事象の割合を π 中間子除去能力 (π rejection power) として導入する. つまりこの値が小さいほど識別能力が高いことを意味する. また, 電子トリガー事象の分布領域として, 電子トリガー事象の全事象の x %の事象が含まれる領域であることを electron efficiency x %と呼ぶことにする.

入射運動量 4 GeV/c の電子トリガー事象, π^- 中間子トリガー事象に対して, モード 1 での likelihood l_1 の分布を図 4.18 に示す. 中央付近の分布から離れたところにある事象は, ${}^{e}P_1 = 0$ あるいは ${}^{\pi}P_1 = 0$ の事象に対応する. 他の事象から離れる程度は式 (4.17), 式 (4.18) の分子に代入する値 (本解析では 10^{-3}) に依存している. 各モードに対して, l_i 分布を用いて π 中間子除去能力を求めた結果を図 4.19 に示す. モード 5 ~ 10 付近で識別能力が低いが, これはこの深さで電子事象, π^- 中間子事象に対する波高値分布が近くなるためと考えられる. また, 同じ理由により後方のモードでは前方に比べて識別能力は低い.

それぞれのモードからの情報を足し合わせて L_e を求め, これを用いて e/π 識別を行った. モード数毎の π 中間子除去能力を図 4.20 に示す. 最も識別能力が高いのはモード数が 18 の時であり, この時の π 中間子除去能力は 3.0×10^{-3} (electron efficiency 90 %) であった. モード数 18 の likelihood L_e の分布を図 4.21 に示す.

揺らぎを用いた e/π 識別がどの程度有効であるかを確認するために, 一般的に行われている e/π 識別方法と比較する. これは, 電磁シャワーがハドロンシャワーよりもシャワーの到達距離が短いことを利用したもので, 次の f_i という値を用いる.

$$f_i \equiv \frac{E_i}{E_{tot}}. \tag{4.21}$$

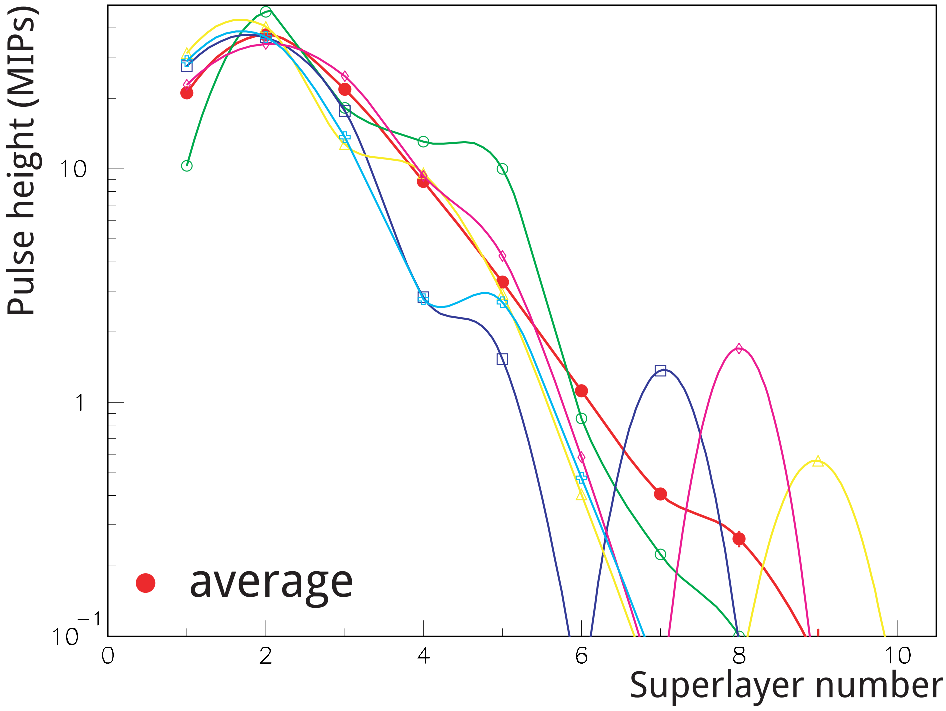
ここで E_{tot} は全エネルギー和, E_i は i 番目のスーパーレイヤーまでのエネルギー和を表す. この方法を用いて, 入射運動量 4 GeV/c の電子トリガー事象, π^- 中間子トリガー事象を識別した結果を図 4.22 に示す. $i = 7$ の時に最も識別能力が高く, その場合の π 中間子除去能力は 7.7×10^{-3} (electron efficiency 90 %) となった.

さらに, これら 2 つの方法を組み合わせることで識別能力を高めることを試みる. モード数 17 の $-$ log likelihood と $i = 7$ の f の相関を図 4.23 に示す. どちらの方法もシャワーの奥行き方向の発達の情報を用いているため相関は強い. しかし, 図中の領域で分けることにより, それぞれの方法を単独で用いた場合よりも良い 1.7×10^{-3} (electron efficiency 90 %) という π 中間子除去能力が得られた.

以上の揺らぎ, 一般的な方法, その両方の 3 つの場合に対して, 最も高い π 中間子除去能力を入射運動量毎に図 4.24 に示し, 表 4.2 にまとめる. 全ての運動量において, 揺らぎを用いた場合の方が一般的な方法よりも e/π 識別能力が高いことが示せた. また, これら 2 つを組み合わせることにより, より高い識別能力が得られることが分かった.

入射運動量 (GeV/c)		1	2	3	4
シャワーの揺らぎ (L_e)	90 %	3.91 ± 0.38	1.69 ± 0.27	1.20 ± 0.23	0.30 ± 0.11
	95 %	6.22 ± 0.48	2.81 ± 0.35	2.23 ± 0.31	0.68 ± 0.17
	98 %	9.69 ± 0.60	6.06 ± 0.51	4.59 ± 0.45	1.92 ± 0.29
一般的な方法 (f)	90 %	8.96 ± 0.57	3.33 ± 0.38	2.18 ± 0.31	0.77 ± 0.18
	95 %	11.4 ± 0.65	4.72 ± 0.45	3.03 ± 0.37	1.19 ± 0.23
	98 %	14.8 ± 0.74	6.88 ± 0.56	4.45 ± 0.47	2.35 ± 0.32
L_e と f 両方	90 %	3.11 ± 0.34	0.74 ± 0.18	0.80 ± 0.19	0.17 ± 0.09
	95 %	4.54 ± 0.41	1.43 ± 0.25	1.47 ± 0.26	0.51 ± 0.15
	98 %	7.94 ± 0.54	3.03 ± 0.36	2.98 ± 0.36	1.54 ± 0.26

表 4.2: 波高値の揺らぎを用いた π 中間子除去能力. 表中の値は $\times 10^{-2}$ であり, 90, 95, 98 %は electron efficiency を表す.



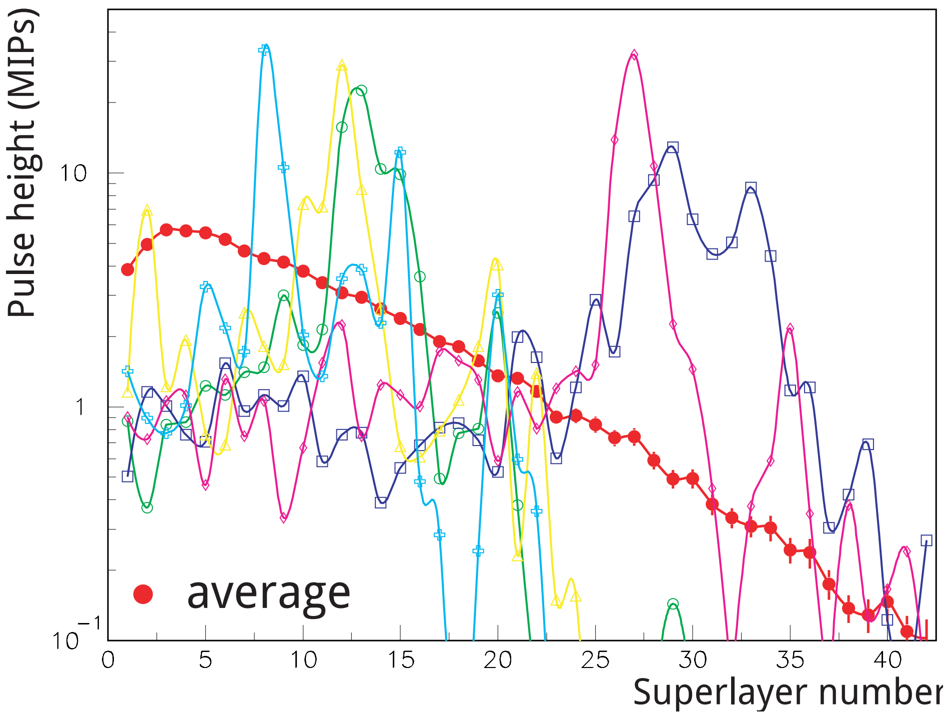


図 4.1: シャワーの奥行き方向の発達 (シャワーカーブ). 上) 4 GeV e^-, 下) 4 GeV π^-. 丸点太線が平均, その他は典型的な事象を表す.

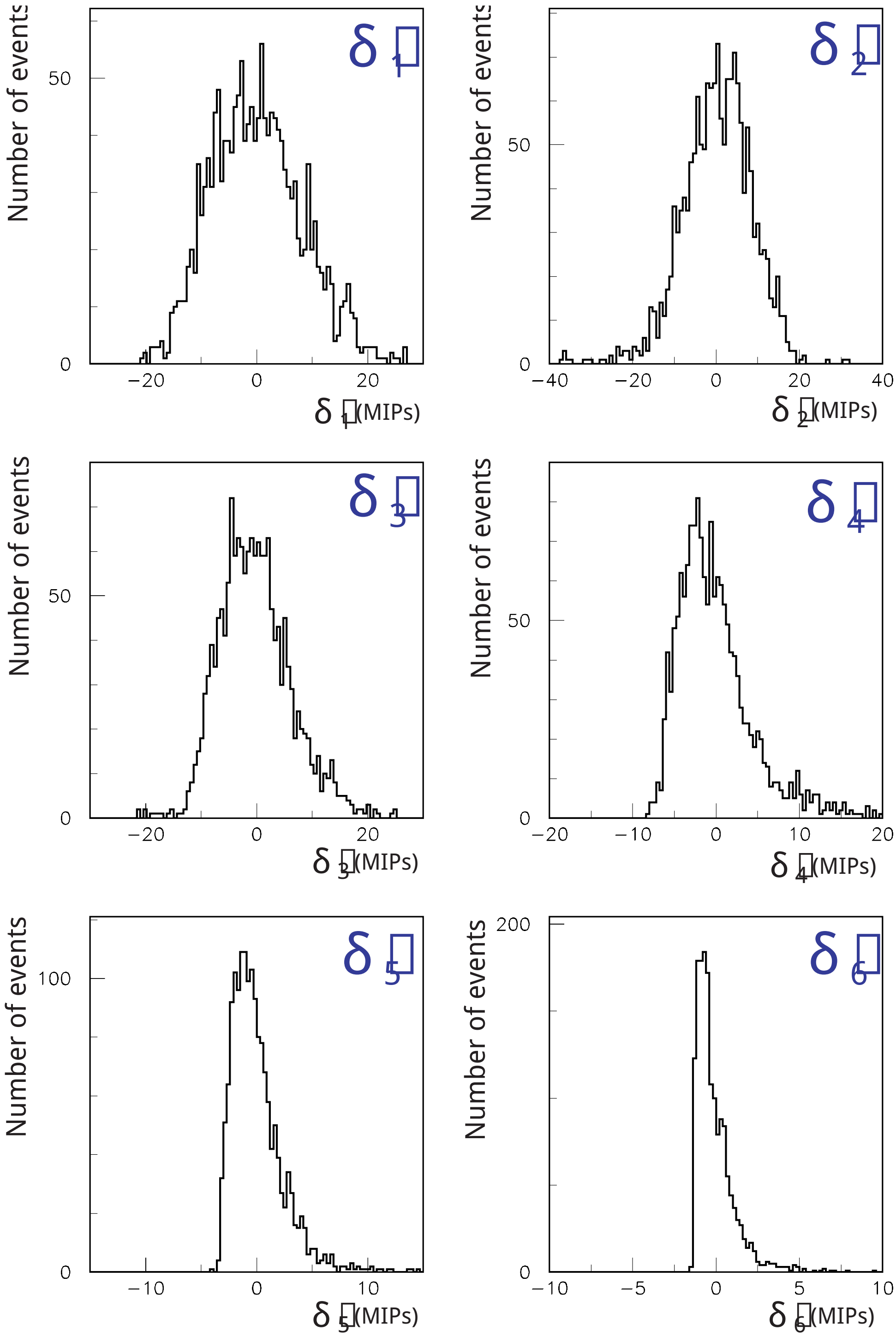


図 4.2: 各スーパーレイヤーでの揺らぎ δ_i の分布 (4 GeV e^-). 前方のスーパーレイヤーでは, ほぼガウス分布になっている.

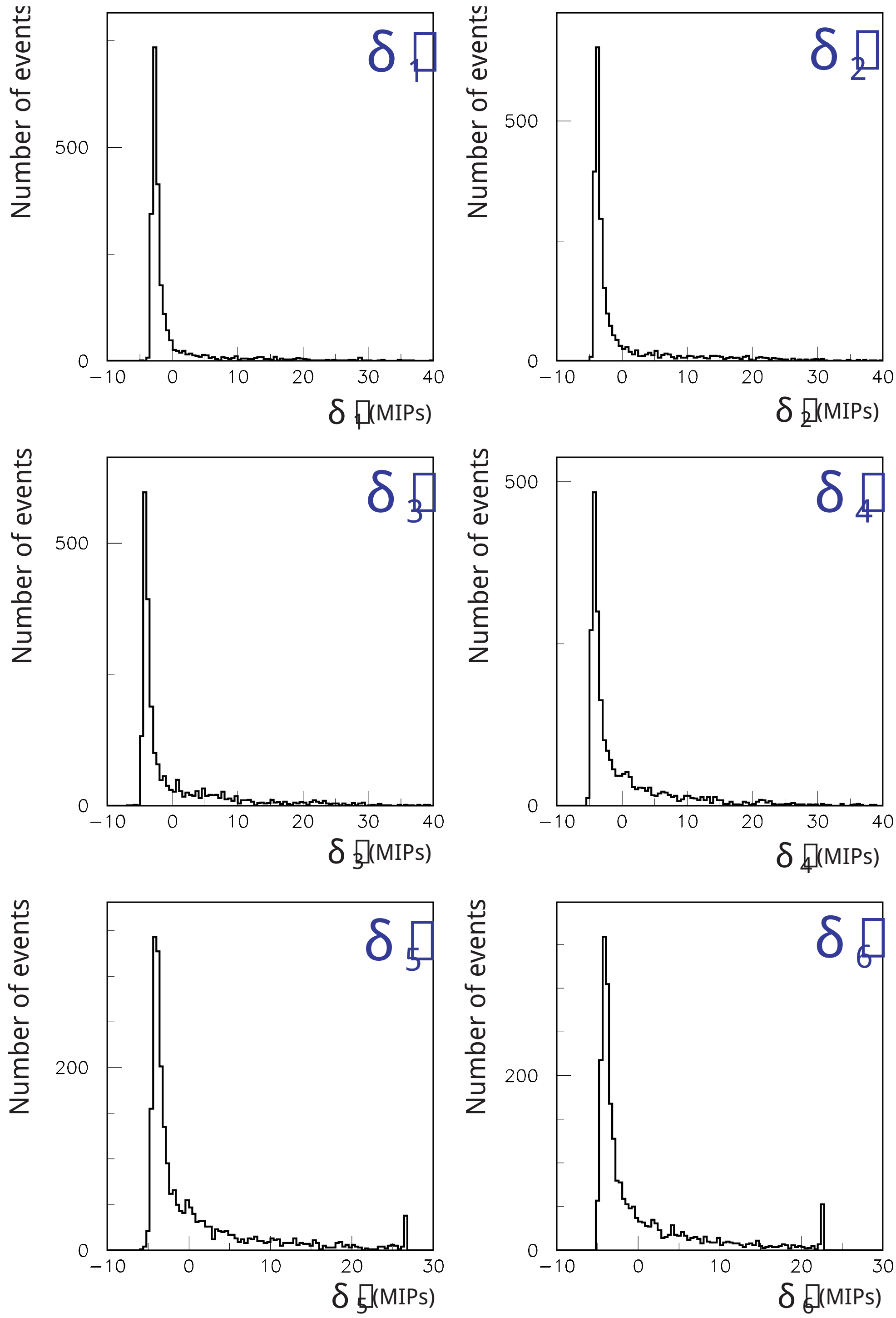


図 4.3: 各スーパーレイヤーでの揺らぎ δ_i の分布 (4 GeV π^-). 分布はガウス分布にはなっていない.

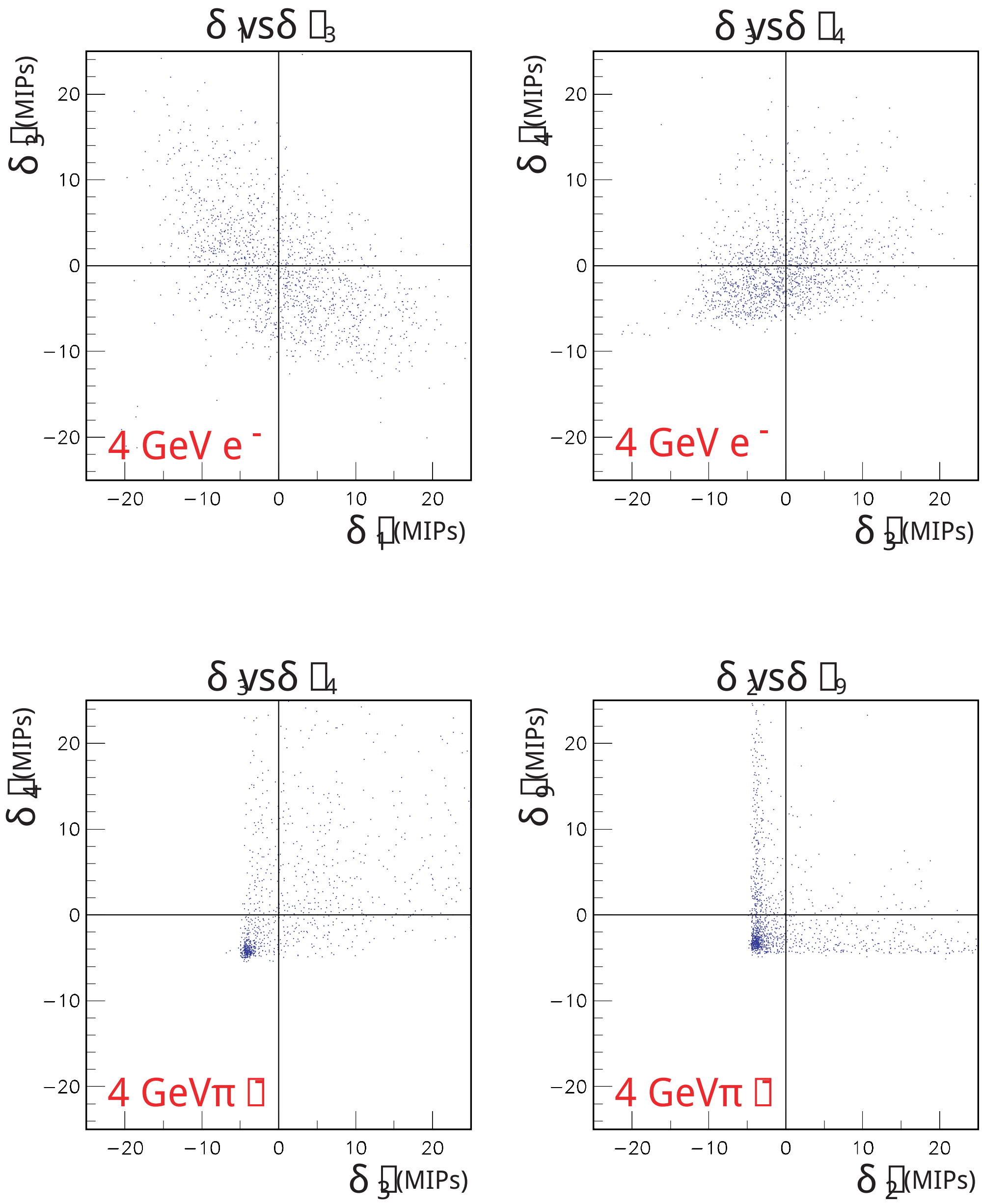


図 4.4: ある 2 層間での揺らぎの相関分布. 上) 4 GeV e^-, 下) 4 GeV π^-. 分布の傾向は異なるが, どちらの粒子の場合でも相関が見られる.

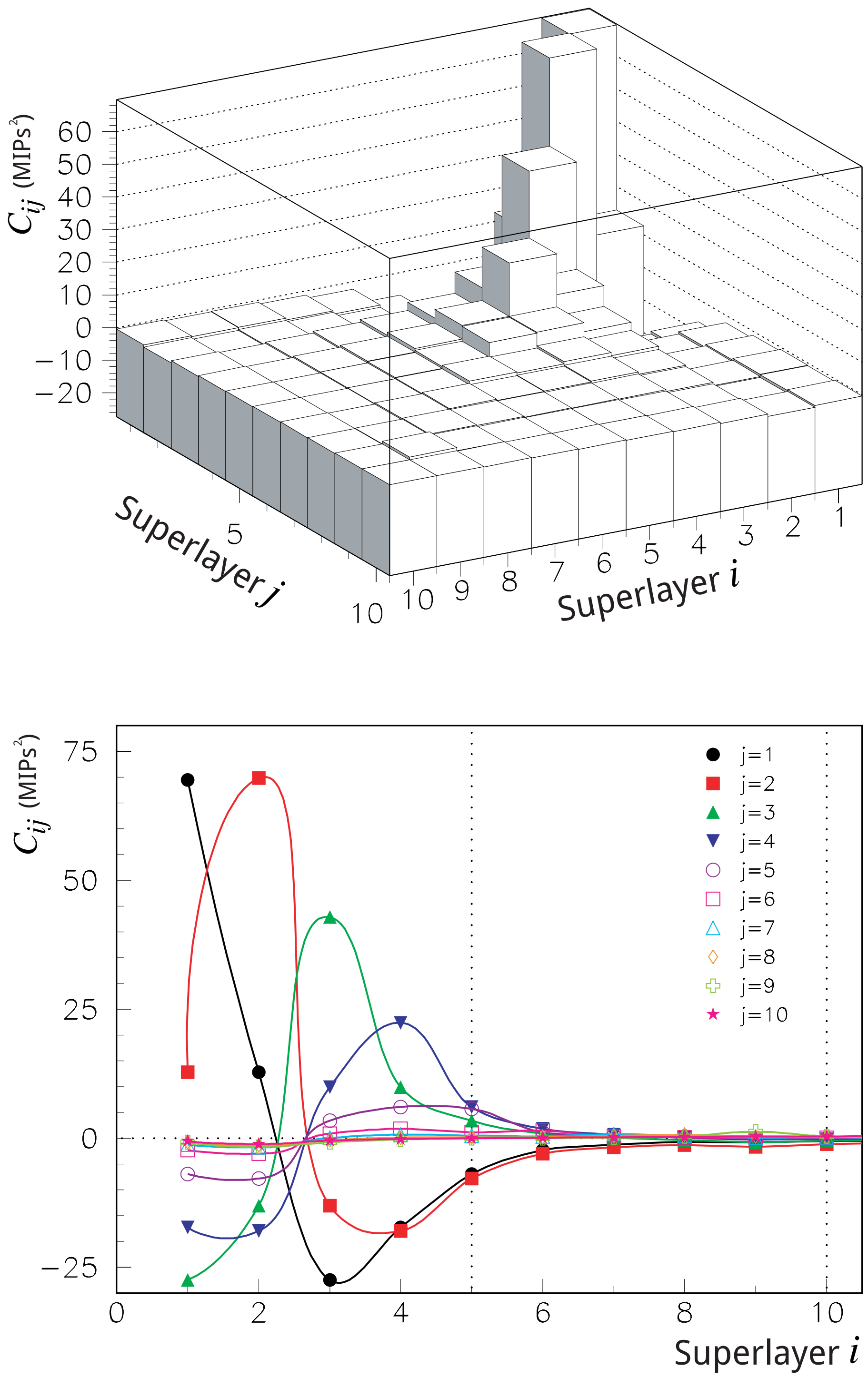


図 4.5: Covariance Matrix C (4 GeV e^-). 上) 行列, 下) j を固定した時の断面図.

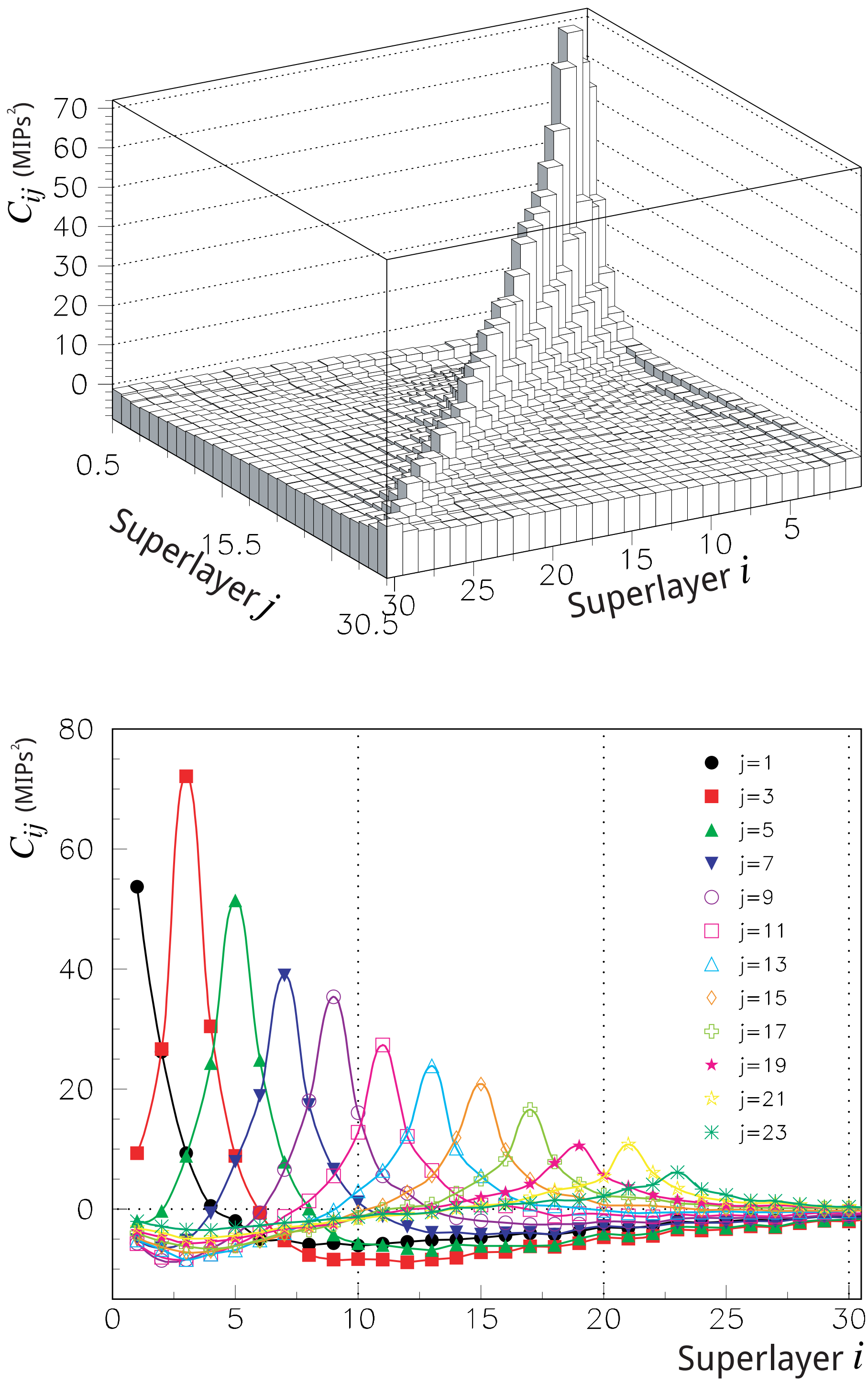


図 4.6: Covariance Matrix C (4 GeV π^-). 上) 行列, 下) j を固定した時の断面図.

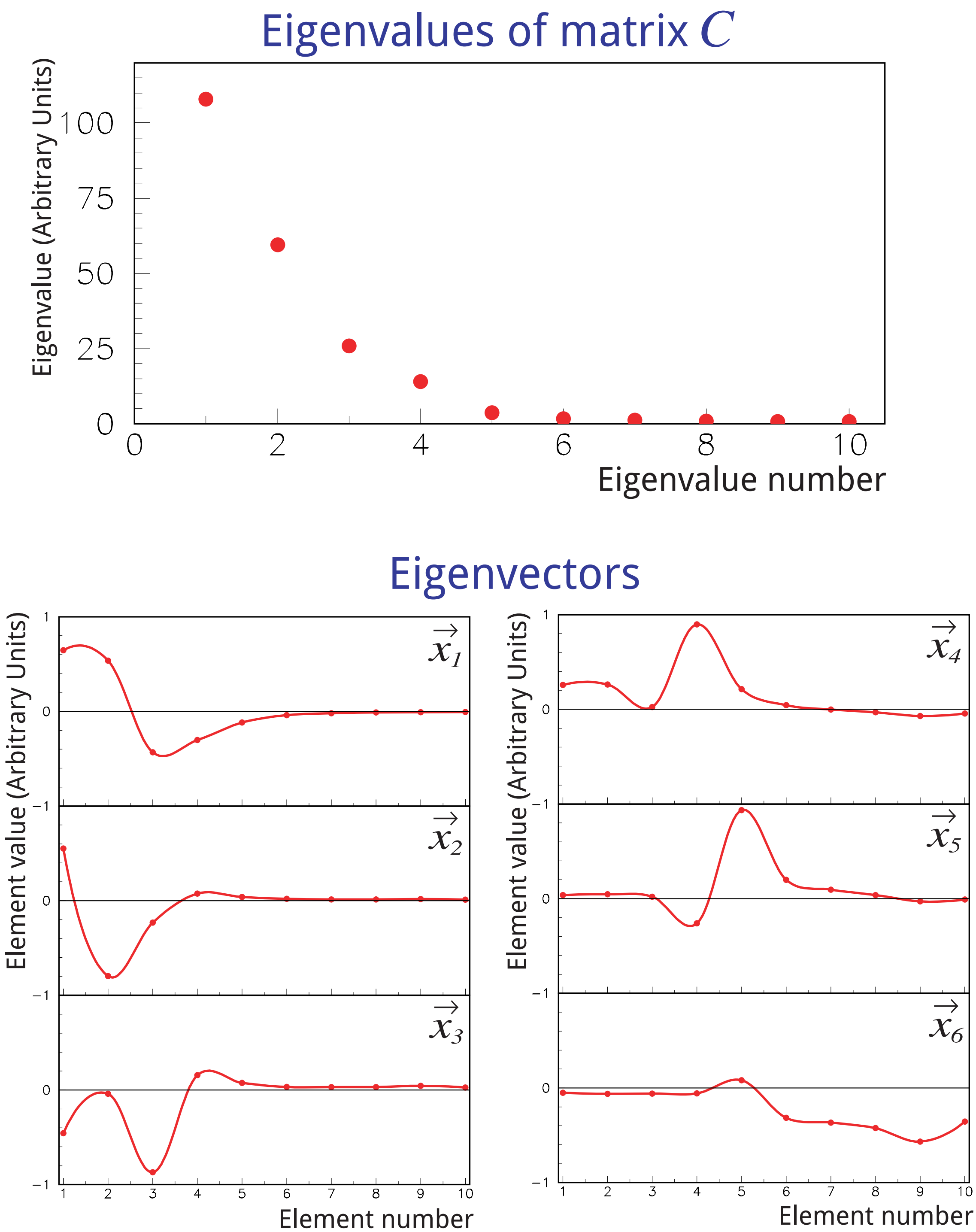
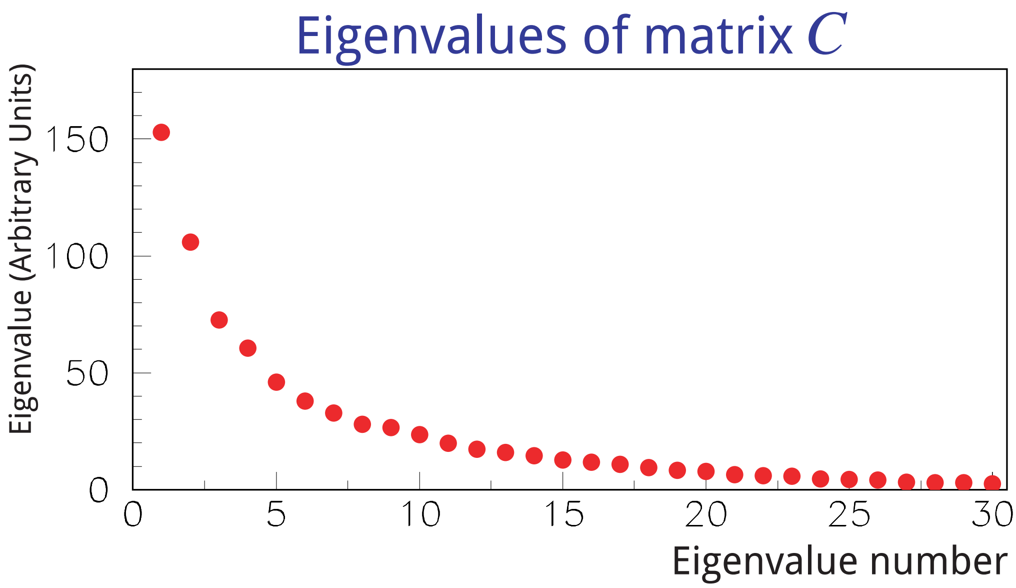


図 4.7: 行列 C の固有値と固有ベクトル (4 GeV e^-). 上) 固有値 λ_i, 下) 固有ベクトル $\vec{x}_i$.



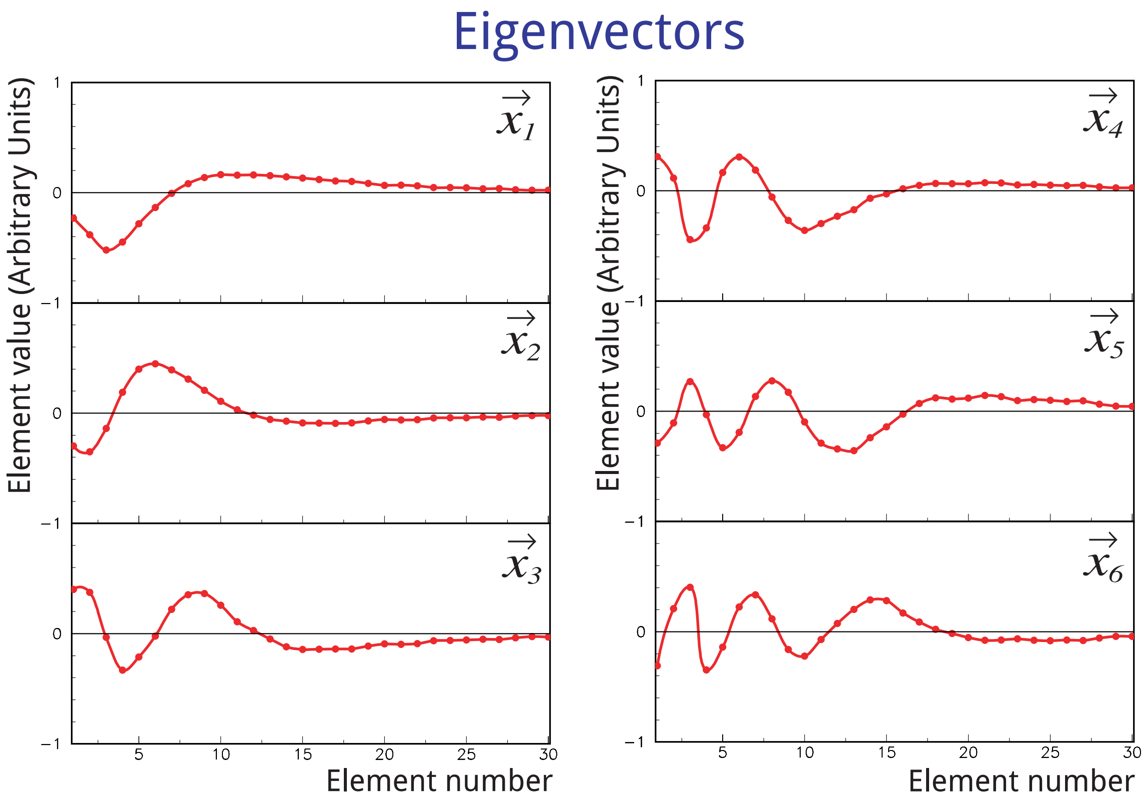


図 4.8: 行列 C の固有値と固有ベクトル (4 GeV π^-). 上) 固有値 λ_i, 下) 固有ベクトル $\vec{x}_i$.

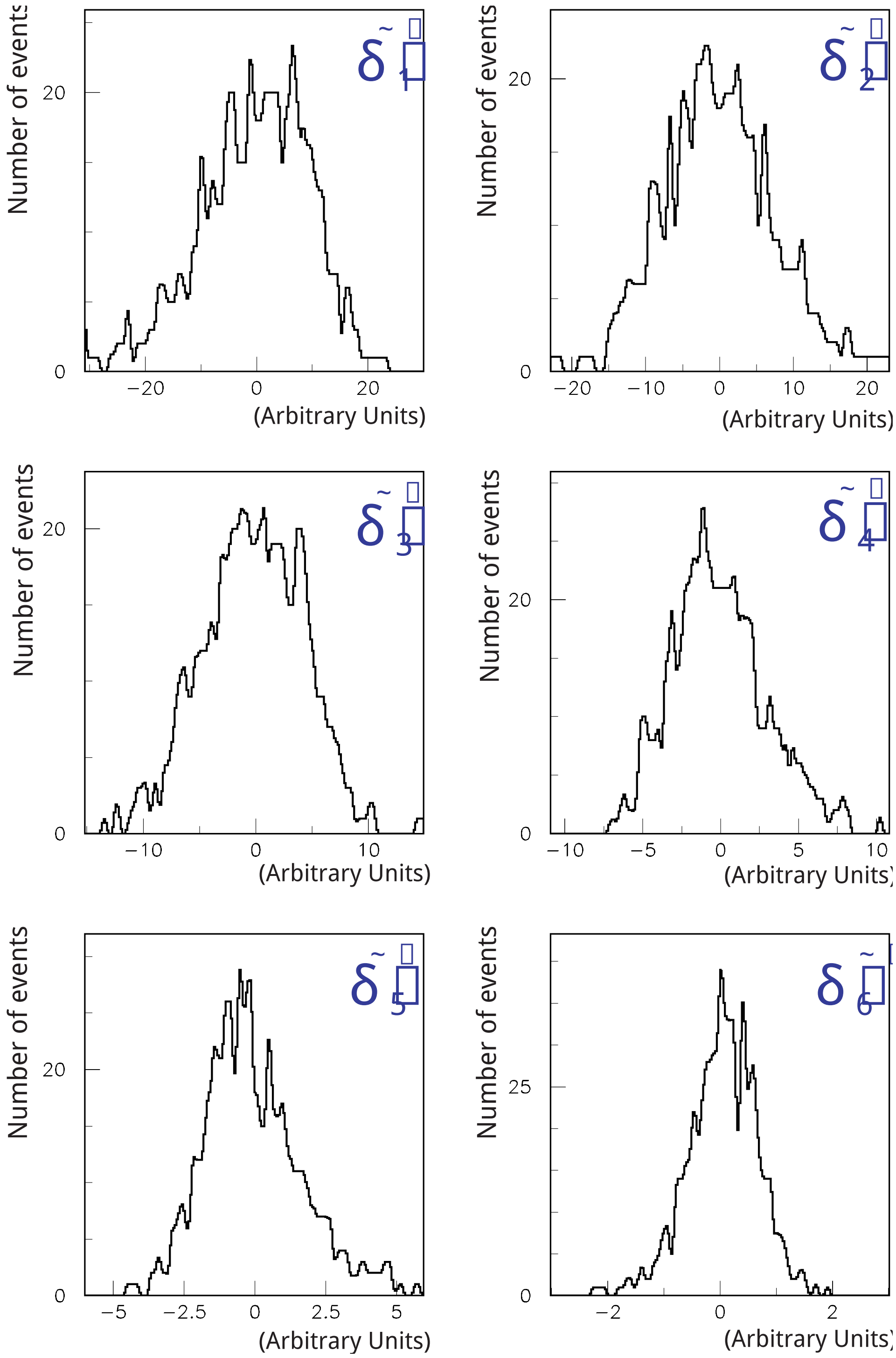


図 4.9: パラメータ変換後の揺らぎ $\tilde{\delta}_i$ の分布 (4 GeV e^-).

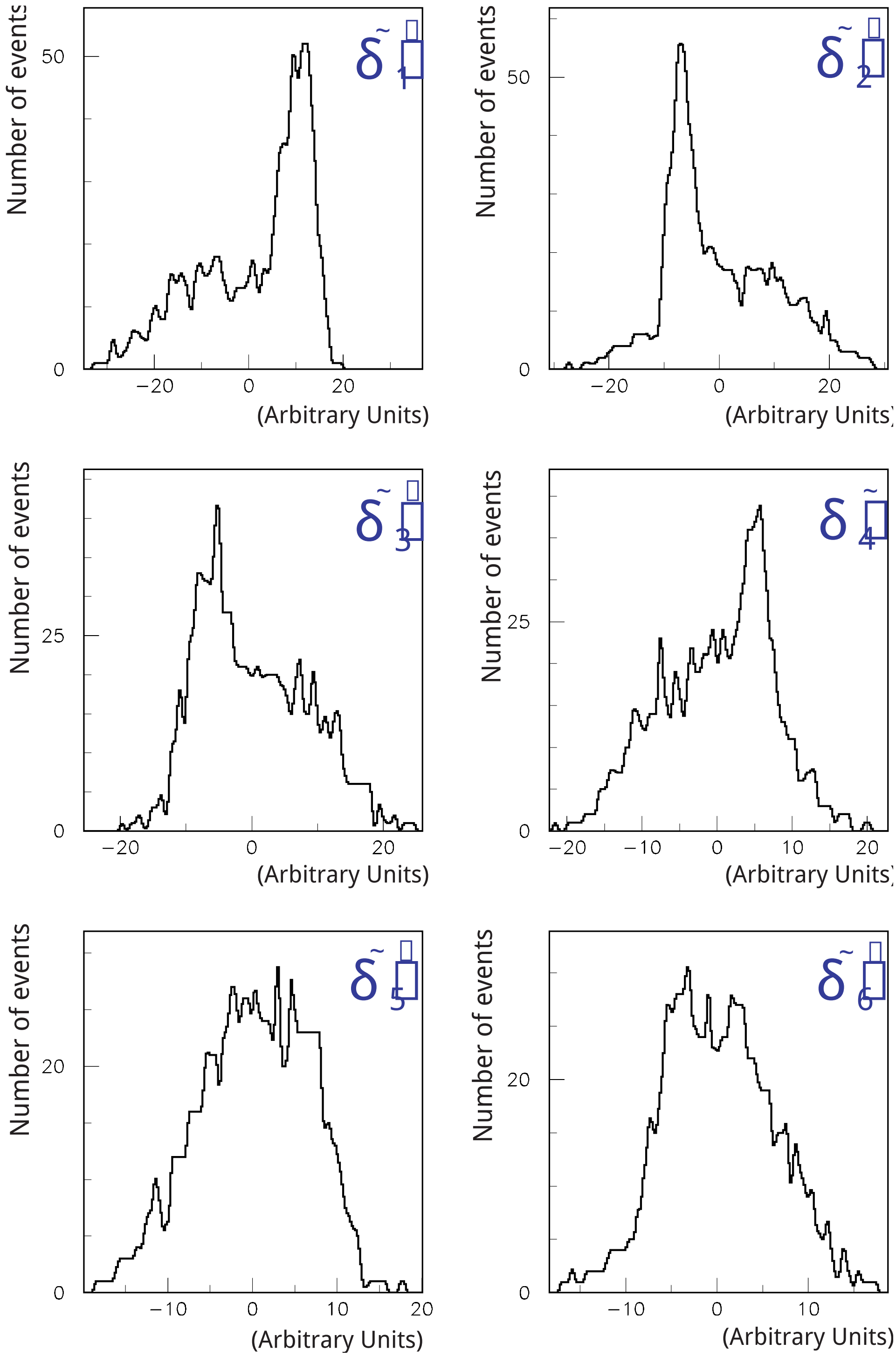


図 4.10: パラメータ変換後の揺らぎ $\tilde{\delta}_i$ の分布 (4 GeV π^-).

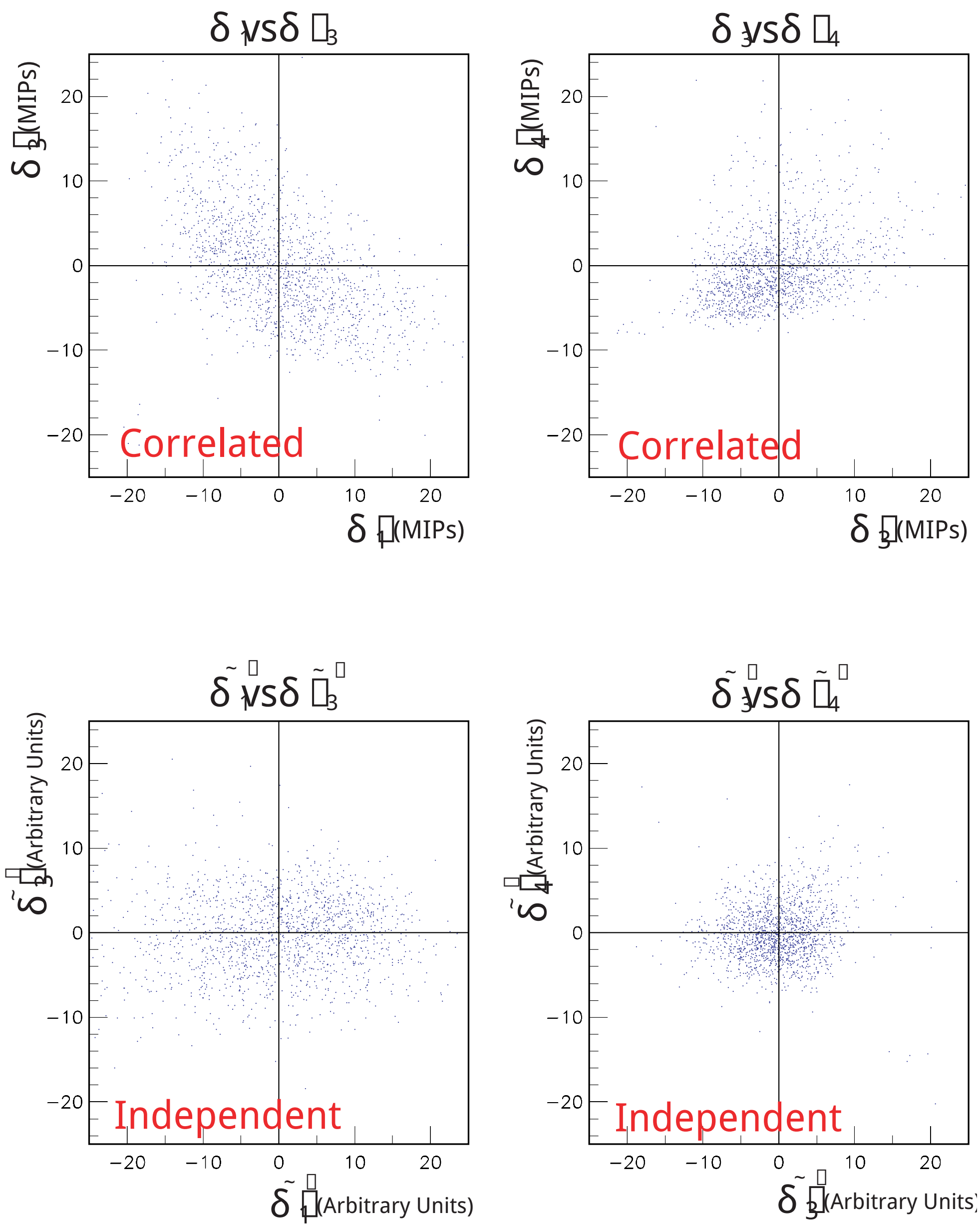


図 4.11: パラメータ変換前後での揺らぎの相関分布の比較 (4 GeV e^-). 上) 変換前 (δ), 下) 変換後 ($\tilde{\delta}$). 変換前は相関があったが, 変換後は相関が無く互いに独立な分布になる.

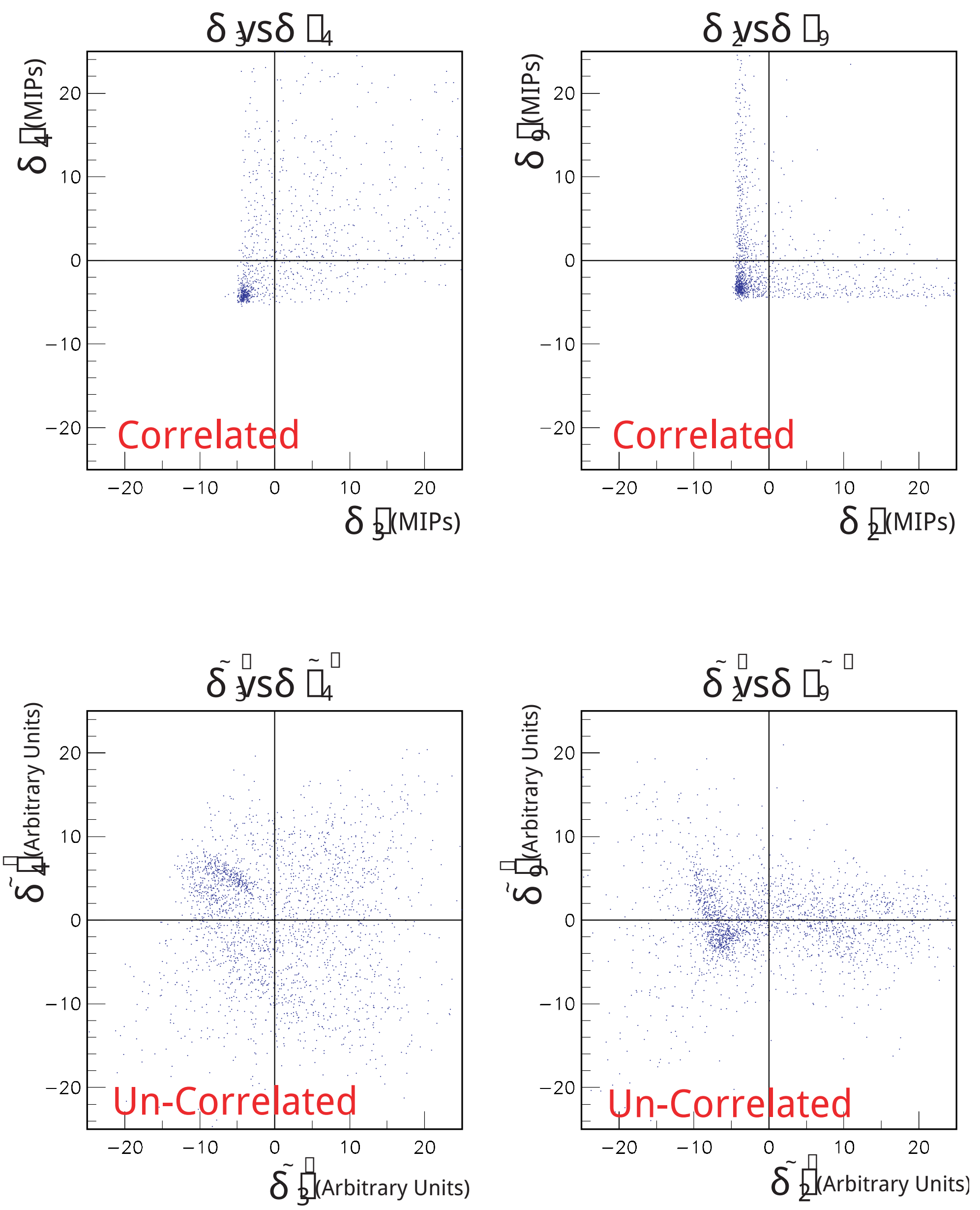


図 4.12: パラメータ変換前後での揺らぎの相関分布の比較 (4 GeV π^-). 上) 変換前 (δ), 下) 変換後 ($\tilde{\delta}$). 変換後も分布には相関が残り互いに独立にはならない.

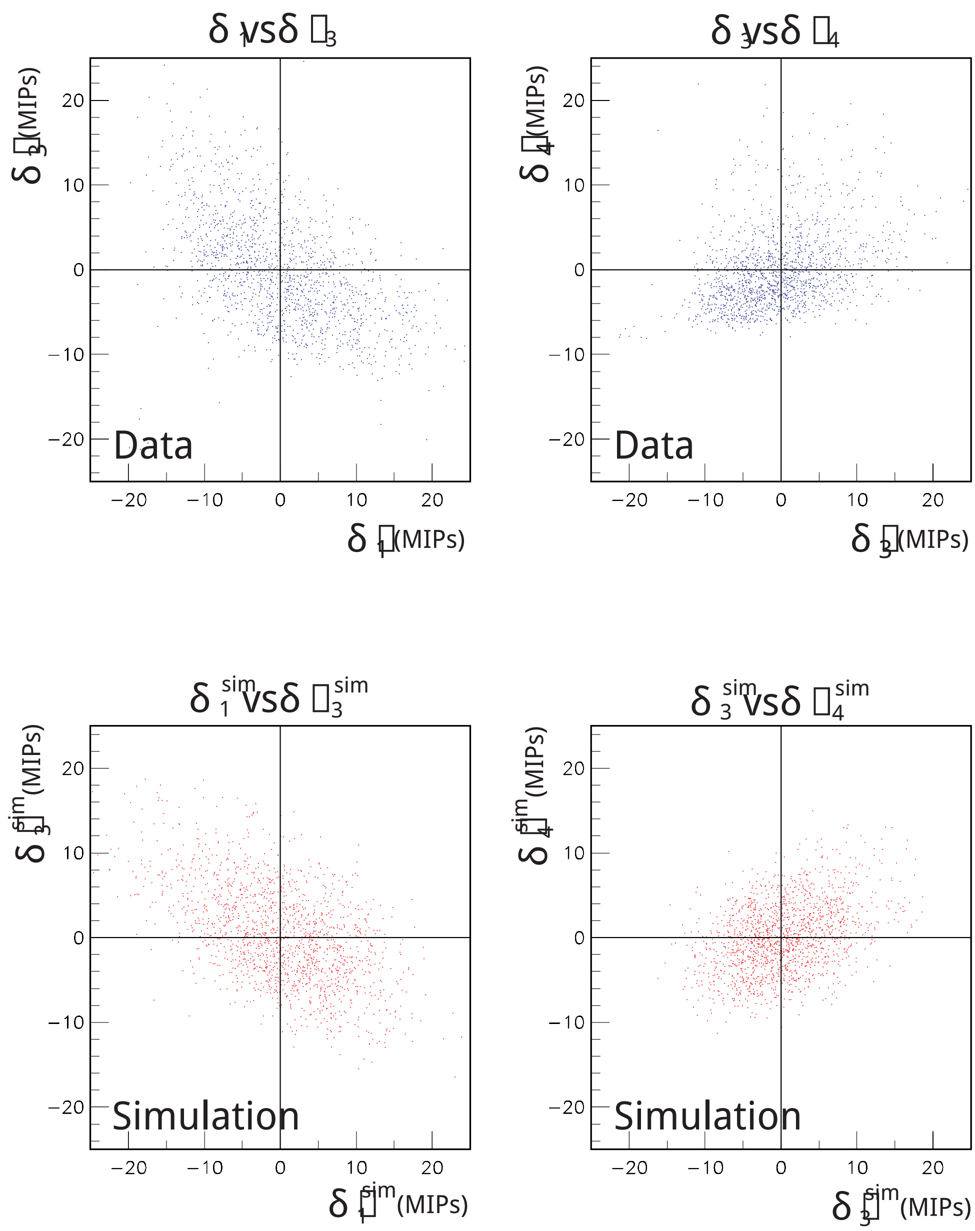


図 4.13: 揺らぎの相関分布のシミュレーション結果 (4 GeV e^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. 実験データの分布を良く再現している.

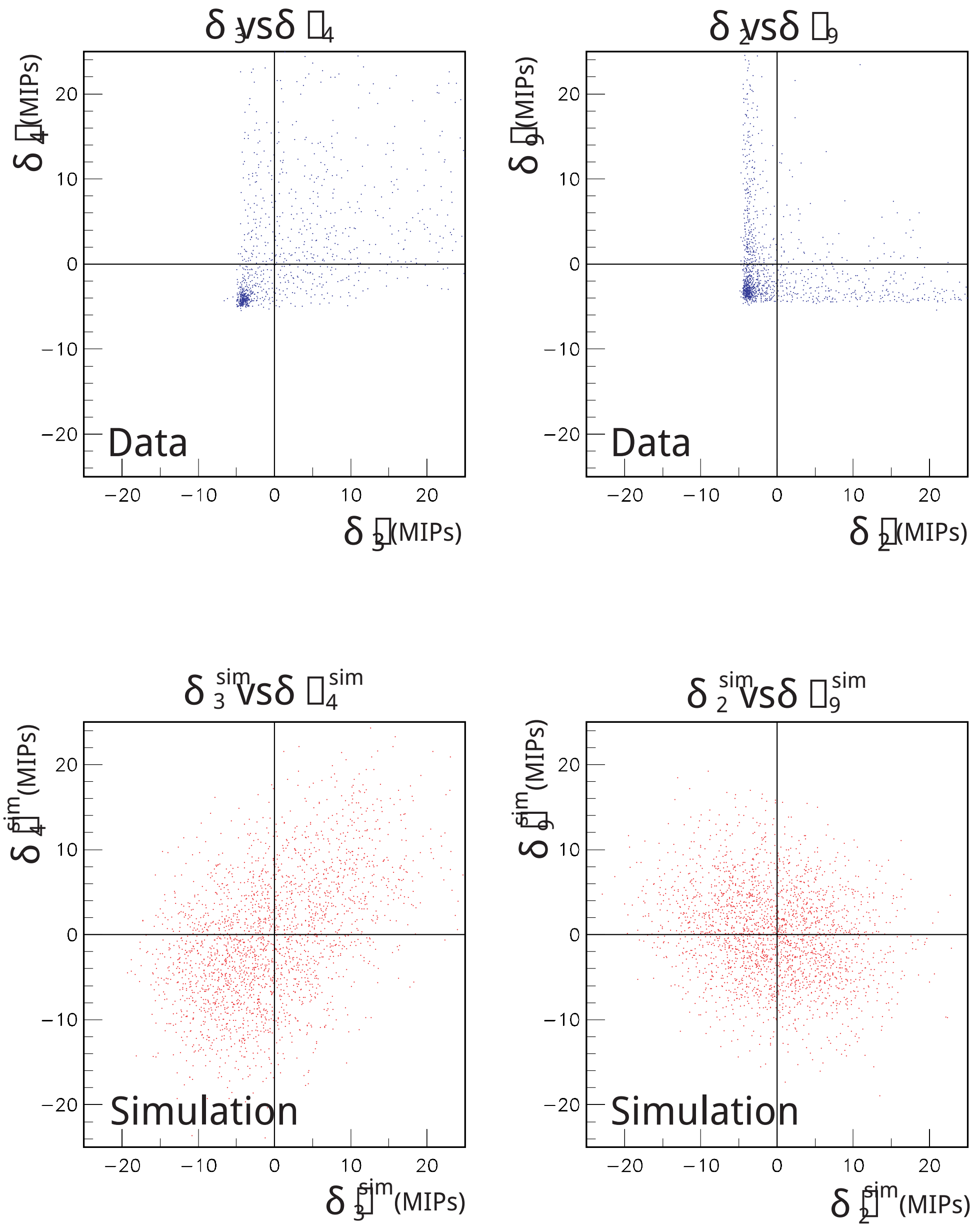


図 4.14: 揺らぎの相関分布のシミュレーション結果 (4 GeV π^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. 実験データの分布を再現出来ていない.

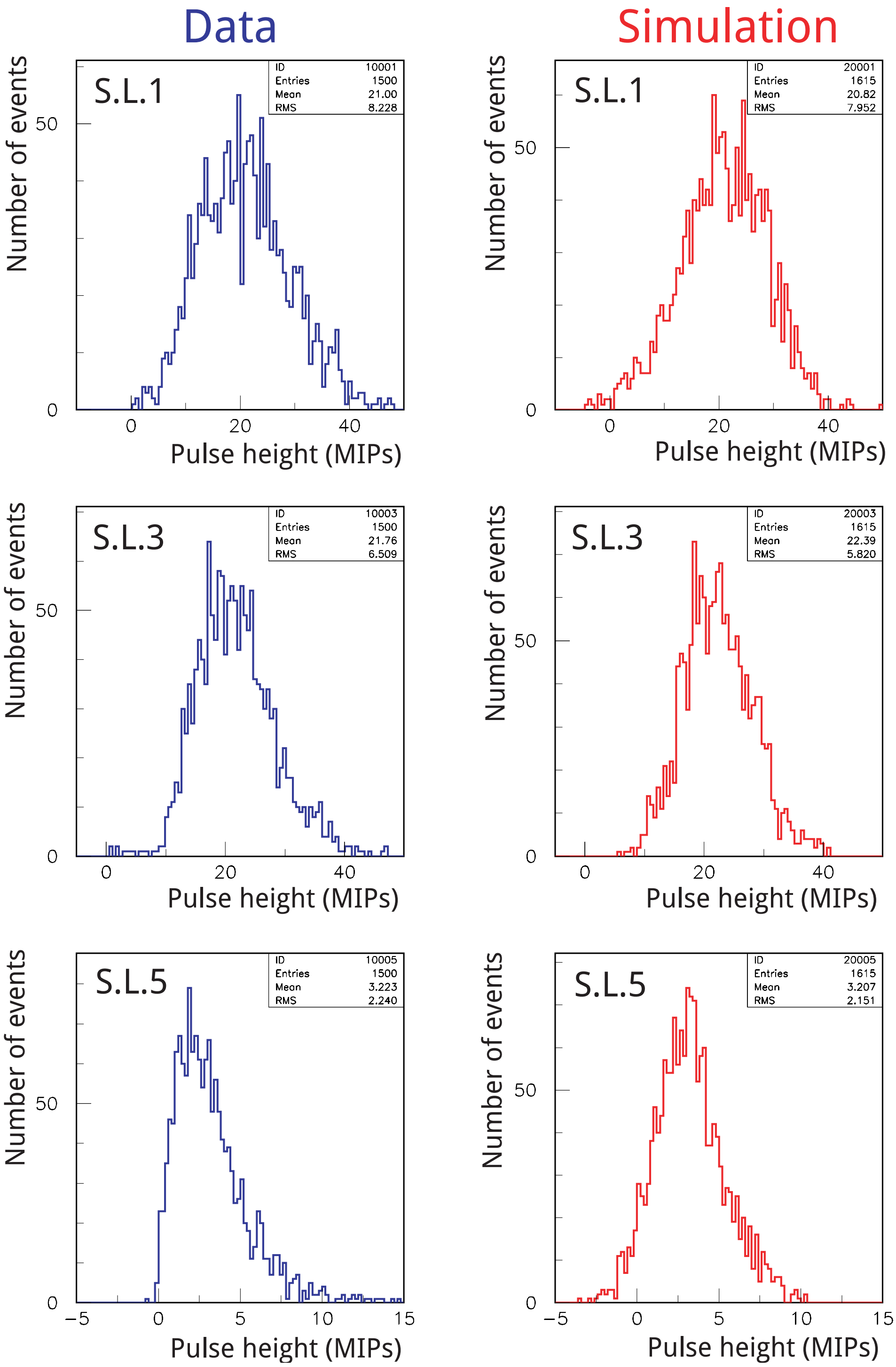


図 4.15: 各スーパーレイヤーでの波高値分布のシミュレーション結果 (4 GeV e^-). 左) 実験データ, 右) シミュレーション. 上からスーパーレイヤー 1, 3, 5 での波高値分布を表す. スーパーレイヤー 5 では多少異なるが, 全体的に実験データの分布を再現している.

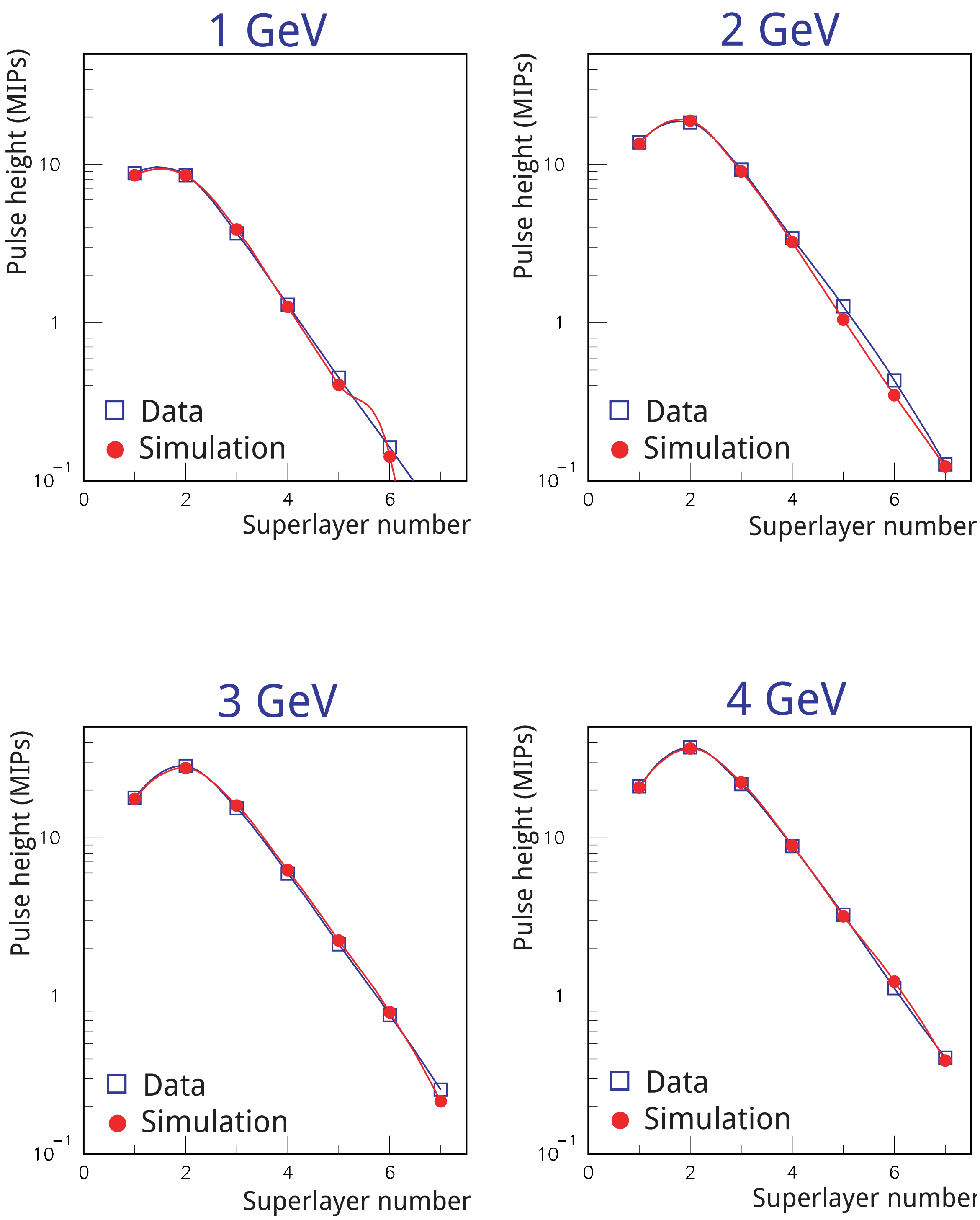


図 4.16: シャワーカーブのシミュレーション結果 (1 ~ 4 GeV e^-). 実験データの形を良く再現している.

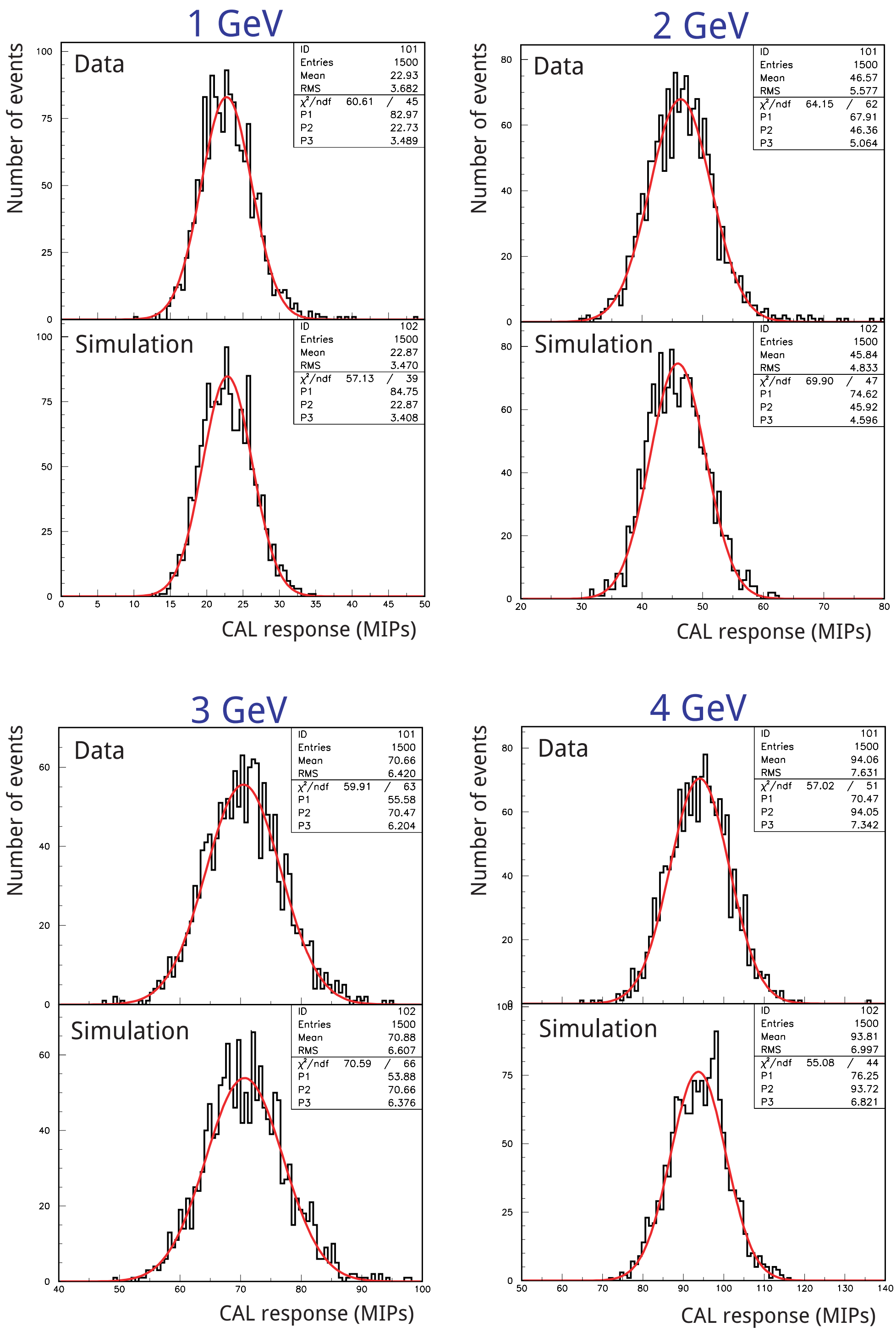


図 4.17: カロリメータ応答のシミュレーション結果 (1 ~ 4 GeV e^-). 各図とも, 上) 実験データ, 下) シミュレーション. シミュレーションの分布の幅が少し狭いものもあるが, 実験データの分布を良く再現している.

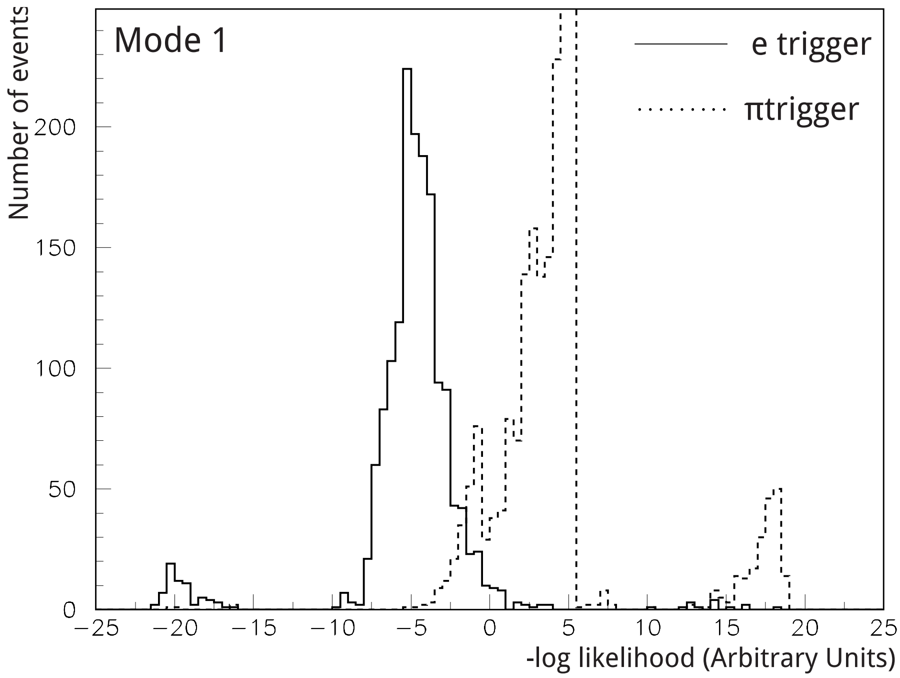


図 4.18: モード 1 での $-\log$ likelihood l_1 の分布 (4 GeV e^-, π^-). 実線は電子トリガー事象, 点線は π^- 中間子トリガー事象を表す.

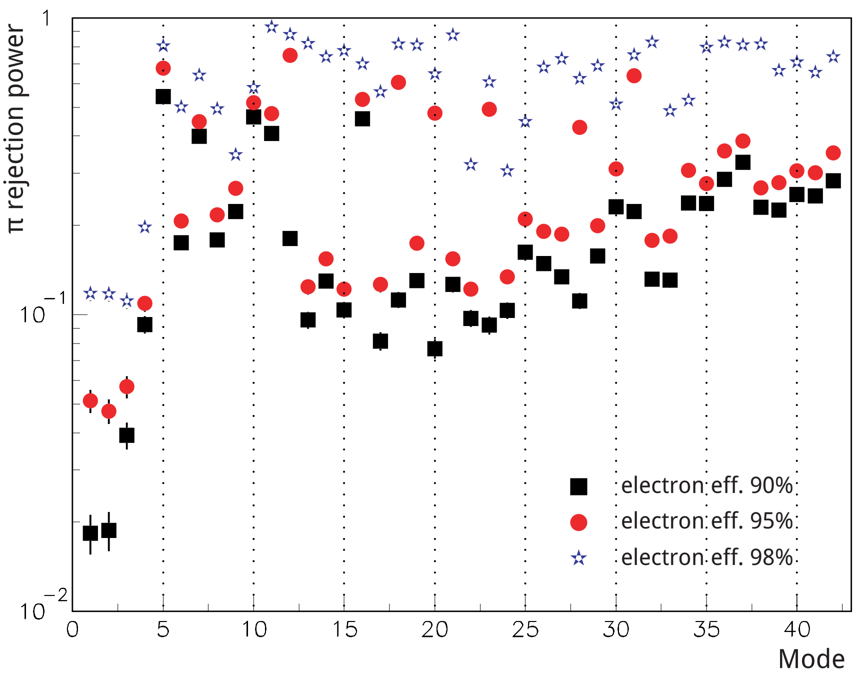


図 4.19: 各モードにおける π 中間子除去能力 (4 GeV). 四角点, 丸点, 星点はそれぞれ electron efficiency が 90 %, 95 %, 98 %を表す.

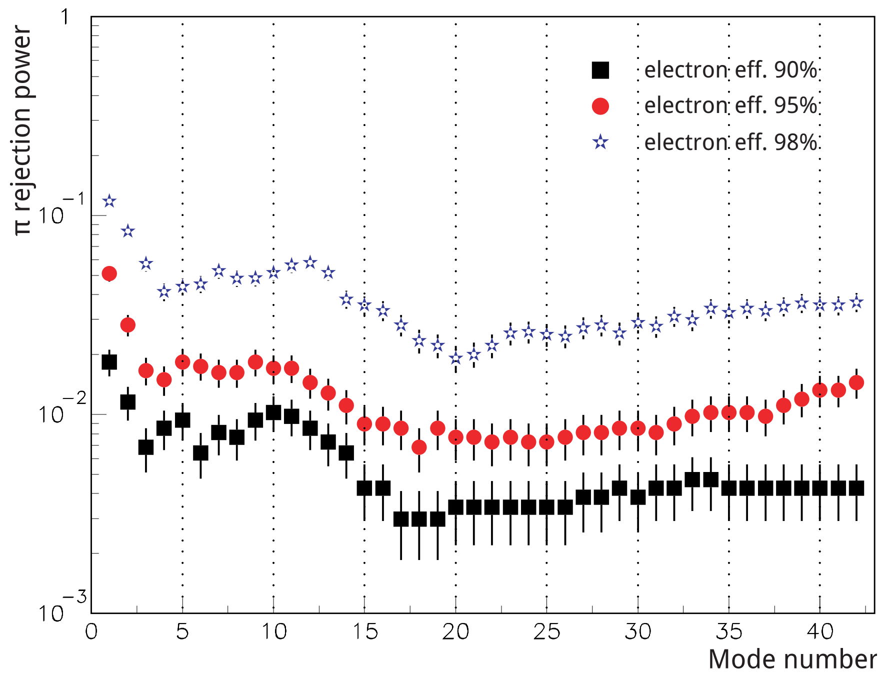


図 4.20: モード数毎の π 中間子除去能力 (4 GeV). 四角点, 丸点, 星点はそれぞれ electron efficiency が 90 %, 95 %, 98 %を表す.

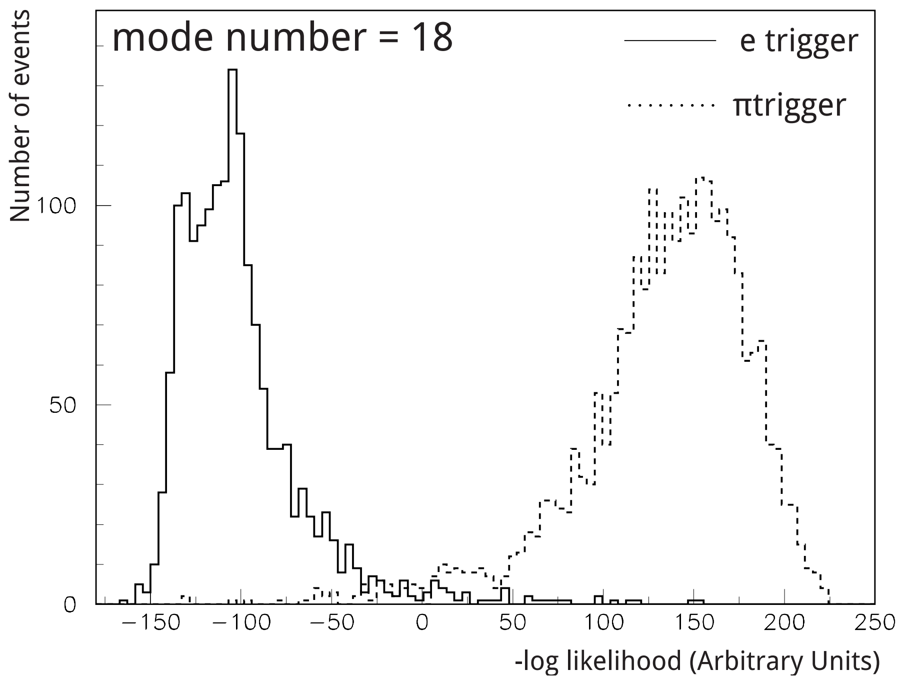


図 4.21: モード数 18 の $-\log$ likelihood L_e の分布 (4 GeV e^-, π^-). 実線は電子トリガー事象, 点線は π^- 中間子トリガー事象を表す.

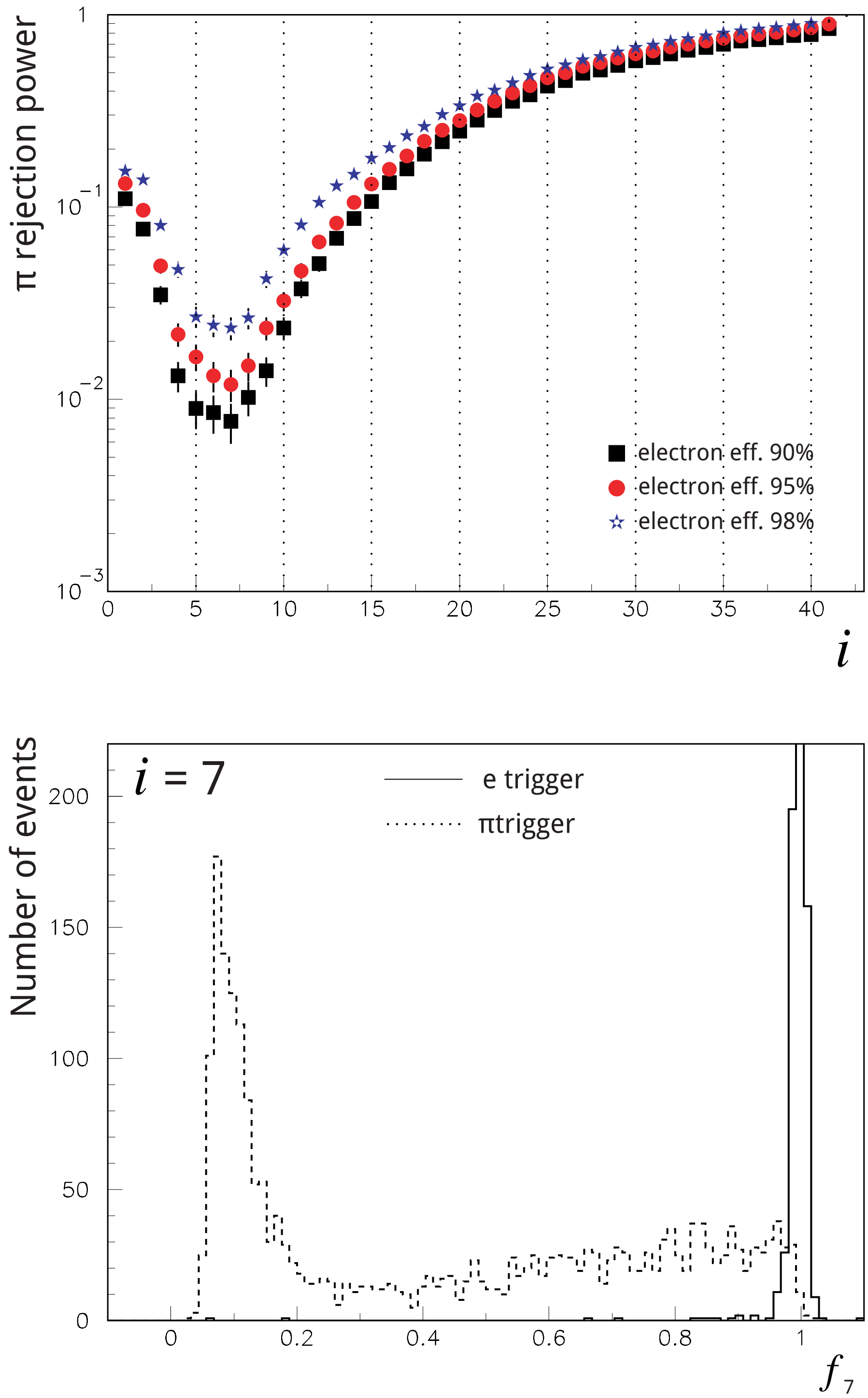


図 4.22: 一般的な方法を用いた π 中間子除去能力 (4 GeV). 上) 各 i における π 中間子除去能力, 下) 最も識別能力が高い f_7 の分布.

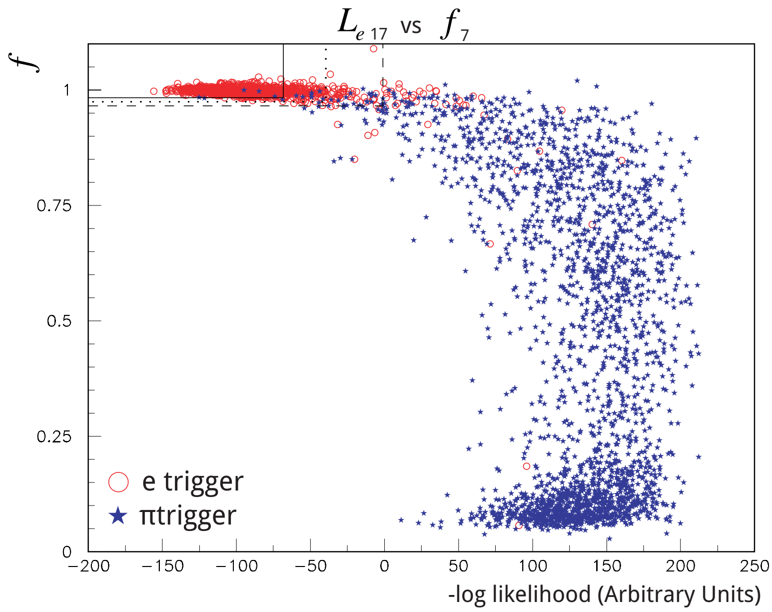


図 4.23: モード数 17 の $-\log$ likelihood と $i=7$ の f の相関 (4 GeV). 丸点は電子トリガー事象, 星点は π^- 中間子トリガー事象を表し, 実線, 点線, 破線はそれぞれ electron efficiency 90, 95, 98 %の領域を表す.

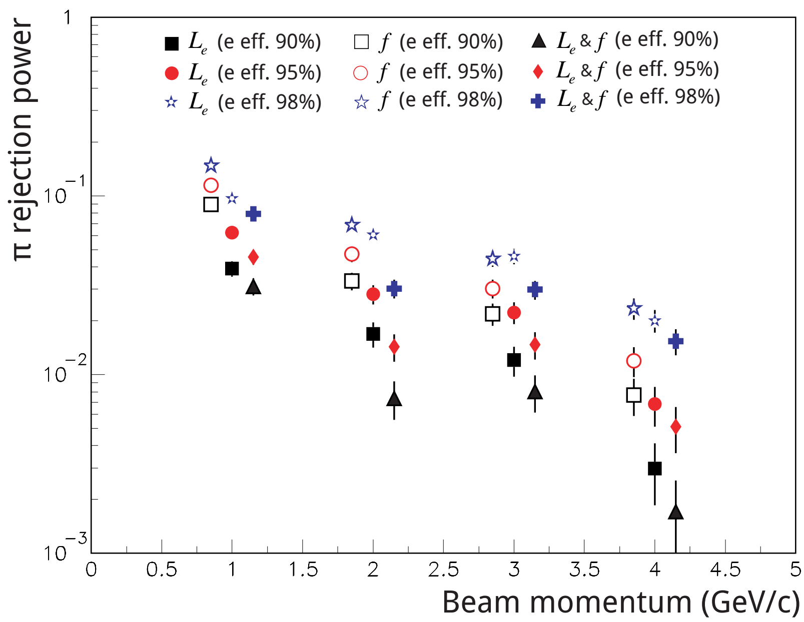


図 4.24: 入射運動量毎の π 中間子除去能力の比較. 各点の説明は図上部に示してある通りである. (運動量は 1, 2, 3, 4 GeV/c であるが, 点が重ならない様に横軸を多少ずらしてプロットしてある.)

第5章　シャワーの奥行き方向の揺らぎの解析 (成分を分離した場合)

5.1　目的

第 4 章で行った解析方法では, ハドロンシャワーを再現することは出来なかった. その大きな要因として, ハドロンシャワーが電磁シャワー成分と純ハドロンシャワー成分の 2 成分を持っており, この 2 つを同時に再現することが出来なかったということが挙げられる. そこで本章では, 最初にこの 2 成分を分離し, 各成分の奥行き方向の発達を事象毎に求めることでハドロンシャワー全体の再現を試みる. さらに, 電磁シャワー成分のフィットで得られたパラメータ分布を用いて電子と π^- 中間子の粒子識別を試みる.

5.2　シャワー中の成分の分離

電磁シャワーとハドロンシャワーの奥行き方向の発達を比較すると, 電磁シャワーはハドロンシャワーに比べて短い距離でシャワーが終わり, それまでに入射時に持っていたエネルギーを全て落とすため, 狭い範囲に大きなエネルギーを落とすという特徴がある. このことを考慮し, ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分を次の様に定義する.

- 4 スーパーレイヤーのエネルギー和が 24 MIPs (1 スーパーレイヤーあたり 6 MIPs) 以上.

この定義に従い, ハドロンシャワー中から電磁シャワー成分を抽出し, 残りを純ハドロンシャワー成分とした. この際, 電磁シャワー成分に相当する 4 スーパーレイヤーの取り方として幾通りかある可能性があるが, 基本的には 4 スーパーレイヤーの中で最もエネルギーを落としているスーパーレイヤー (ピーク) が 2 番目になる様にした. 但し例外として, スーパーレイヤー 1 にピークがあるシャワーについては, ピークの前のスーパーレイヤーが無いため, スーパーレイヤー 1 からの 3 スーパーレイヤーを電磁シャワー成分とした.

入射運動量 4 GeV/c の π^- 中間子が起こしたハドロンシャワーに対して, 実際に 2 成分に分離した例を図 5.1 に示す. 上記の条件を満たす 4 スーパーレイヤー (図中白抜きの点) を電磁シャワー成分, それ以外を純ハドロンシャワー成分とした. さらに, ハドロンシャワーの一事象中に含まれる電磁シャワー成分数の分布を図 5.2 に示す. 多くの事象は電磁シャワー成分を 1 個持つが, 数個の電磁シャワー成分を含む事象や逆に電磁シャワー成分が無く純ハドロンシャワー成分のみの事象も見られた.

5.3 電磁シャワー成分

前節で, 電磁シャワーの特徴を利用してハドロンシャワーを 2 つの成分に分離することが出来た. 本節では, このうちの電磁シャワー成分について, シャワー毎の奥行き方向の発達を求め, その再現を行う. 扱う実験データは, 入射運動量 2, 3, 4 GeV/c の π^- 中間子が起こしたハドロンシャワーから抽出した電磁シャワー成分である[1]. また, 比較のために同じ運動量の電子が起こした電磁シャワーから抽出した電磁シャワー成分[2]も扱う. 以下では簡単のために, これらを単に 2(3, 4) GeV ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分, 2(3, 4) GeV 電磁シャワー中の電磁シャワー成分と呼ぶ.

5.3.1 奥行き方向のシャワー発達

第 2.2.1 節で述べた様に, 電磁シャワーの奥行き方向の発達は次式で表すことが出来る.

$$\frac{1}{E_0}\left(\frac{dE}{dt}\right) = f \times \beta \times \frac{(\beta t)^{\alpha-1} e^{-\beta t}}{\Gamma(\alpha)}. \tag{5.1}$$

ここで t (X_0) は入射位置からの物質の深さを表す. しかし, ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分を扱う場合, 電磁シャワーの元になる π^0 中間子がどの深さで生成されるかわからないため, 式 (5.1) をそのまま用いることは出来ない. そこで, 式 (5.1) に電磁シャワーの開始位置を示すパラメータ a (X_0) を追加し, 式を次の様に拡張する.

$$g(t) \equiv \frac{1}{E_0}\left(\frac{dE}{dt}\right) = f \times \beta \times \frac{\{\beta(t-a)\}^{\alpha-1} e^{-\beta(t-a)}}{\Gamma(\alpha)}. \tag{5.2}$$

ここでシャワーを決定するパラメータとして, 立ち上がりの部分を決める α, テールの部分を決める β (X_0^{-1}), シャワーの開始位置を決める a (X_0), そして規格化定数の f がある.

5.3.2 フィットの方法

電磁シャワー成分をシャワー毎に式 (5.2) でフィットする.

実験で得られた各スーパーレイヤー毎のエネルギーは 2 mm シンチレータ 5 枚の応答の和である. 一方, 式 (5.2) は微分形のため, 物質のある深さにおいてカロリメータに与えるエネルギーを計算することは出来るが, そのままでは実験値と比較することは出来ない. そこで, 実験値と式 (5.2) を比較するために, 各スーパーレイヤー毎に次の値を求めた.

$$S \equiv \sum_{t=t_f}^{t_l} g(t)dt. \tag{5.3}$$

ここで t_f, t_l はそれぞれ, そのスーパーレイヤーの最初の層, 最終層までの吸収層の厚さであり, dt は検出層 1 枚の厚さである. 吸収層 1 枚分の厚さ (0.71 X_0) 間隔で t を動かして

[1] 入射運動量 1 GeV/c の電子, π^- 中間子は全スーパーレイヤーの応答を加えても 24 MIPs に満たないため以下の解析は行わない.

[2] 電磁シャワーは電磁シャワー成分のみであるが, ハドロンシャワーとの比較のために第 5.2 節の条件を満たした 4 スーパーレイヤーをこの様に呼ぶことにする.

5 点の和を取り, 求めた S の値と実験値を比較して, 次の値が最小になるときのパラメータの値を求めた.

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^{4} \frac{(R_i - S_i)^2}{\sigma_i^2}. \tag{5.4}$$

ここで R_i は電磁シャワー成分の 4 スーパーレイヤーのうち i 番目のスーパーレイヤーでの応答, σ_i はその誤差である. 応答は MIP 粒子の個数で表されるため, 基本的にはポアッソン分布になると考えられる. しかし, 実際には整数値にはならずに連続した値となり, 1 MIPs より小さな値も取り得る. この様な小さな応答に対して, ポアッソン分布の誤差である応答の平方根を誤差とすると誤りとなるため, 小さな応答に対応出来る誤差として図 5.3 の値を用いた [6]. また, この他にも応答較正値[3] の誤差, 光電子増倍管の増幅率の変化やペデスタルの変化, 吸収層の厚さの違い, 入射位置による光量の違い等による誤差が考えられるが [7], それらを定量的に算出することは今後の課題である.

上記の方法で実験値と式 (5.2) を比較しフィットを試みると, パラメータの誤差が大きくなり過ぎてしまいフィットパラメータを決定することが出来なかった. これは 4 点というデータ数に対して, 式の自由度が大きすぎるためと考えられる. この問題点を解決するため, 次の様な二段階のフィットを行う.

1. 4 個のパラメータのうち, α と β を固定し, f, a の 2 個のパラメータでフィットを行う. 固定する α, β として, 電子が入射した電磁シャワーの奥行き方向の発達を式 (5.1) でフィットした次の結果を用いた [11].

$$\alpha = 2.2 + 0.69 \ln E_0, \tag{5.5}$$

$$\beta = 0.47 + 0.014 \ln E_0. \tag{5.6}$$

ここで E_0 はシャワーの元になる電磁粒子のエネルギーであるが, ここでは電磁シャワー成分の 4 スーパーレイヤーのエネルギー和とした.

2. 1 で決定した a を固定し, α, β, f の 3 個のパラメータでフィットを行う.

4 GeV ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分をシャワー毎に式 (5.2) でフィットした例を図 5.4, 図 5.5 に示す. また, 4 GeV 電磁シャワー中の電磁シャワー成分をシャワー毎にフィットした例を図 5.6 に示す. 図 5.4 において, 上図は実験データと式 (5.3) から求めた S の値を用いてフィットを行った結果, 下図はそれを微分形にした結果である. 上図の各点は各スーパーレイヤーの応答の和なので, 横軸はそのスーパーレイヤーの中央の位置にプロットした. また, 下図の実験値の横軸は, 次式を満たす x の位置にプロットした [5].

$$g(x) = \frac{1}{t_H - t_L} \int_{t_L}^{t_H} g(t)dt. \tag{5.7}$$

ここで t_L, t_H はそれぞれ各スーパーレイヤーにおける深さ t の最小値, 最大値である. 図 5.4 の様に電磁シャワー中の電磁シャワー成分と同じ様な形をしているシャワーがある一

[3]タイル/ファイバーの光量の違いや光電子増倍管の増幅率の違い等により, 同じエネルギーの粒子が入射してもそれぞれの読み出しからの応答は異なる. これを等しくするために読み出し毎に掛けられる定数を応答較正値 (calibration constant) と呼ぶ. 解析データの較正には μ^- 粒子を用いているが, 具体的な方法は [7] に詳しい.

方, 図 5.5 の様に一つのスーパーレイヤーでほとんど全てのエネルギーを落としているシャワーも見られた. この様なエネルギーの落とし方はハドロンシャワー中の電磁シャワー成分に特徴的なもので, シャワーの形が鋭くなるためにパラメータ α, β は共に大きくなる. この原因として, π^0 中間子の崩壊により生じた 2 つの光子が入射方向と垂直に近い方向に運動したことが考えられる.

抽出した全ての電磁シャワー成分のフィットを行った結果, 次の 2 種類のシャワーに対してフィット出来ないという問題が生じた.

1. スーパーレイヤー 1 にピークがあるシャワー.
2. 全スーパーレイヤーに同程度のエネルギーを落とすシャワー.

1 については, 立ち上がりの情報が無いことが原因と考えられるため, スーパーレイヤー 1 の前に仮想的なスーパーレイヤーを考え, そこでのエネルギーが 0 MIPs であるとする補正を行った. 補正の前後でのフィット結果の違いを図 5.7 に示す. 補正前は t が小さいところでシャワーが発散していたが, 仮想的な点を加えて補正したことによりフィットすることが出来た. また, **2** については, 図 5.8 の様なシャワーの形から, 純ハドロンシャワー成分が誤って電磁シャワー成分として抽出されてしまったものであると考えられるが, これを防ぐために電磁シャワー成分の定義を改良することは今後の課題である. フィット出来なかった**2** のシャワーは以下の解析からは除外した. 4 GeV ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分の場合, 全シャワーに対して除外したシャワーの割合は 8.3 %であり, ピーク位置の依存性は見られなかった. この様子を図 5.9 に示す.

5.3.3 フィットパラメータの分布と各パラメータの相関

4 GeV ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分をシャワー毎にフィットした時の各パラメータ分布を図 5.10 (α), 図 5.12 (β), 図 5.14 (a), 図 5.15 (f) に示す. また, 4 GeV 電磁シャワー中の電磁シャワー成分のフィットパラメータ分布も合わせて同図に示す. 以下では, 各パラメータ分布の特徴とパラメータ間の相関について簡単に考察する.

立ち上がりのパラメータ α

電磁シャワー中の電磁シャワー成分の分布は, ほぼガウス分布になっており, 電磁シャワーを式 (5.1) でフィットした結果 [11] と一致した.

これと比較すると, ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分は次の 2 つの特徴があり, 分布はガウス分布にはならなかった.

1. α の値が小さい側にピークがある.
2. α の値が大きい側のテール部分が多い.

1 の原因として, 式 (5.5) にある様に, α がエネルギー依存性を持つことが挙げられる. ハドロンシャワーでは純ハドロンシャワー成分や他の電磁シャワー成分があるために, 一つの電磁シャワー成分の持つエネルギーが同じ入射運動量の電磁シャワーに比べて小さい. 従って, 同じ入射運動量の電磁シャワーに比べてピーク位置が α の小さい側にずれると考

えられる．このことを確認するため, 電子が入射した場合の入射運動量毎の α の分布を図 5.11 に示す．入射運動量が小さい程, ピークの位置が α の小さい側に移動していく傾向が確認出来る．また, **2** の原因として, 図 5.7 の例の様な鋭いシャワーが増加したことが挙げられる．シャワーの元になる電磁粒子が常に物質に垂直に入射する電磁シャワーとは異なり, ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分の元になる光子は様々な方向の運動量を持って生成される．さらに, 持っているエネルギーが小さいためにシャワーの続く距離が短い．これらの要因により, 奥行き方向に対して狭い範囲でシャワーが終わり, その結果 α の値が大きくなると考えられる．

テールのパラメータ β

β の分布は α の分布と同じ傾向を示している．しかし, 式 (5.6) にある様に, α に比べてエネルギー依存性は非常に小さい．α の場合と同様に, 電子が入射した場合の入射運動量毎の β の分布を図 5.13 に示す．入射運動量が低いほど分布の幅が拡がる傾向は見られるが, 式が示す通りピークの位置にほとんど変化はなかった．それにも関わらず, ピークの位置が β の値の小さい側にずれる原因を現在究明中である．

開始位置のパラメータ a

電磁シャワーに対して, ピークの位置毎にシャワーを分けてその開始の位置の分布を見ると, それぞれはガウス分布をしていることが分かった．ピークがスーパーレイヤー 2 にあるシャワーの場合, 分布の平均値は $0.38\ X_0$, 幅は $0.65\ X_0$ となる．

ハドロンシャワーでは, 電磁シャワーを起こす事象は深さが増すにつれて指数関数的に減少する傾向が見られた．物質の深さ t の単位に原子核相互作用長を用いてこの分布を指数関数でフィットすると,

$$N_{shower} = 179 \times e^{-0.98t}, \tag{5.8}$$

となった．これは, $1\ \lambda_I$ の深さでは電磁シャワーを起こす事象が $1/e$ に減少することを意味する．解析データのエネルギー領域では, シャワーの元になる粒子は入射粒子のみと考えられるため[4], この結果は原子核相互作用長の定義と比較して妥当な結果である．

規格化定数 f

規格化定数 f は, 全エネルギーに対して電磁シャワー成分の持っているエネルギーの割合に相当する．従って, 電磁シャワー成分しか持たない電磁シャワーの場合, 分布は 1 を中心としたガウス分布になる．

一方, ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分では, 純ハドロンシャワー成分や他の電磁シャワー成分の有無により一つの電磁シャワー成分の持つエネルギーが異なるため, 分布

[4]入射粒子のエネルギーが高くなると, シャワー中で生成された $\pi^{\pm}$ 中間子等も十分なエネルギーを持っており, 新たなシャワーの元になることが出来る．これらの粒子にとって t=0 は, 入射粒子が物質に入射した場所ではなく自らが生成された深さであるため, 高いエネルギー領域では a の分布は違ったものになると考えられる．

は図の様になる. ここで f が小さいシャワーは一つの事象中に電磁シャワー成分が複数ある場合か, 事象中に大きな純ハドロンシャワー成分がある場合に対応する.

パラメータ間の相関

図 5.16 に示す様にパラメータ α と β の間に強い正の相関が見られた. ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分の方が分布の幅が広いが, これはパラメータ α の分布に対する考察で述べた様に α にエネルギー依存性があるためと考えられる. α vs β の強い相関は, 電磁シャワーを式 (5.1) でフィットした結果 [11] と一致する. それ以外のパラメータ間の相関分布を図 5.17, 図 5.18 に示す. どの組み合わせでも α vs β の様な大きな相関は見られなかった.

5.3.4 フィットパラメータ分布を用いた電磁シャワー成分の再現

第 5.3.2 節で電磁シャワー成分のフィットを行い, そのフィットパラメータ分布を得た. そこで, これらの分布に従う乱数を生成することで電磁シャワー成分のシミュレーションを行う. 但し, 前節で見た様にパラメータ α と β の間には図 5.16 の相関があるため, 以下の方法でこの相関分布を再現し, 相関を持ったパラメータを生成する. それ以外のパラメータについては特に大きな相関は無いため, 各パラメータ分布に従う独立な乱数を与えることでパラメータを生成する. 但し, ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分では, 事象中に電磁シャワー成分が幾つ含まれるかによって各パラメータ分布が異なるため, それぞれについて対応する分布からパラメータを生成する.

第 4 章で, 相関を持ったパラメータ $\vec{\delta}$ を互いに独立なパラメータ $\vec{\tilde{\delta}}$ に変換し, $\tilde{\delta}_i$ 分布から乱数を生成して逆変換することで元のパラメータの相関を再現する方法を示した. 同じ方法を用い, フィットパラメータ α と β の相関を再現する. ここで,

$$\vec{\delta} = \begin{pmatrix} \delta_\alpha \\ \delta_\beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha^{(k)} - \bar{\alpha} \\ \beta^{(k)} - \bar{\beta} \end{pmatrix}, \tag{5.9}$$

であり, Covariance Matrix 等の各行列は 2×2 の行列となる.

4 GeV 電磁シャワー中の電磁シャワー成分と 4 GeV ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分に対して, 相関分布再現までの各段階における α と β の相関分布の様子を図 5.19, 図 5.20 に示す. 電磁シャワー中の電磁シャワー成分の場合, パラメータ α と β の分布がともにほぼガウス分布になるために, 変換後のパラメータは相関が無く互いに独立になった. その結果, この分布に従う乱数を逆変換することで得られたシミュレーションの分布は, 実験データの分布を良く再現することが出来た. 一方, ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分では, α と β の分布がガウス分布にならないために, 変換後のパラメータでも相関が残ってしまった[5]. しかし, 第 4 章で扱った波高値の揺らぎの分布 (図 4.3) に比べて, ガウス分布からのずれが小さいために, シミュレーションの分布は実験データの分布をある程度再現することが出来た.

以上で α と β の相関も含めて各フィットパラメータを生成することが出来たので, これを用いて電磁シャワー成分のシミュレーションを行った. ハドロンシャワー中の電磁シャ

[5] $\tilde{\delta}_\alpha$ の値が大きくなるにつれて $\tilde{\delta}_\beta$ の分布の幅が広くなることから相関があることが確認出来る.

ワー成分を再現した例を図 5.21 に示す. まず, 生成した各パラメータを式 (5.2) に代入することでシャワーの形を再現する (上図). さらに, 第 5.3.2 節で S を求めたのと同じ要領で, プラスチックシンチレータがある深さに対応する 5 点の和を取り, これを各スーパーレイヤーでの波高値とした (下図).

5.3.5 電磁シャワーシミュレーション

本章の解析の主目的はハドロンシャワーのシミュレーションであるが, 電磁シャワー成分の再現を行う方法を用いて電磁シャワーのシミュレーションを行うことが出来る. これは電磁シャワー成分が正しく再現されているかを確かめる上でも重要となる.

幾つかのスーパーレイヤーに対するシミュレーション結果を図 5.22 に示す. スーパーレイヤー 1 の分布で, シミュレーションにだけ波高値が 0 MIPs の事象が現れた. これは, 図 5.14 に示したピークがスーパーレイヤー 3 にあるシャワーの一部に対応している. これらのシャワーは開始位置がスーパーレイヤー 2 以降であるために, スーパーレイヤー 1 での波高値が 0 MIPs となってしまう. これは電磁シャワー成分の定義により, ピークがスーパーレイヤー 3 以降にあるシャワーについてはスーパーレイヤー 1 の情報を無視してしまうためと考えられる. 一方で, 第 4 章では完全には再現出来なかったスーパーレイヤー 5 の分布が再現出来た. これより, 本章のシミュレーションは元の分布がガウス分布ではない場合にも有効であることが分かった. また, 各スーパーレイヤーでの平均波高値を図 5.23 に示すが, 前述のスーパーレイヤー 1 を除き, 実験データの分布を再現することが出来た.

カロリメータ応答のシミュレーション結果を図 5.24 に示し, 応答の平均値とエネルギー分解能を表 5.1 にまとめる[6]. 応答の平均値を再現することは出来たが, エネルギー分解能が悪くなった. これは, 現在扱っている 4 スーパーレイヤーではフィットのための情報が少なすぎるためと考えられる. 第 5.3.2 節で述べた様に, 式の自由度に対してフィットに用いられるデータ数が少ないために, パラメータに対する誤差がある程度大きくなってしまう. 電磁シャワーの場合, カロリメータ応答は規格化定数 f と関係が深いため, f の分布の幅が広がる影響でカロリメータ応答の分布の幅も広くなり, エネルギー分解能が悪くなったと考えられる. これを確かめるために, 電磁シャワー成分のフィット範囲をピークの 2 つ前から 4 つ後ろまでに広げてフィットを行い, そのフィットパラメータ分布を用いてシミュレーションを行った. その結果, 図 5.25, 表 5.1 に示す様にエネルギー分解能が実験データと誤差の範囲内で一致した. 但し, これは電磁シャワーに対してのみ使用可能な方法であり, 2 つの電磁シャワー成分がくっついている様な事象があるハドロンシャワーに対しては用いることが出来ない.

ある 2 層間の揺らぎの相関分布のシミュレーション結果を図 5.26 に示す. 前述した様にスーパーレイヤー 1 の分布が再現されていないため, 左図の分布は実験データの分布とは異なる部分があるが, 相関の様子は良く再現出来ている. 全体の相関を見るために, Covariance Matrix C を求め図 5.27 に示した. シミュレーションでは揺らぎそのものの大きさが実験データに比べて大きいが, やはり揺らぎの相関の様子は良く再現することが出来た.

以上から, 本章の解析方法を用いた電磁シャワー成分の再現について次のことが言える.

[6]使用事象数が違うため, 実験データの値が表 4.1 の値と異なるが, 誤差の範囲で一致している.

入射運動量 (GeV/c)		2	3	4
応答の平均値 (MIPs)	Dat	46.23 ± 0.08	70.74 ± 0.10	94.06 ± 0.14
	Sim	46.09 ± 0.09	70.16 ± 0.13	93.14 ± 0.17
	Sim*	46.55 ± 0.06	70.58 ± 0.11	93.83 ± 0.14
エネルギー分解能 (%)	Dat	11.06 ± 0.13	8.95 ± 0.12	7.93 ± 0.11
	Sim	12.76 ± 0.18	10.95 ± 0.17	9.81 ± 0.16
	Sim*	11.09 ± 0.14	9.04 ± 0.13	7.96 ± 0.11

表 5.1: 電子に対するカロリメータ応答の平均値とエネルギー分解能のシミュレーション結果. Dat は実験データ, Sim はシミュレーション, Sim*は電磁シャワー成分のフィット範囲を広げた時のシミュレーションを表す.

- ピークの 2 つ前のスーパーレイヤーに大きなエネルギーを落とす場合を除き, 各スーパーレイヤーでの波高値を再現することが出来る.
- カロリメータ応答のエネルギー分解能が 10 ~ 20 %悪くなるが, 応答の平均値は再現することが出来る. さらに, 事象中に電磁シャワー成分が 1 個しか無い場合, フィットの範囲を広げることでエネルギー分解能も再現可能となる.
- 奥行き方向の相関を再現することが出来る.

このことから, 現在の方法でハドロンシャワー中の電磁シャワー成分を十分再現出来ると判断し, これをハドロンシャワーのシミュレーションに用いることにした.

5.4 純ハドロンシャワー成分

5.4.1 波高値分布を用いた純ハドロンシャワー成分の再現

図 4.1 に示した様に, 純ハドロンシャワー成分は奥行き方向の各スーパーレイヤーに対して数 MIPs のエネルギーを落としていく. その発達の特徴は電磁シャワー成分とは大きく異なり, 純ハドロンシャワー成分の事象毎の奥行き方向の発達を表す関数は現在までのところ知られていない. また, 図 4.4 に示した様に, 純ハドロンシャワー成分の奥行き方向の発達には電磁シャワー成分の様なはっきりとした相関は見られない. 以上を考慮し, 各スーパーレイヤーにおける純ハドロンシャワー成分の波高値の分布を求め, これに従う独立な乱数を生成することで各スーパーレイヤーでの波高値を再現する.

ここで問題となるのが, 電磁シャワー成分との相関である. 入射粒子のエネルギーが一定であるために, 事象中に大きなエネルギーを持った電磁シャワー成分や複数の電磁シャワー成分があると純ハドロンシャワー成分のエネルギーは小さくなると考えられる. 従って, 電磁シャワー成分のエネルギー和と純ハドロンシャワー成分のエネルギー和の間には相関が存在する. 単純に各スーパーレイヤーでの波高値に従う乱数を与えるだけでは, この相関を再現することは出来ない. そこで電磁シャワー成分のエネルギー和毎に各スーパーレイヤーでの純ハドロンシャワー成分の波高値分布を求め, シミュレーションの電磁シャ

ワー成分[7] のエネルギー和に応じ, 元になる分布を変えて再現を行った.

4 GeV ハドロンシャワーに対して, 電磁シャワー成分のエネルギー和とスーパーレイヤー 12 における純ハドロンシャワー成分の波高値の分散図を図 5.28 に示す. 電磁シャワー成分のエネルギー和の大きさに応じて図中の点線で分布を 9 区間に分割し, 各区間毎に含まれる事象の波高値分布を求めた. 各分布の平均波高値を図 5.29 に示す. 電磁シャワー成分のエネルギー和が大きいほど平均波高値が小さくなる傾向が確認出来た. 図 5.14 に示した様に電磁シャワー成分は前方のスーパーレイヤーに多いため, この傾向は後方のスーパーレイヤーで顕著に現れる. 電磁シャワー成分のエネルギー和と純ハドロンシャワー成分 [7] のエネルギー和の相関分布を図 5.30 に示す. 上記の方法を用いたことで, 実験データの相関分布を再現することが出来た.

5.4.2　奥行き方向の揺らぎの相関

前節では, 純ハドロンシャワー成分の奥行き方向の揺らぎに相関が無いと仮定し再現を行った. この仮定が妥当であるかを検証するために実験データに対して揺らぎの相関を求める. ここで用いるのは, 式 (4.2) で定義した揺らぎの相関を表す Covariance Matrix C である.

4 GeV ハドロンシャワー中の純ハドロンシャワー成分に対する行列 C_H [8] の j を固定した時の断面図を図 5.31 に示す. また, シミュレーションに対する行列 C_H も合わせて同図に示す. シミュレーションでは純ハドロンシャワー成分に相関が無いと仮定し独立な乱数を生成したため, 行列 C_H はほぼ対角行列となる. 一方, 実験データでは対角行列とはならず, 相関があることを示している. しかし, 図 5.32 に示す様に, ある 2 つの深さ間での純ハドロンシャワー成分の揺らぎの相関を見ると, 実験データとシミュレーションで大きな違いは見られない. また, 純ハドロンシャワー成分は電磁シャワー成分に比べて波高値が小さいため, 電磁シャワー成分が多い前方のスーパーレイヤーでは影響は小さいと考えられる. 以上の理由から, 本解析では純ハドロンシャワー成分の揺らぎの相関は無視することにした. この相関をどのようにしてシミュレーションに組み入れるかは今後の課題である.

5.5　ハドロンシャワーシミュレーション

前節までにハドロンシャワーを構成する 2 つの成分である電磁シャワー成分と純ハドロンシャワー成分の再現を行うことが出来た. 本節では 2 成分を組み合わることでハドロンシャワー全体の再現を行い, 実験データと比較する.

5.5.1　2 成分の合成

まず最初に再現した 2 成分の合成を行う. 第 5.2 節で行った電磁シャワー成分の抽出方法を考慮し, 2 成分の波高値を単純に足し合わせるのではなく以下の方法で合成した.

純ハドロンシャワー成分は, ほぼ全てのスーパーレイヤーに数 MIPs のエネルギーを落と

[7]シミュレーションにおける電磁シャワー成分, 純ハドロンシャワー成分の定義は第 5.5.1 節で述べる.
[8]純ハドロンシャワー成分の波高値の揺らぎに対する行列 C を C_H と表すことにする.

すため, 電磁シャワー成分として抽出したスーパーレイヤーの中にも純ハドロンシャワー成分が含まれている. 従って, これまで電磁シャワー成分として扱ってきたものは, 正確には純ハドロンシャワー成分の "ゲタ" を含んだ電磁シャワー成分である. 同様に, 純ハドロンシャワー成分も電磁シャワー成分の立ち上がり部分やテール部分を含んでいる.

そこで, 2 成分を合成する際には電磁シャワー成分が存在する 4 スーパーレイヤーでは電磁シャワー成分の波高値を, それ以外のスーパーレイヤーでは純ハドロンシャワー成分の波高値を代入した. 電磁シャワー成分の 4 スーパーレイヤーの定義は, 実験データと同じくピークの 1 つ前から 2 つ後ろまでである.

4 GeV ハドロンシャワーのシミュレーション結果について, 2 成分の合成を行った例を図 5.33 に示す. 図中, 点線で囲まれた領域のスーパーレイヤーには電磁シャワー成分を, それ以外には純ハドロンシャワー成分を用いている. 図 5.33 の例では電磁シャワー成分が 2 個あるが, 一つの事象に含まれる電磁シャワー成分数は図 5.2 に示した実際のデータの分布に従う様にしている.

5.5.2 実験データとの比較

シミュレーションが成功しているかを確認するために実験データとの比較を行う.

4 GeV ハドロンシャワーに対して, 幾つかのスーパーレイヤーに対するシミュレーション結果を図 5.34 に示す. 第 4 章では, ガウス分布ではないハドロンシャワーの波高値分布を再現することは出来なかったが, 本章ではどのスーパーレイヤーにおいても実験データの分布をほぼ再現することが出来た. さらに, 各スーパーレイヤーでの平均波高値の比較を図 5.35 に示す. 波高値が小さいため誤差が大きくなる後方のスーパーレイヤーを除いて, 実験データの形をほぼ再現することが出来た.

カロリメータ応答のシミュレーション結果を図 5.36 に示し, 応答の平均値とエネルギー分解能を表 5.2 にまとめる. 2 GeV のエネルギー分解能が悪いが, これはカロリメータ応答の平均値 42 MIPs に対して電磁シャワー成分の要求 (4 スーパーレイヤーの和が 24 MIPs) が大きいために, 電磁シャワー成分と純ハドロンシャワーの分離がうまくいかず, 結果としてエネルギー分解能が悪くなったと考えられる. 3 GeV と 4 GeV については, 4 GeV の高エネルギー領域にわずかにテール部分が現れてしまったが, 全体的に実験データの分布を良く再現することが出来た. また, 応答の平均値とエネルギー分解能に関しても, 実験データと誤差の範囲内で等しくなった.

ある 2 層間の揺らぎの相関分布を図 5.37 に示す. 2 成分を分離してそれぞれ個別に再現したことにより, 第 4 章では再現出来なかったハドロンシャワーの相関分布を再現することが出来た. さらに, 全体の相関を見るために Covariance Matrix C を求め, これについても比較を行った. その結果を図 5.38 に示す. 実験データに比べて, シミュレーションでは相関の及ぶ範囲が多少狭くなった. これは, 電磁シャワー成分を 4 スーパーレイヤーとしていること, また, 純ハドロンシャワー成分の相関を無視していることが原因と考えられる. しかし, 隣り合ったスーパーレイヤーの相関は良く再現されており, 実験データに比べると小さいが遠くのスーパーレイヤーの相関も再現することが出来た. 従って, 全体としては比較的良くシミュレーション出来ていると言える.

入射運動量 (GeV/c)		2	3	4
応答の平均値	Dat	41.85 ± 0.17	61.89 ± 0.19	81.53 ± 0.22
(MIPs)	Sim	41.97 ± 0.19	61.72 ± 0.20	81.47 ± 0.23
エネルギー分解能	Dat	25.72 ± 0.35	20.07 ± 0.25	17.41 ± 0.22
(%)	Sim	27.62 ± 0.36	19.83 ± 0.28	17.36 ± 0.23

表 5.2: π^- 中間子に対するカロリメータ応答の平均値とエネルギー分解能のシミュレーション結果. Dat は実験データ, Sim はシミュレーションを表す.

5.6 粒子識別

第 5.3.3 節で電磁シャワー成分の奥行き方向の発達をフィットした時のフィットパラメータ分布を示したが, これらの分布は電磁シャワーとハドロンシャワーで異なっている. そこで, $\tilde{\delta}_\alpha$, $\tilde{\delta}_\beta$, a, f の分布を用いて第 4.7.1 節で定義した $-\log$ likelihood を求め e/π 識別を行う. 但し, 複数の電磁シャワー成分を含むハドロンシャワーの場合は, 最もエネルギーの大きい電磁シャワー成分のフィットパラメータを用いた. また, 電磁シャワー成分が 1 つも無い事象についてはこの方法では粒子識別は出来ないため, 解析からは除外した.

入射運動量 4 GeV/c の電子トリガー事象, π^- 中間子トリガー事象に対してパラメータ a の分布を用いて likelihood を求めた結果を図 5.39 に示す. 図 5.14 に示した様に, a の分布は電子と π^- 中間子で大きく異なるため likelihood の分布ははっきりと分かれる. しかし, 電子事象が分布する数 X_0 の領域には π^- 中間子も比較的多いため識別能力はあまり高くはならない. 各パラメータを単独で用いた時の π 中間子除去能力を図 5.40 に示すが, 高い識別能力は得られなかった.

全てのパラメータ分布を用いて L_e を求めた結果を図 5.41 に示す. また, 使用するパラメータ分布の数を変えた時の π 中間子除去能力の比較を図 5.42 に示す. パラメータは識別能力が高い a, f, $\tilde{\delta}_\beta$, $\tilde{\delta}_\alpha$ の順番で用いている. 第 4 章の方法や一般に行われている方法と比較して高い識別能力は得られなかった. これは, 電磁シャワー成分同士を比較しているために, シャワーの発生点やエネルギー以外は入射粒子にあまり依存せず, 分布が近くなってしまったためと考えられる.

そこで, 第 4 章と同様にフィットパラメータの L_e と一般的な方法である f を組み合わせて識別を行う. モード数 3 の $-\log$ likelihood と $i = 7$ の f の相関を図 5.43 に示す. L_e は電磁シャワー成分に関する情報しか含んでいないため, 第 4 章の場合 (図 4.23) と比較する相関が弱い. 図中の領域で分けることにより, 3.7×10^{-3} (electron efficiency 90 %) という π 中間子除去能力が得られた. これは第 4 章の結果に比べると悪いが, f を単独で用いた場合よりも 2 倍良い識別能力である. 従って, 電磁シャワー成分のフィットパラメータも e/π 識別能力を向上させるために有効であることが示せた. それぞれの方法に対して, 最も高い π 中間子除去能力を入射運動量毎に図 5.44 に示し, 表 5.3 にまとめる[9]. 前述した様に, フィットパラメータ単独では識別能力は低いが, f と組み合わせて用いることで識別能力を高められることが分かった.

[9] f の値が表 4.2 と違うのは, 使用事象数が異なり, さらに電磁シャワー成分が無い事象を除いているためである.

入射運動量 (GeV/c)		2	3	4
フィットパラメータ (L_e)	90 %	6.42 ± 0.84	4.25 ± 0.52	2.61 ± 0.37
	95 %	10.8 ± 0.11	6.37 ± 0.63	5.10 ± 0.52
	98 %	16.4 ± 0.13	12.2 ± 0.87	14.7 ± 0.88
一般的な方法 (f)	90 %	5.09 ± 0.75	2.50 ± 0.40	0.80 ± 0.21
	95 %	6.97 ± 0.88	3.50 ± 0.47	1.22 ± 0.25
	98 %	10.5 ± 1.08	5.37 ± 0.58	2.55 ± 0.37
L_e と f 両方	90 %	2.65 ± 0.54	1.44 ± 0.30	0.37 ± 0.14
	95 %	4.42 ± 0.70	2.31 ± 0.38	0.96 ± 0.23
	98 %	8.85 ± 0.99	4.37 ± 0.52	2.50 ± 0.36

表 5.3: 電磁シャワー成分のフィットパラメータを用いた π 中間子除去能力. 表中の値は $\times 10^{-2}$ であり, 90, 95, 98 %は electron efficiency を表す.

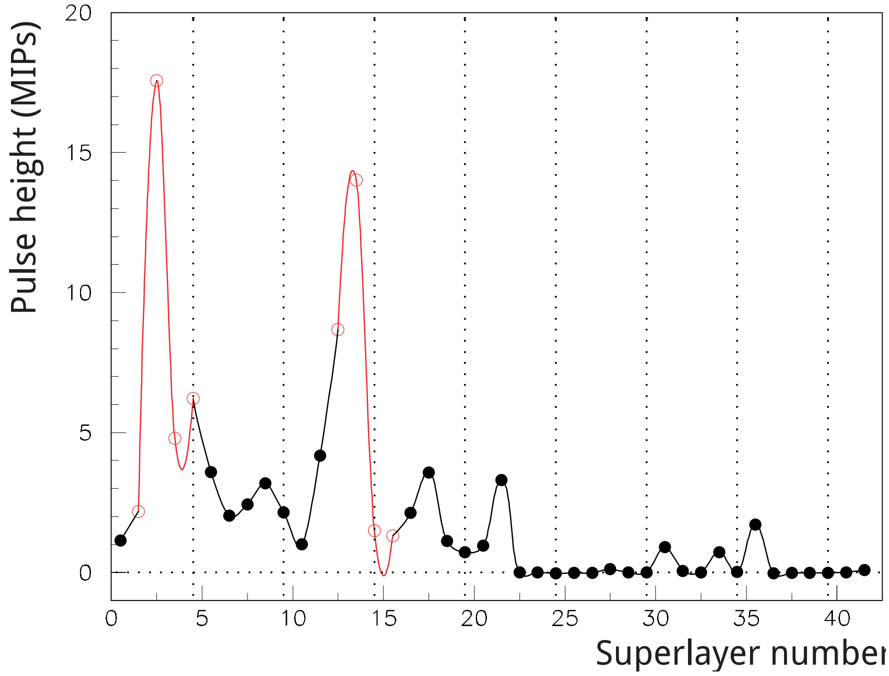


図 5.1: ハドロンシャワーを分離した例. 白抜きの点を電磁シャワー成分, その他を純ハドロンシャワー成分とみなす.

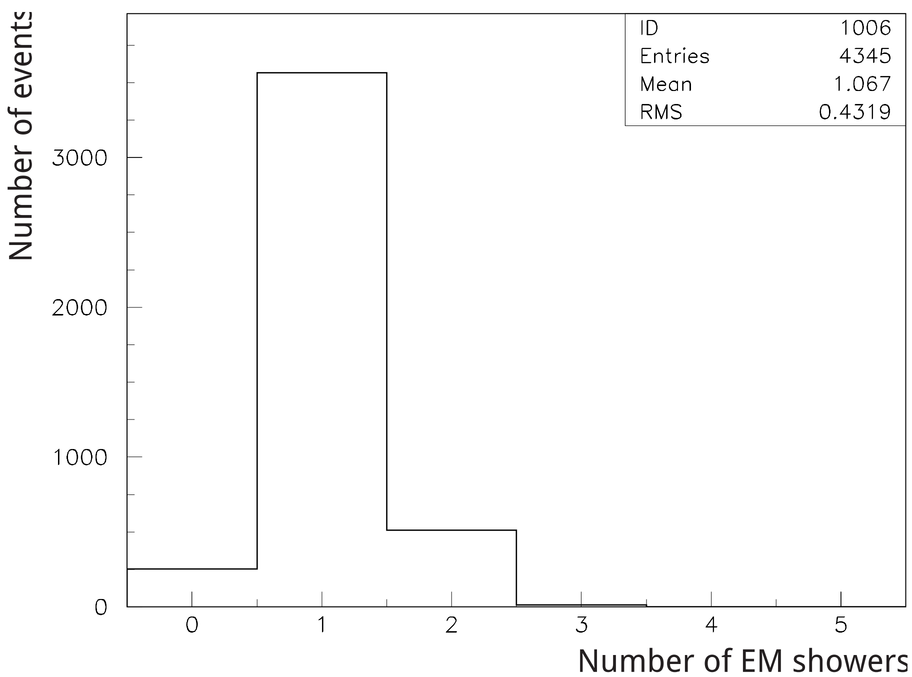


図 5.2: ハドロンシャワーの一事象中に含まれる電磁シャワー成分の数 (4 GeV π^-).

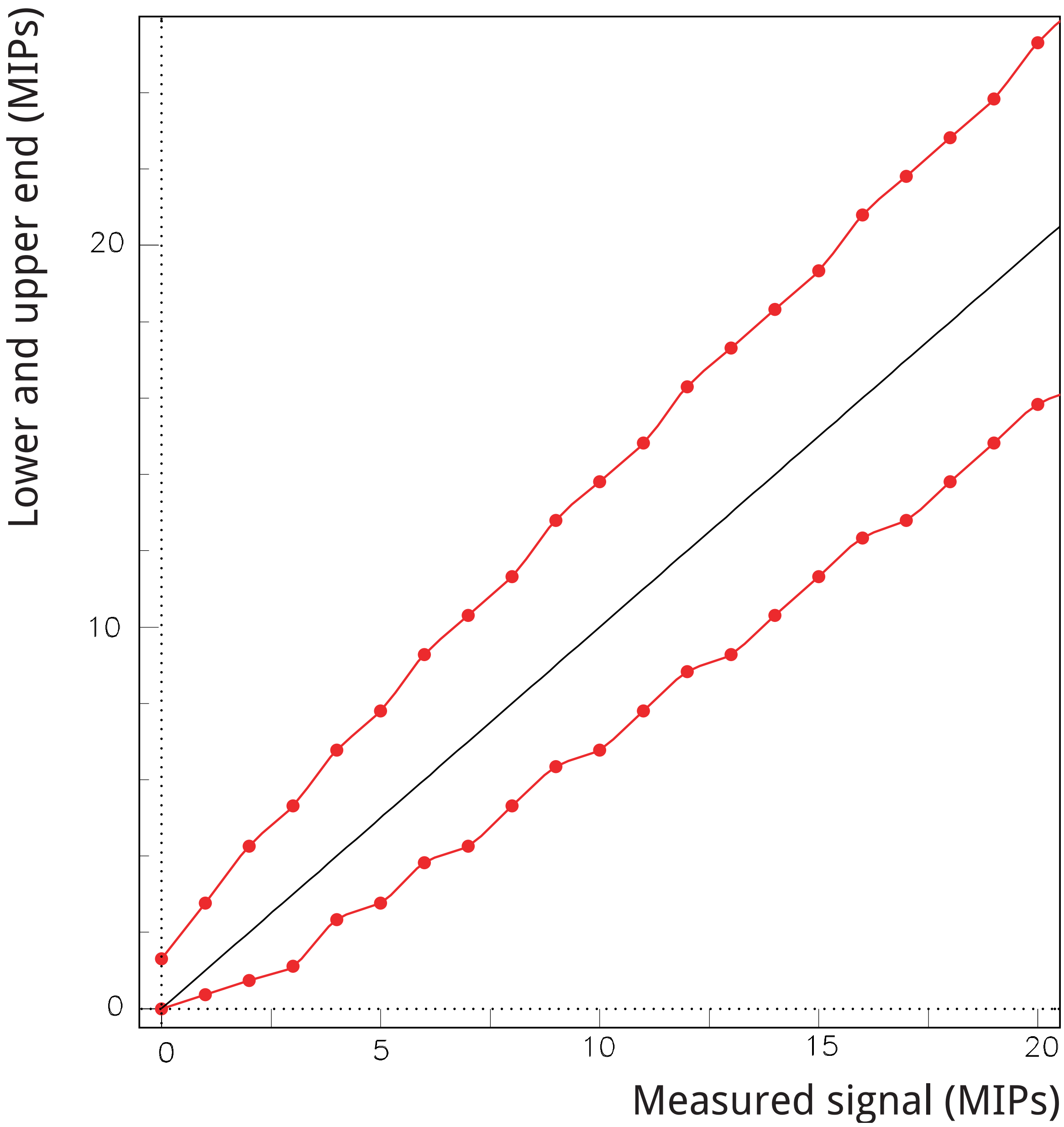


図 5.3: 小さな応答に対するポアッソン分布の誤差.

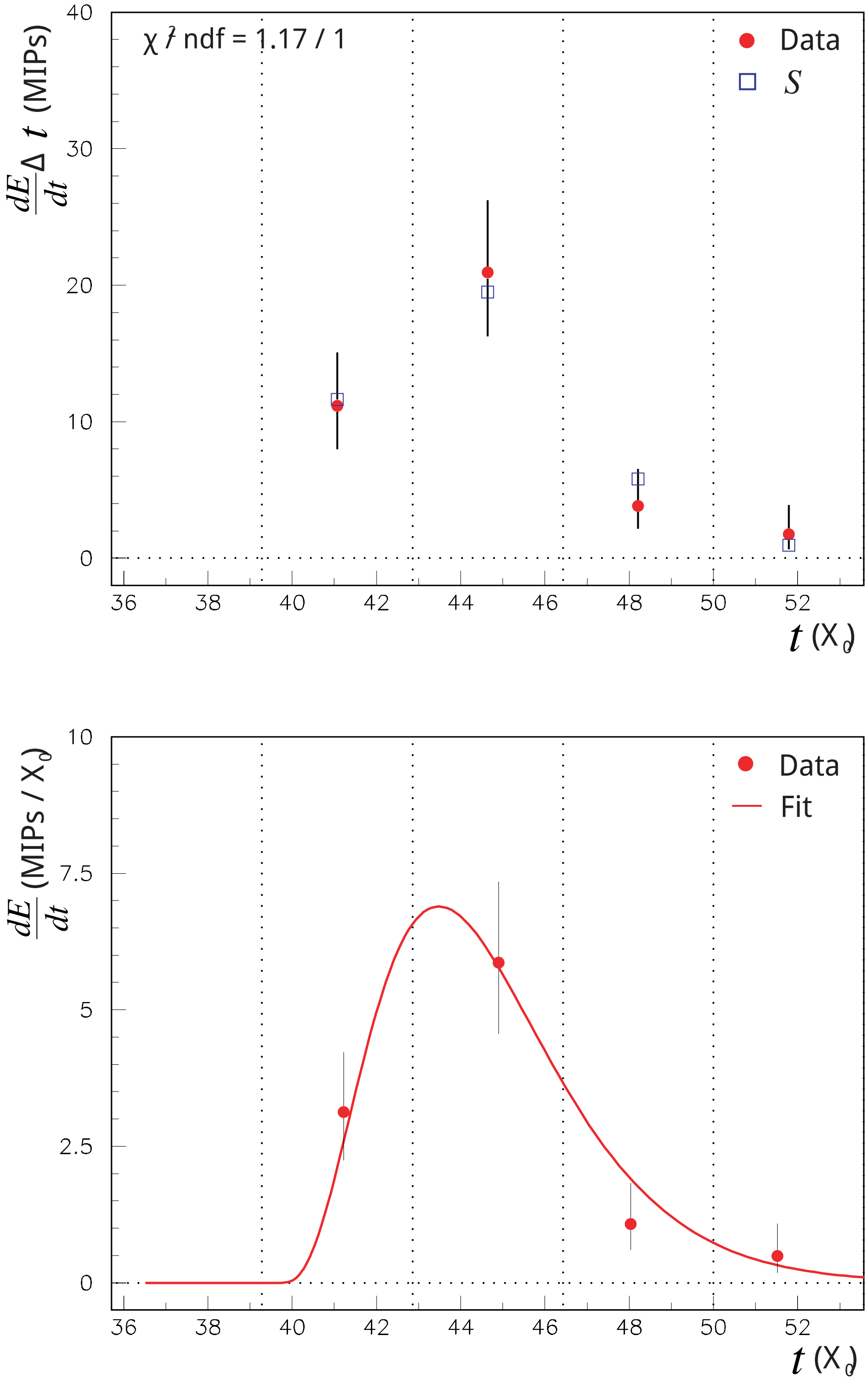


図 5.4: ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分をフィットした例 1 (4 GeV π^-). 上) 実験データ (丸点) と S(四角点) の値を用いてフィットした結果, 下) 上図を微分形にしたもので, 丸点が実験データ, 曲線がフィット結果を表す.

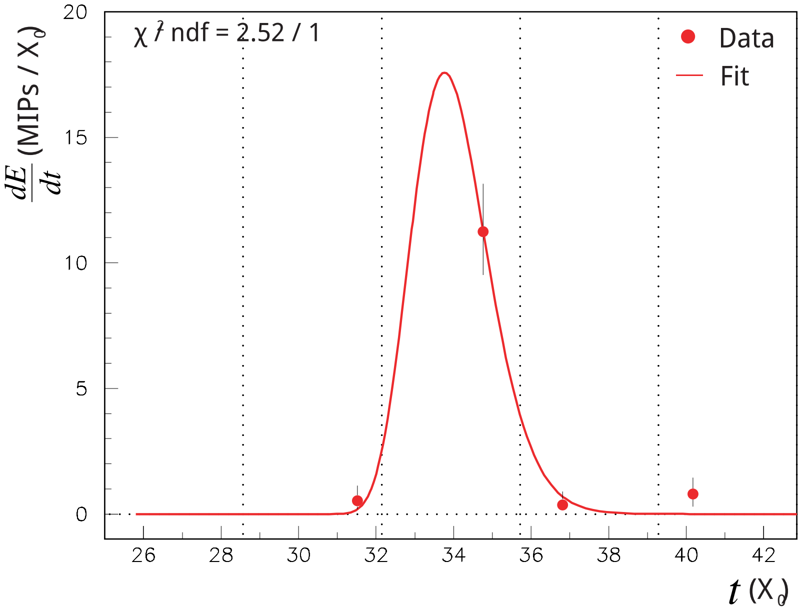


図 5.5: ハドロンシャワー中の電磁シャワー成分をフィットした例 2 (4 GeV π^-). 丸点が実験データ, 曲線がフィット結果を表す. ピークのスーパーレイヤー 1 つにほとんど全てのエネルギーを落としているため, シャワーの形が鋭く, α, β は共に大きくなる.

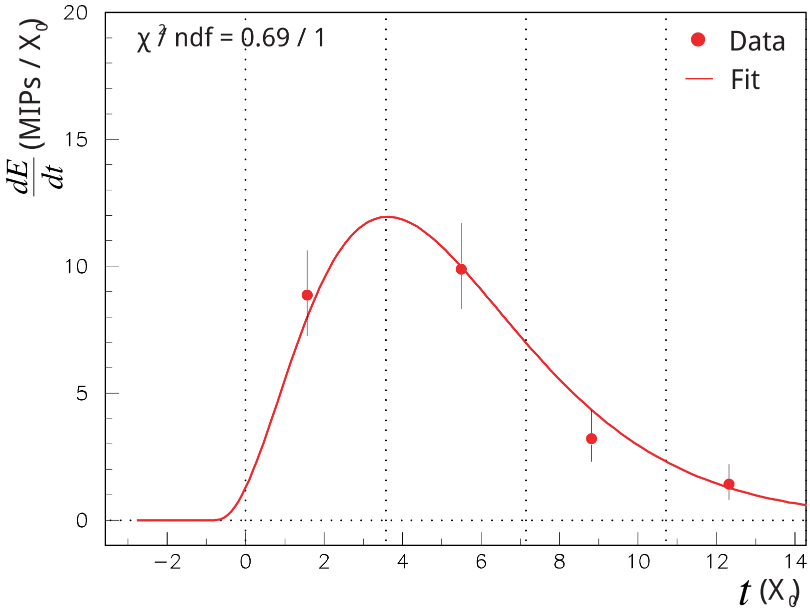


図 5.6: 電磁シャワー中の電磁シャワー成分をフィットした例 (4 GeV e^-). 丸点が実験データ, 曲線がフィット結果を表す.

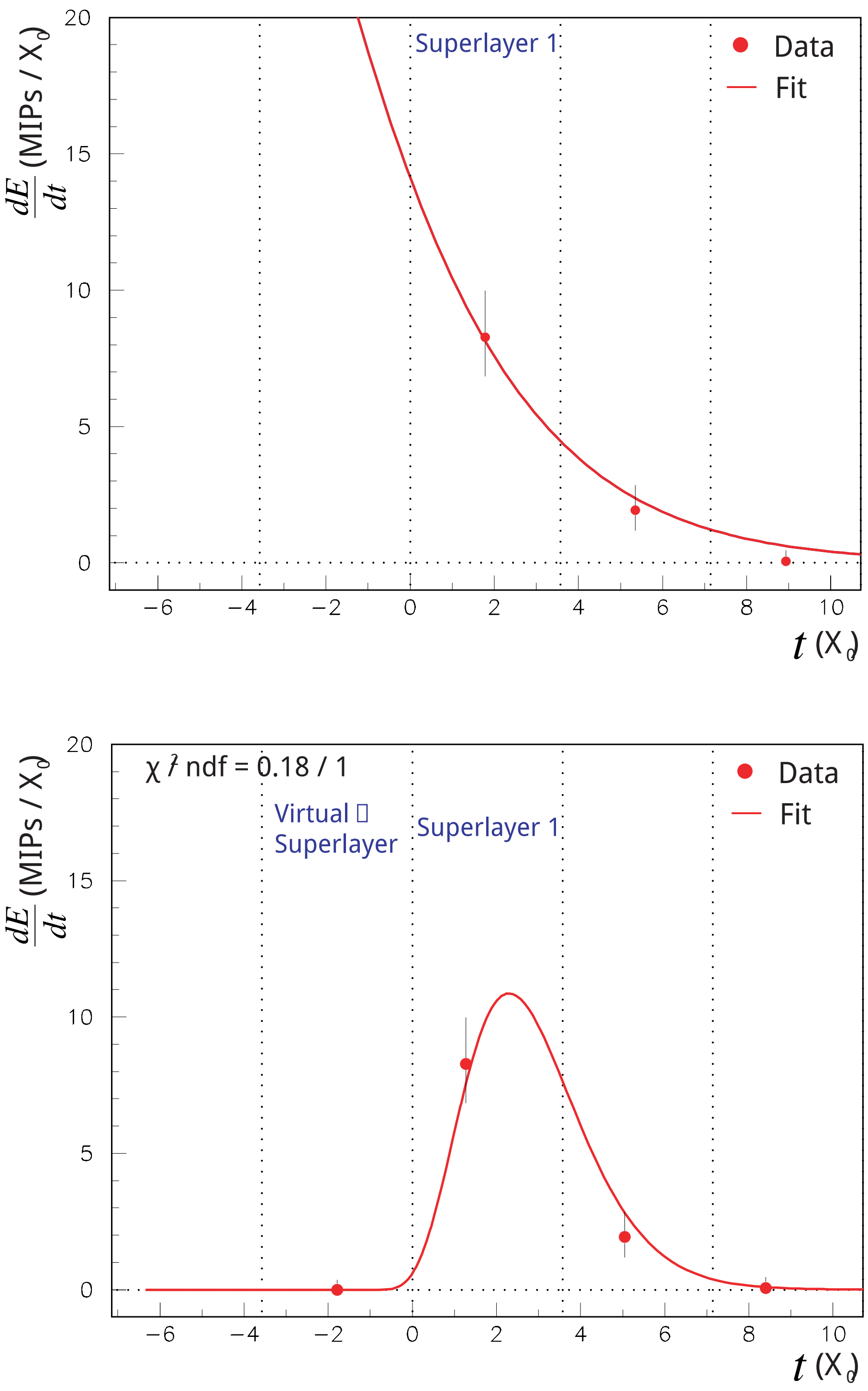


図 5.7: ピークがスーパーレイヤー 1 の電磁シャワー成分に対して補正を加えてフィットした例 (4 GeV π^-). 上) 補正前, 下) 補正後. 丸点が実験データ, 曲線がフィット結果を表す. 補正前はシャワーが発散しフィット出来ていないが, 仮想的なスーパーレイヤーを加えた補正後はフィットに成功している.

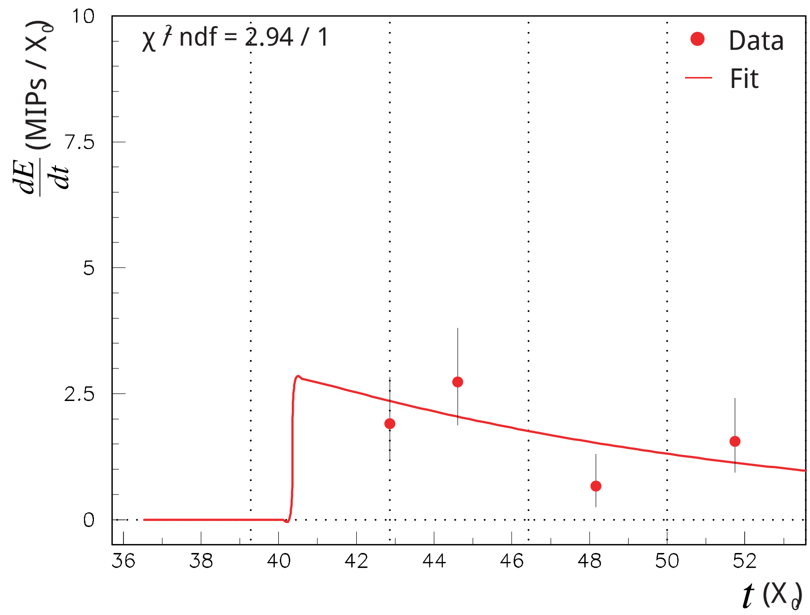


図 5.8: フィット出来ない電磁シャワー成分の例 (4 GeV π^-). 丸点が実験データ, 曲線がフィット結果を表す. 4 スーパーレイヤーに落としたエネルギーがほとんど同じのため, シャワーの形が不連続になりフィットに失敗している.

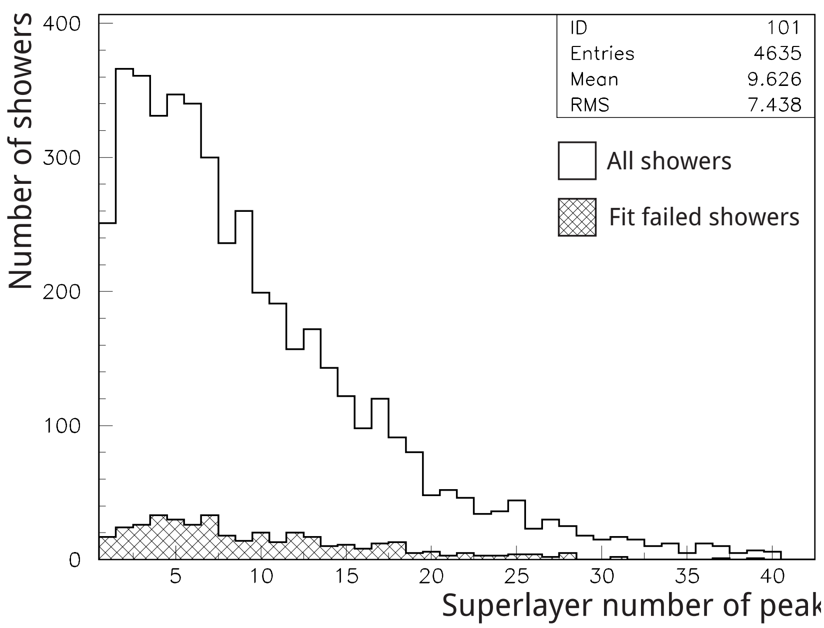


図 5.9: ピーク位置毎のフィット出来ない電磁シャワー成分の数 (4 GeV π^-). 白抜きが全シャワー, 網掛けがフィット出来ないシャワーを表す. ピーク位置に対する依存性は見られない.

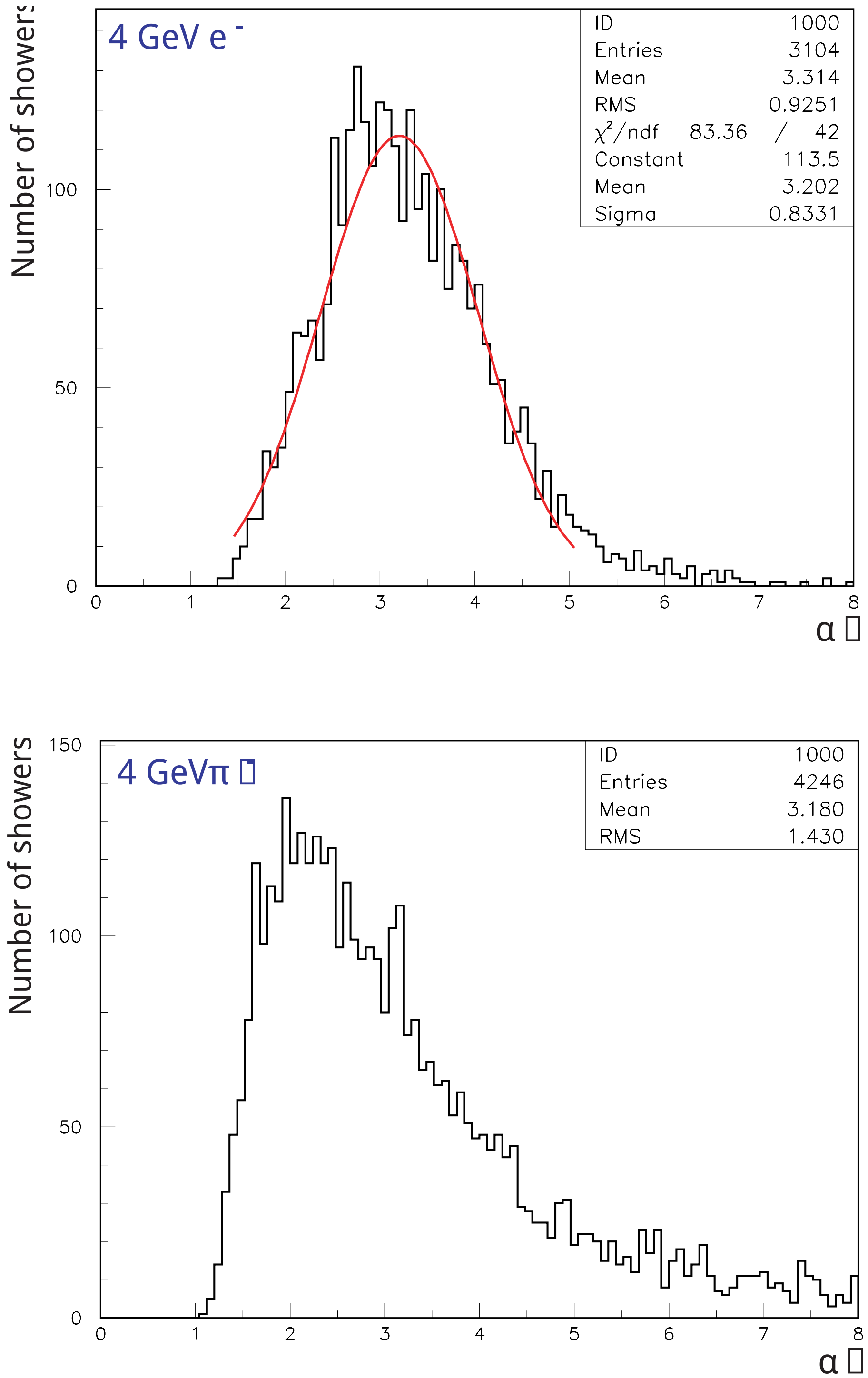


図 5.10: フィットパラメータ α の分布. 上) 4 GeV e^-, 下) 4 GeV π^-.

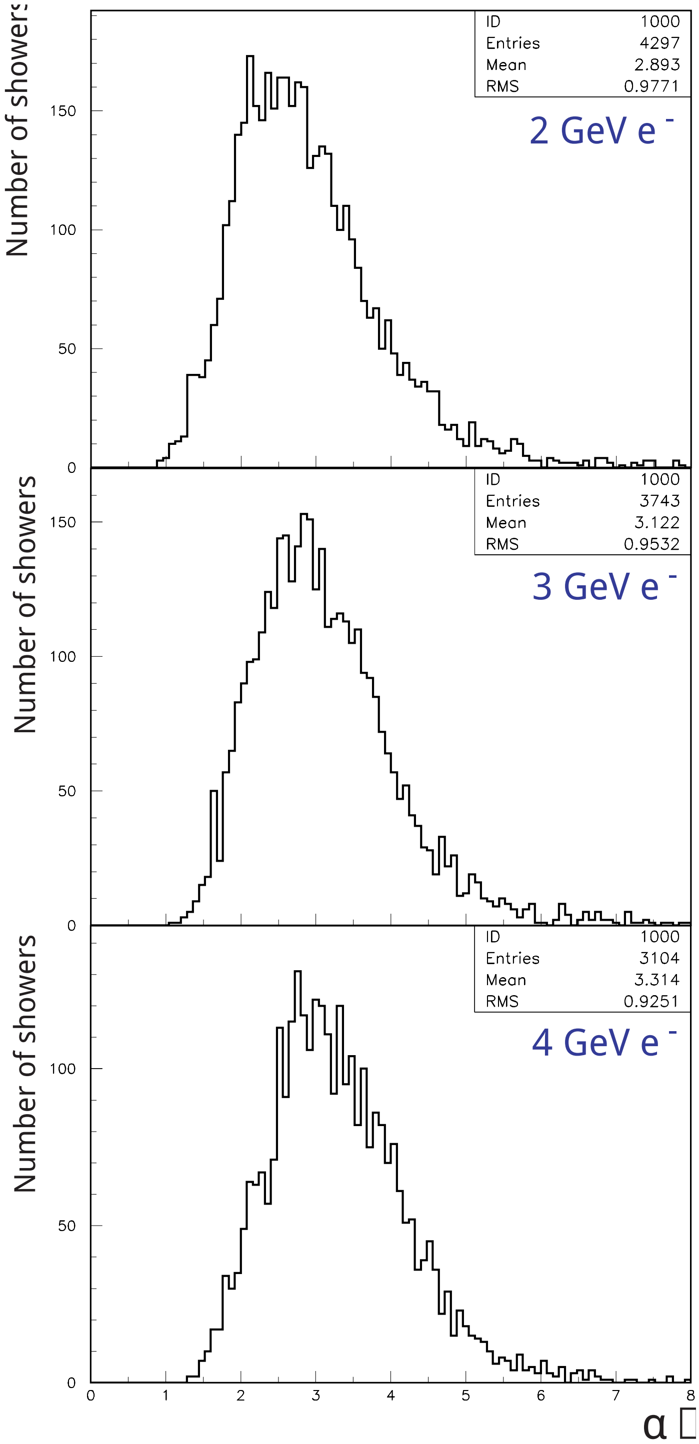


図 5.11: 入射運動量毎のフィットパラメータ α の分布. 上から 2 GeV/c, 3 GeV/c, 4 GeV/c e^-. エネルギーが低くなるに従って, ピークの位置が α の小さい方に移動していくのが確認できる.

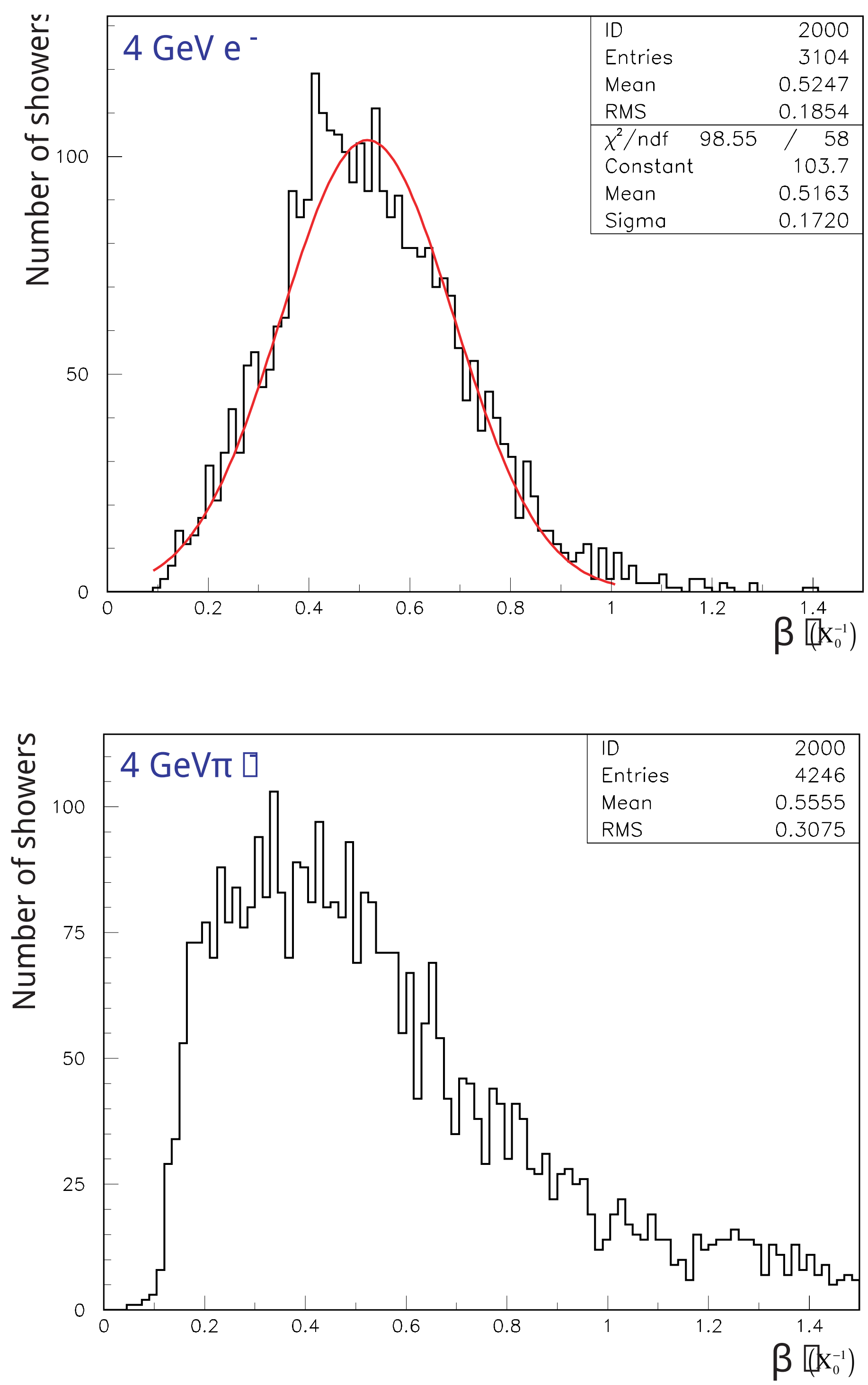


図 5.12: フィットパラメータ β の分布. 上) 4 GeV e^-, 下) 4 GeV π^-.

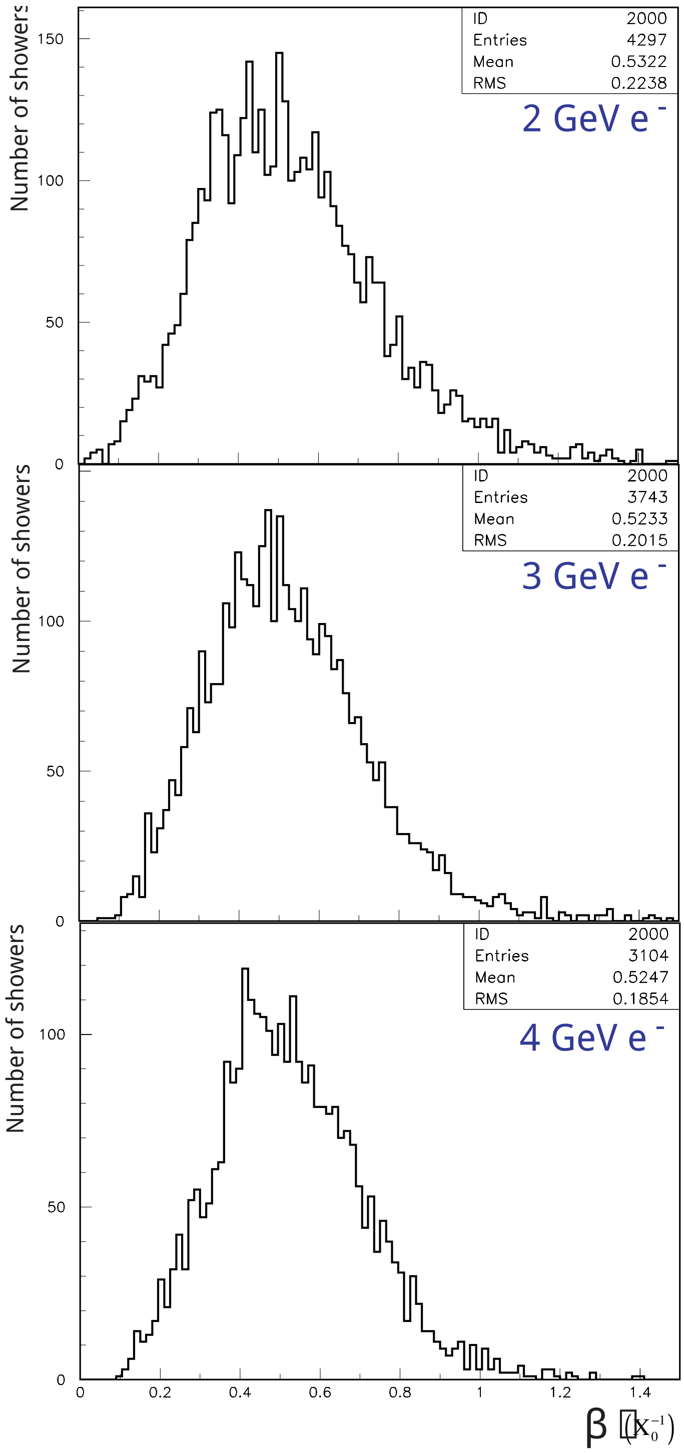


図 5.13: 入射運動量毎のフィットパラメータ β の分布．上から 2 GeV/c, 3 GeV/c, 4 GeV/c e^{-}．エネルギーが低くなるに従って, 分布の幅は広がるが, ピークの位置にはあまり変化が見られない．

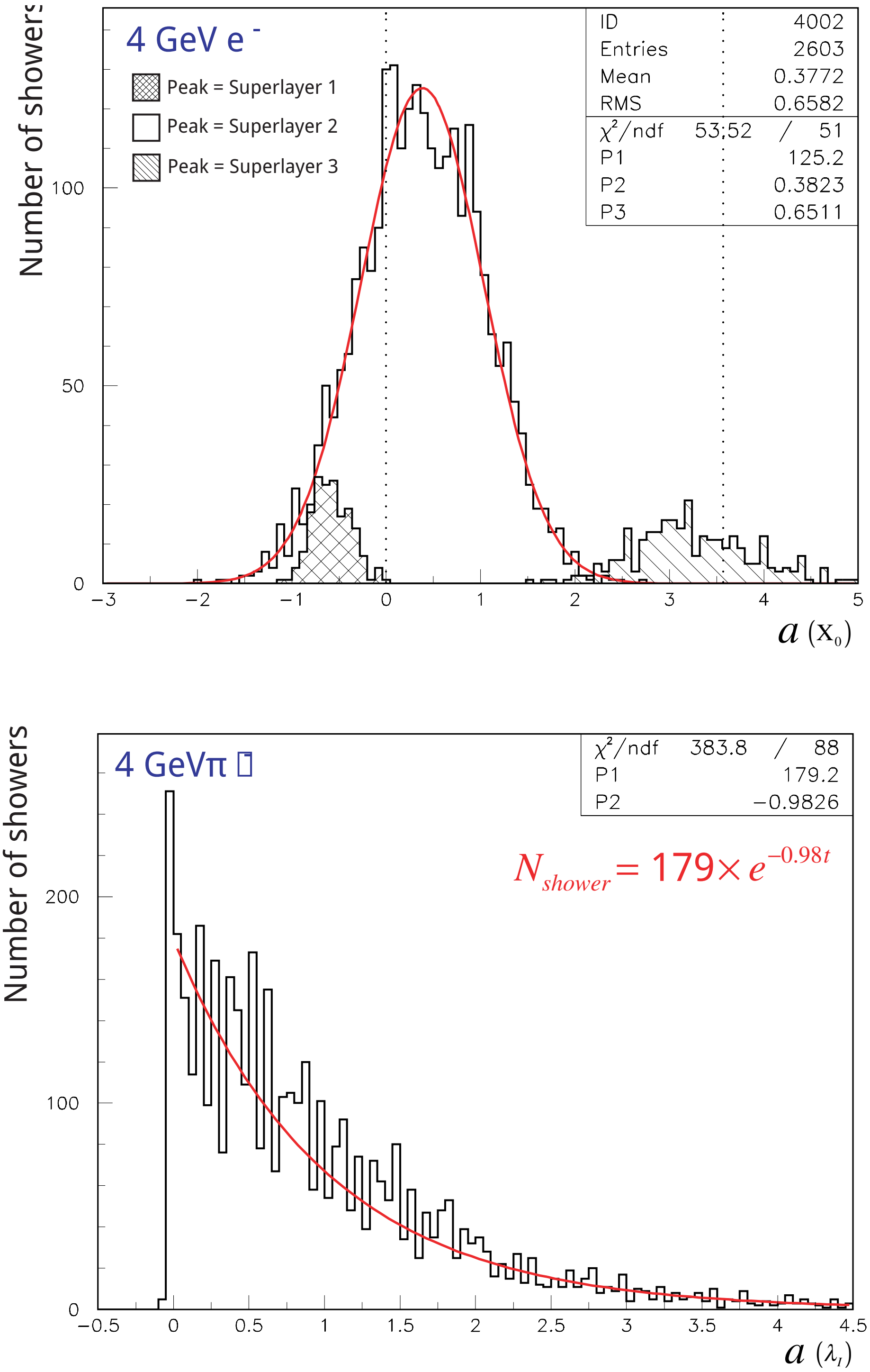


図 5.14: フィットパラメータ a の分布．上) 4 GeV e^-. ピークの位置毎にシャワーを分けてプロットしてある．下) 4 GeV π^-. 曲線は指数関数でフィットを行った結果を表す．

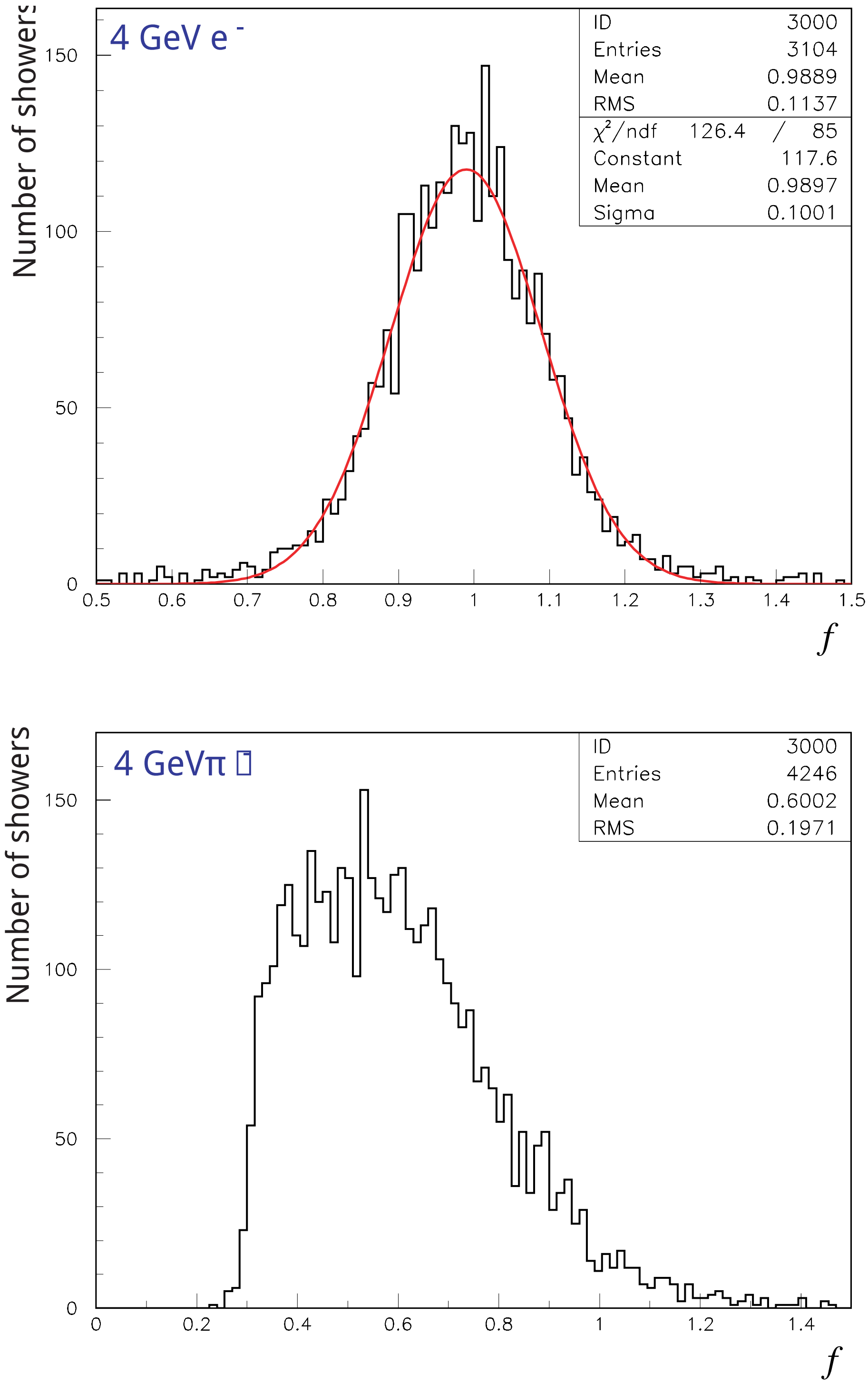
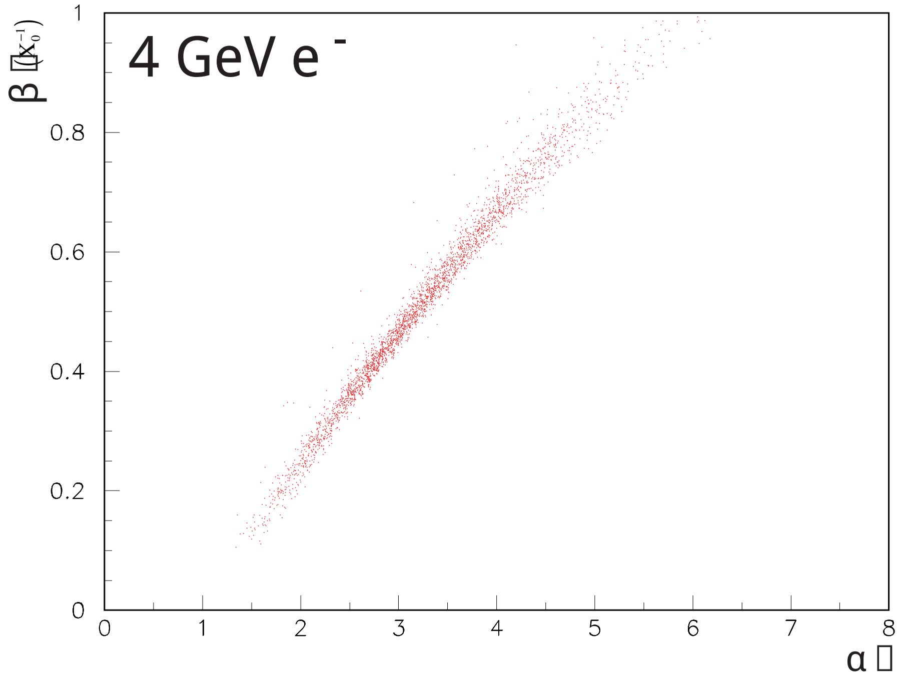


図 5.15: フィットパラメータ f の分布. 上) 4 GeV e^-. 下) 4 GeV π^-.



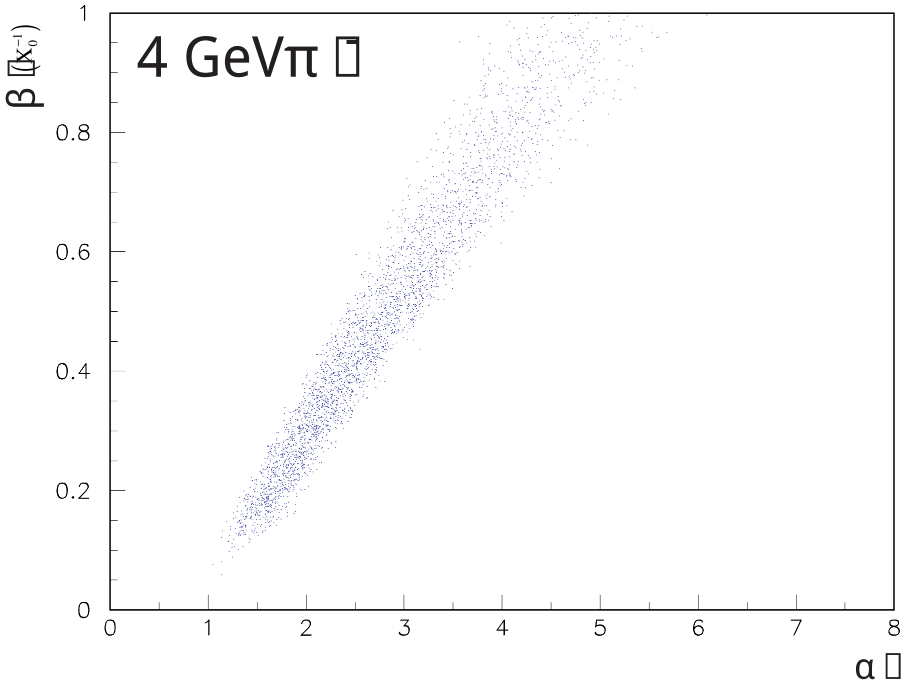


図 5.16: フィットパラメータ α と β の相関分布. 上) 4 GeV e^-, 下) 4 GeV π^-.

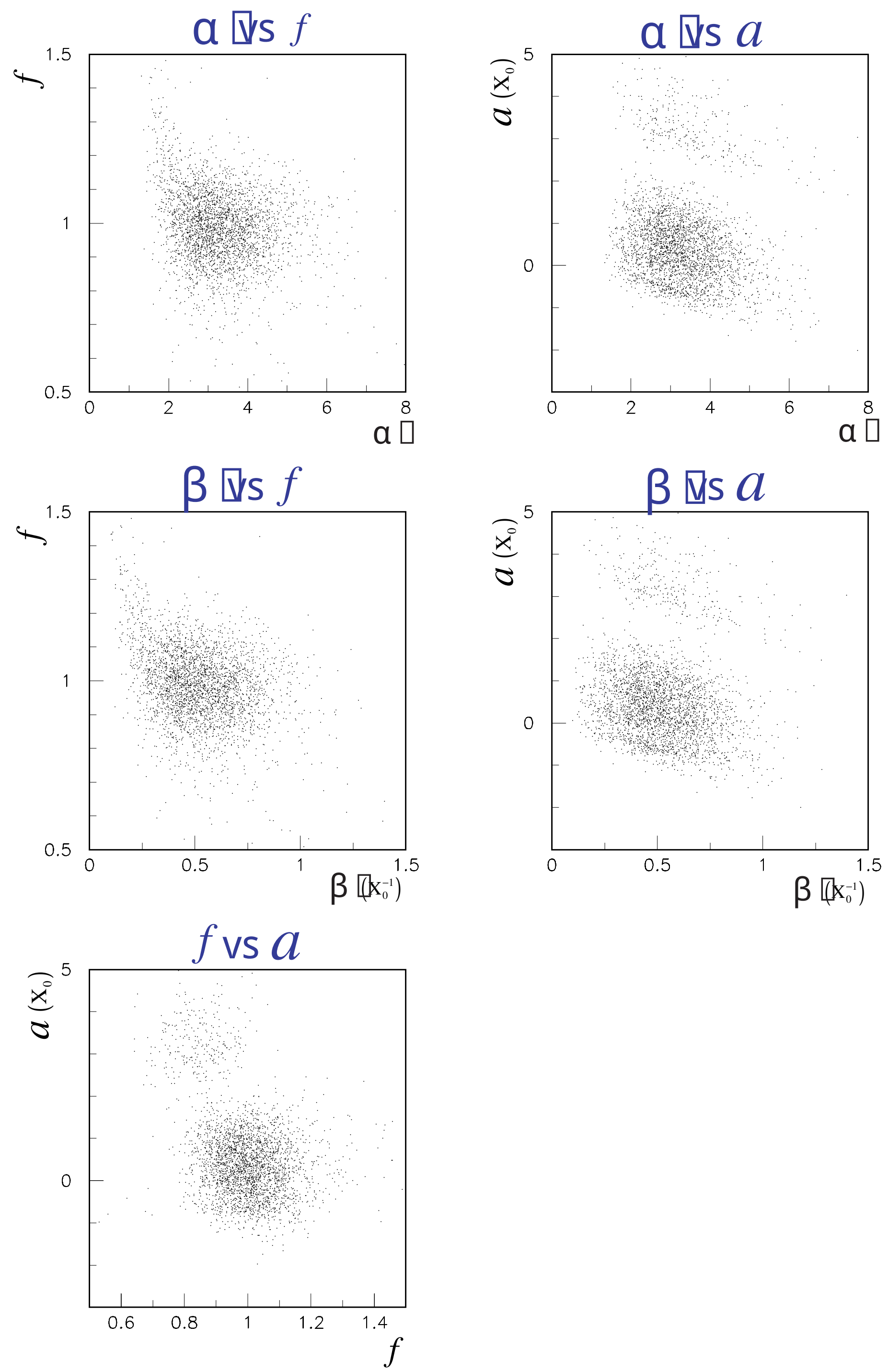


図 5.17: α vs β 以外のパラメータ間の相関分布 (4 GeV e^-). パラメータ a に関する分布で島状に離れているものはピークがスーパーレイヤー 3 にあるシャワーに対応する. 全ての組み合わせで特に大きな相関は見られない.

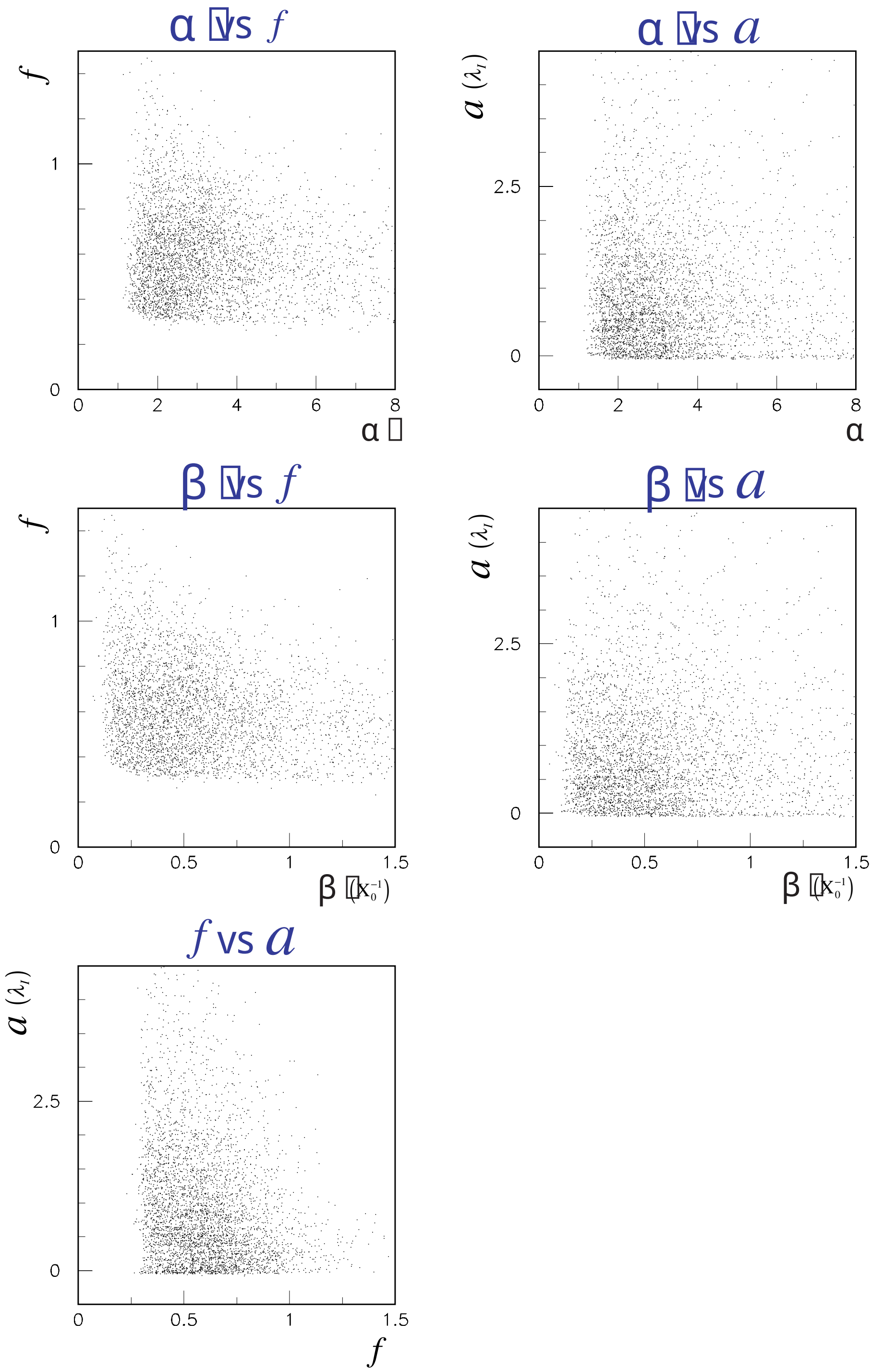


図 5.18: α vs β 以外のパラメータ間の相関分布 (4 GeV π^-). 全ての組み合わせで特に大きな相関は見られない.

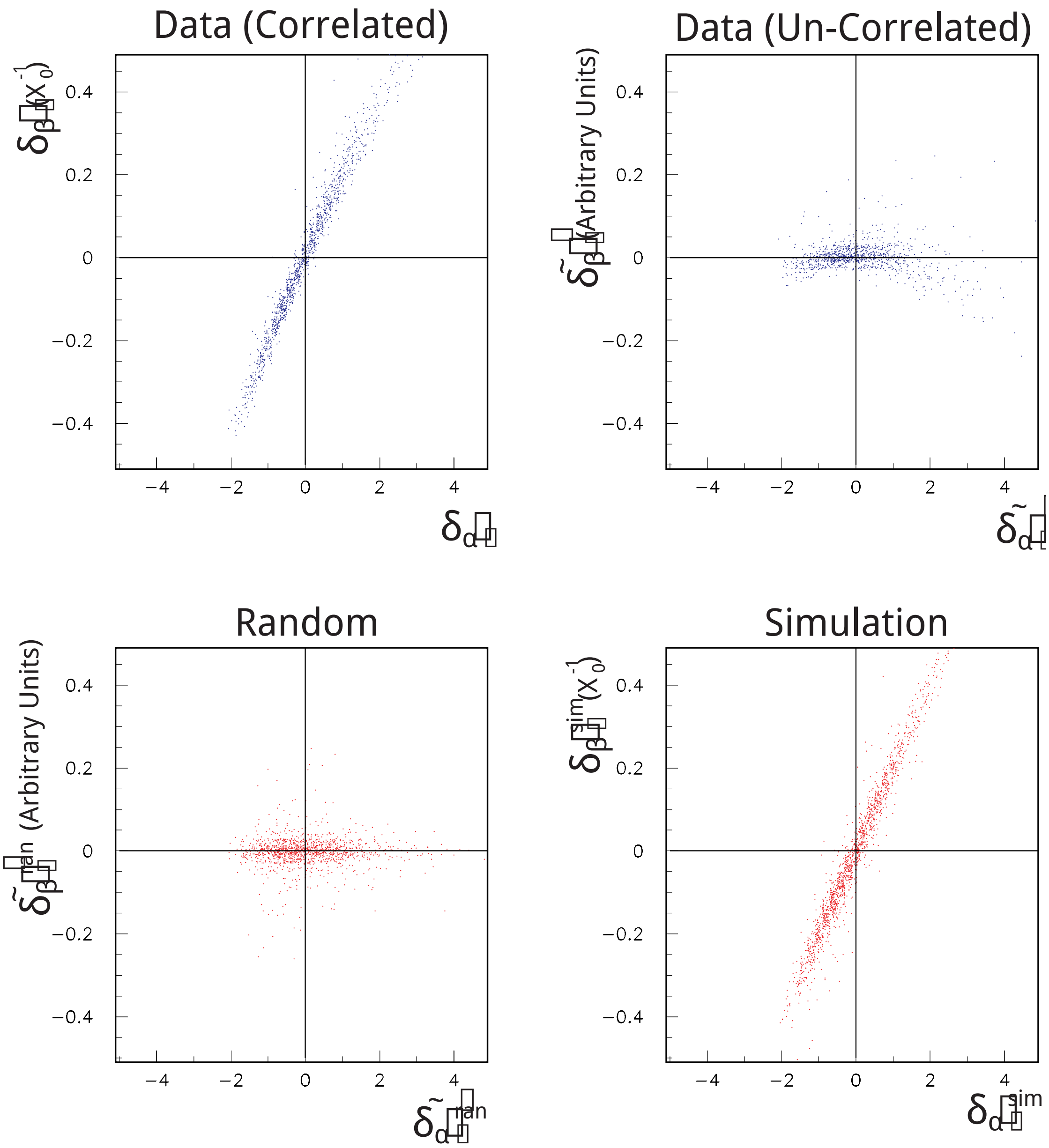


図 5.19: α と β の相関分布のシミュレーション結果 (4 GeV e^-). 左上) 実験データ, 右上) パラメータ変換後, 左下) 乱数, 右下) シミュレーション. パラメータ変換後の分布は相関が無く互いに独立となっている. また, シミュレーションの分布は実験データの分布を良く再現している.

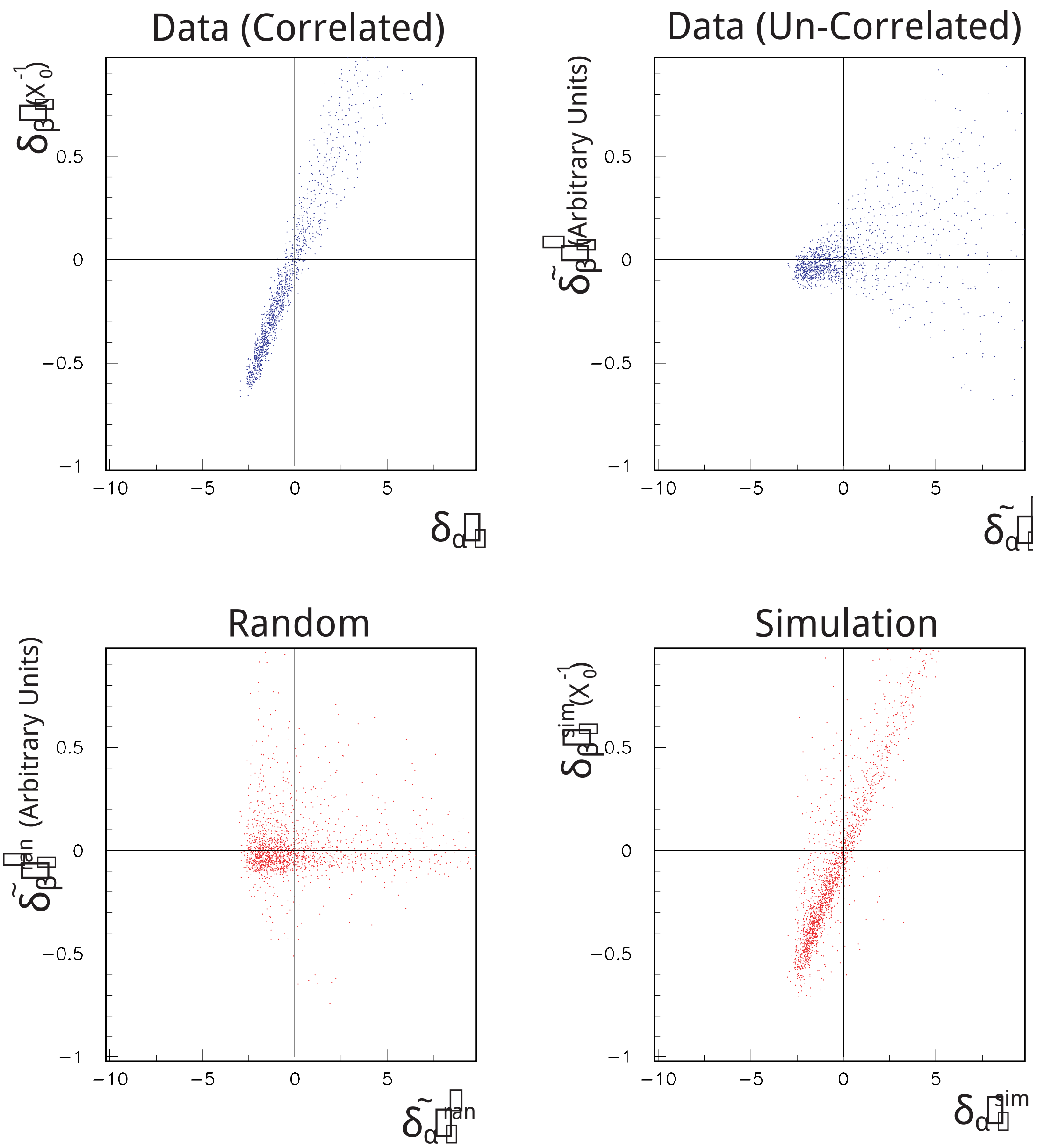


図 5.20: α と β の相関分布のシミュレーション結果 (4 GeV π^-). 左上) 実験データ, 右上) パラメータ変換後, 左下) 乱数, 右下) シミュレーション. パラメータ変換後の分布でも互いに独立にはならず相関が残っている. また, シミュレーションの分布は実験データの分布を大体再現している.

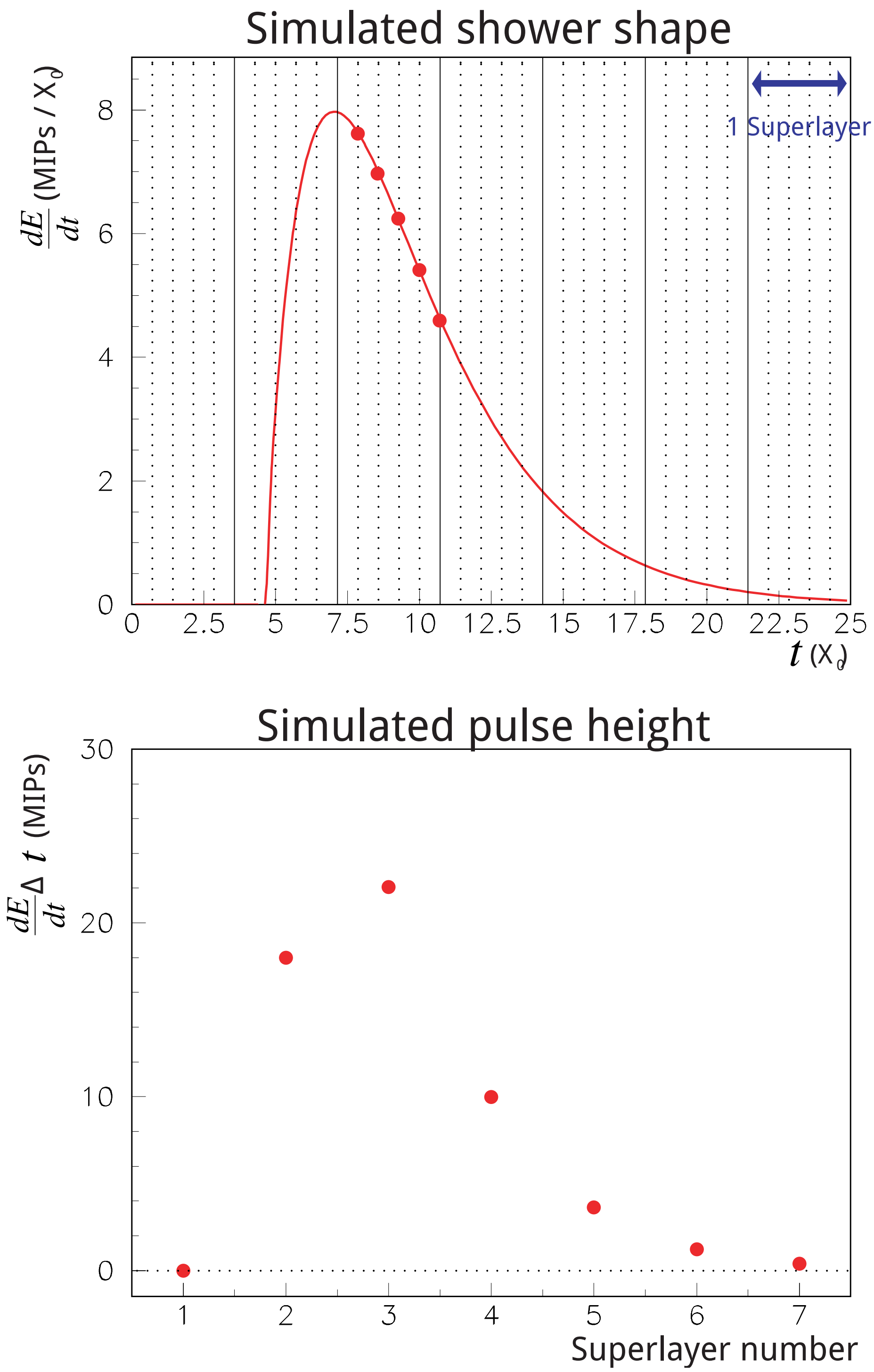


図 5.21: 電磁シャワー成分シミュレーションの例．上) 各パラメータから再現したシャワーの形．点線はプラスチックシンチレータがある深さ, 実線はスーパーレイヤーの境界を表す．下) 各スーパーレイヤーでの波高値の再現．上図において, プラスチックシンチレータがある深さに対応する 5 点 (上図の丸点) の dE/dt の値を足し合わせている．

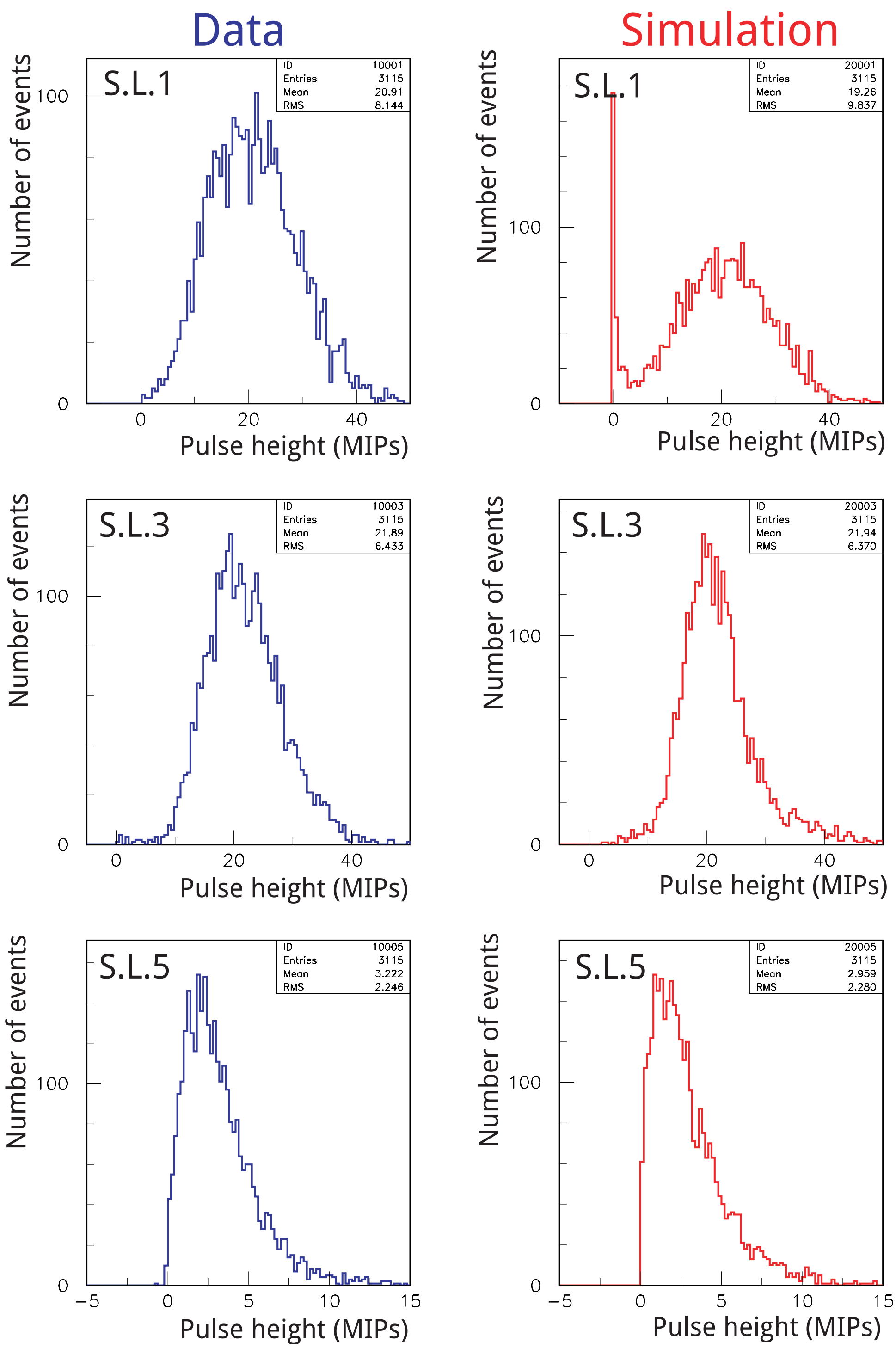


図 5.22: 各スーパーレイヤーでの波高値分布のシミュレーション結果 (4 GeV e^-). 左) 実験データ, 右) シミュレーション. 上からスーパーレイヤー 1, 3, 5 での波高値分布を表す. ピークがスーパーレイヤー 3 以降にあるシャワーの影響でスーパーレイヤー 1 の分布が再現出来ていないが, 他のスーパーレイヤーでは良く再現出来ている.

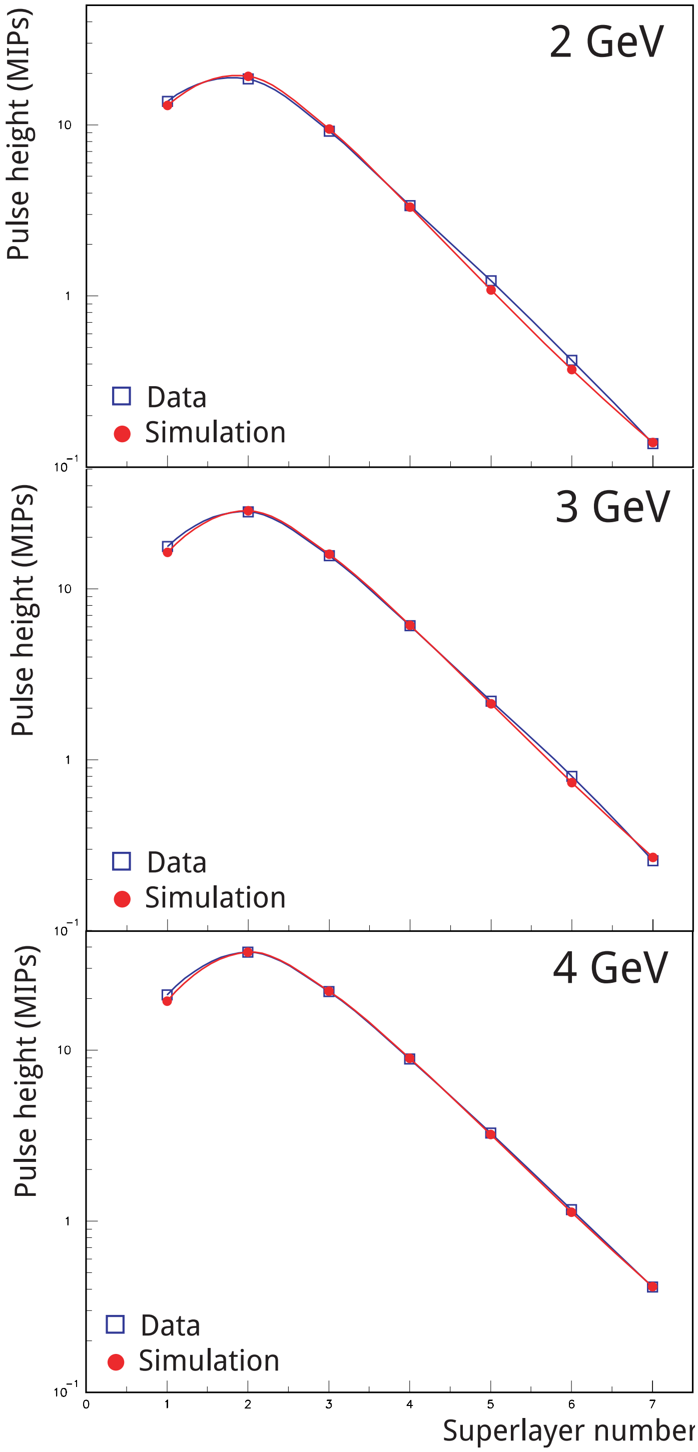


図 5.23: シャワーカーブのシミュレーション結果 (2 ~ 4 GeV e^-). スーパーレイヤー 1 では多少ずれているが, 実験データの形を良く再現している.

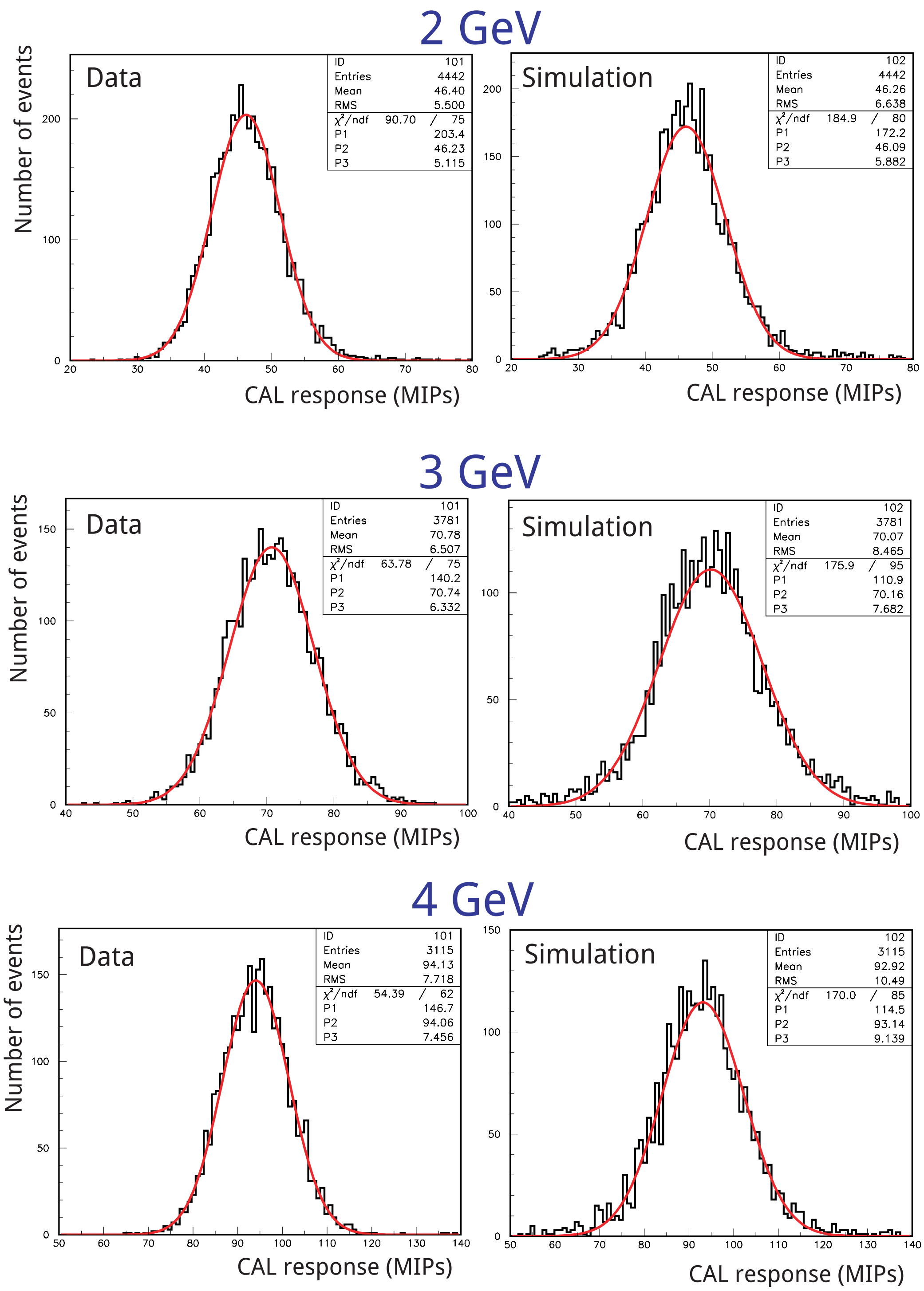


図 5.24: カロリメータ応答のシミュレーション結果 (2 ~ 4 GeV e^-). 左) 実験データ, 右) シミュレーション. 平均値はほぼ再現出来ているが, 分布の幅が広がりエネルギー分解能は悪くなっている.

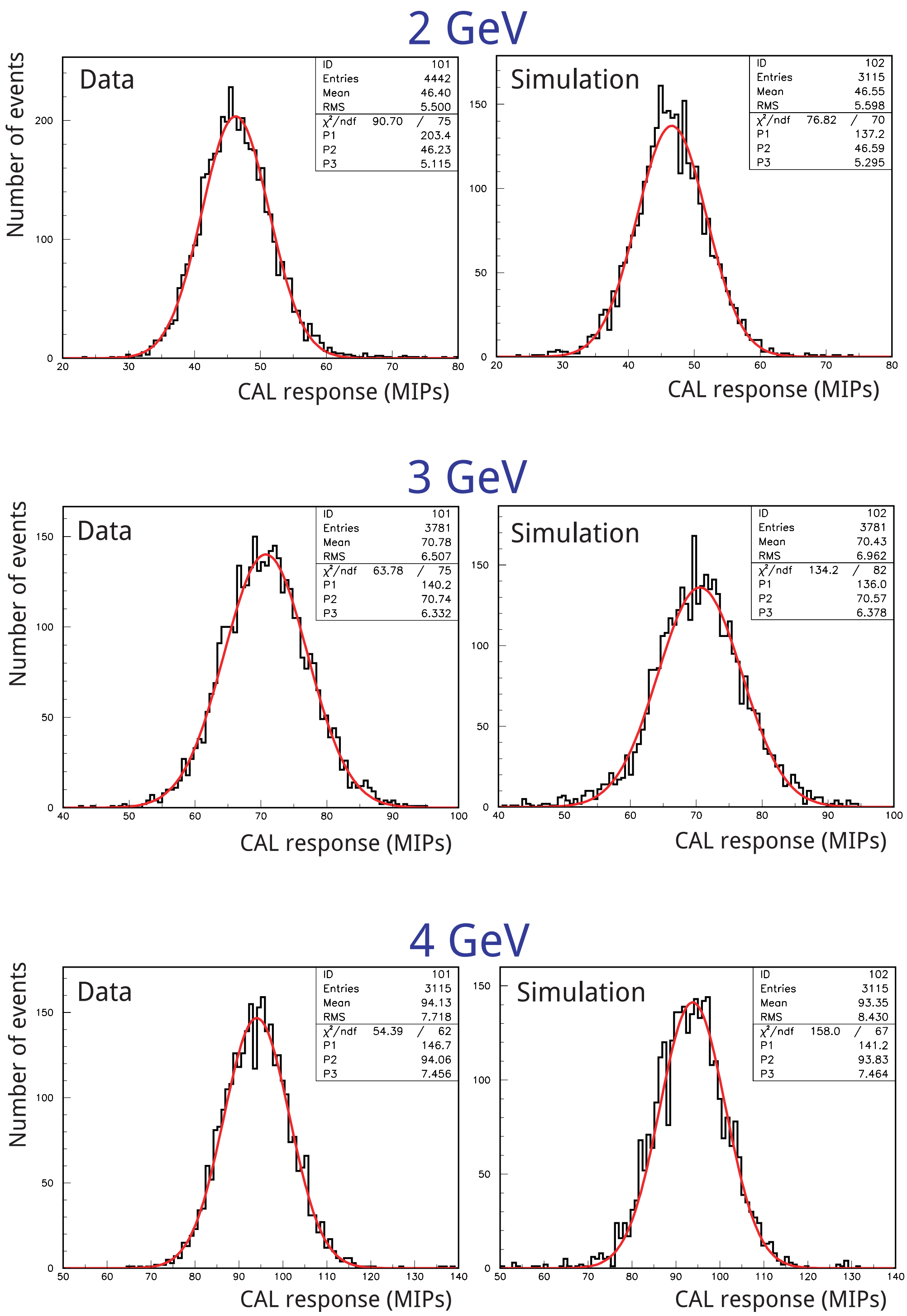


図 5.25: 電磁成分のフィット範囲を広げた時のカロリメータ応答のシミュレーション結果 (2 ~ 4 GeV e^-). 左) 実験データ, 右) シミュレーション. 平均値, エネルギー分解能とも良く再現出来ている.

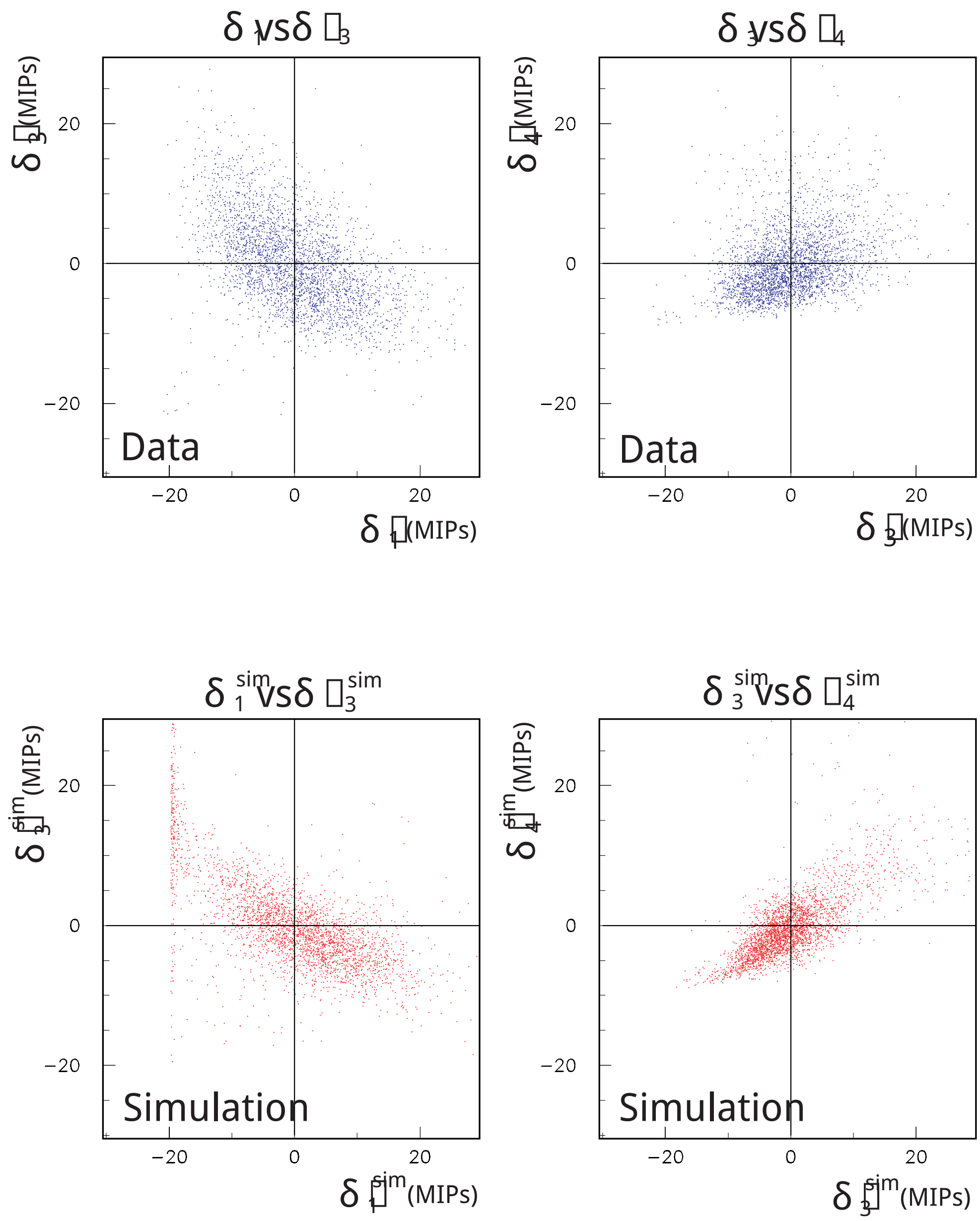


図 5.26: ある 2 層間での揺らぎの相関分布のシミュレーション結果 (4 GeV e^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. 分布は一部異なるが, 相関の様子は良く再現出来ている.

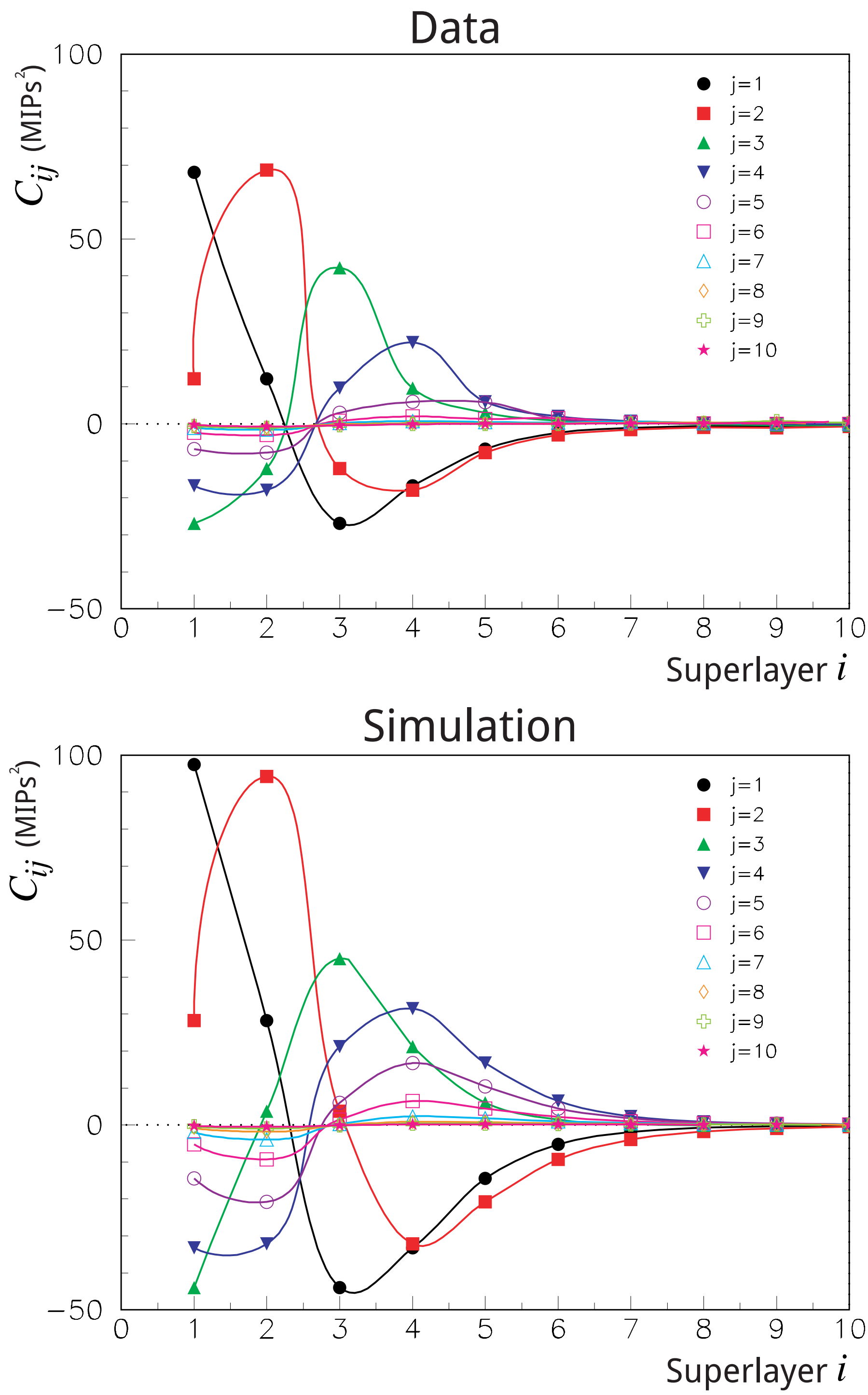


図 5.27: Covariance Matrix C のシミュレーション結果 (4 GeV e^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. 揺らぎそのものの大きさは異なるが, 揺らぎの相関の様子は再現出来ている.

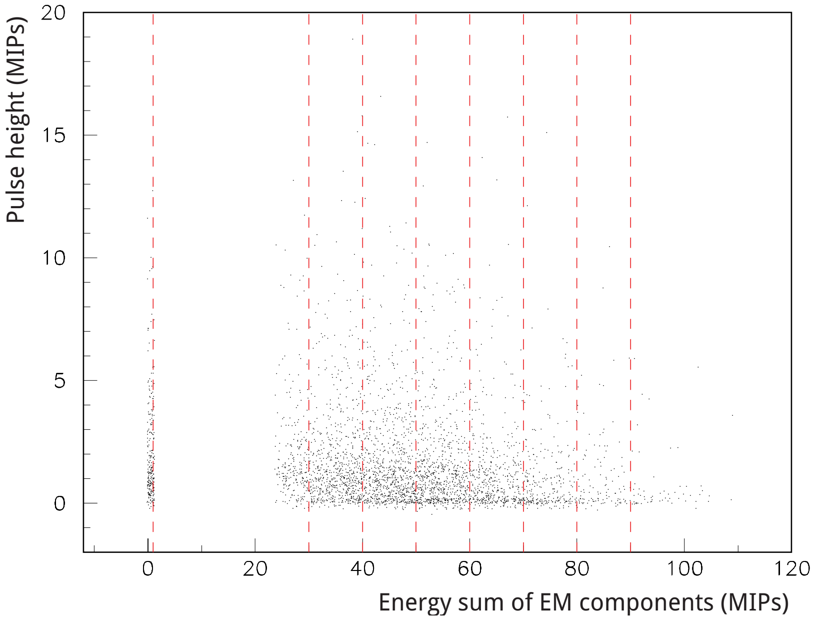


図 5.28: 電磁シャワー成分のエネルギー和とスーパーレイヤー 12 での純ハドロンシャワー成分の波高値の相関 (4GeV π^-). 電磁シャワー成分のエネルギー和に応じて図中の点線で 9 個の区間に分割する.

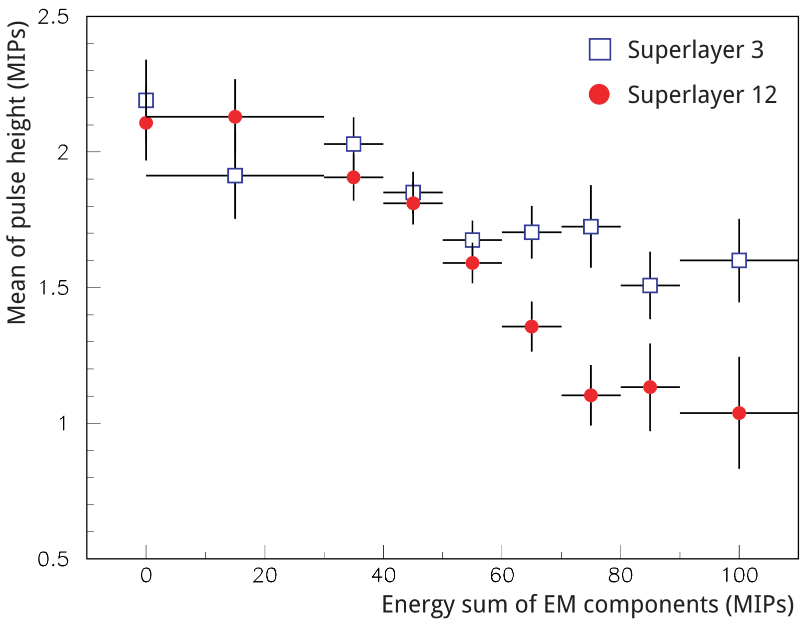


図 5.29: 電磁シャワー成分のエネルギー和毎の純ハドロンシャワー成分の平均波高値 (4GeV π^-). 丸点はスーパーレイヤー 12, 四角点はスーパーレイヤー 3 を表す. 後方のスーパーレイヤー 12 の方が横軸に対する依存性が顕著に現れる.

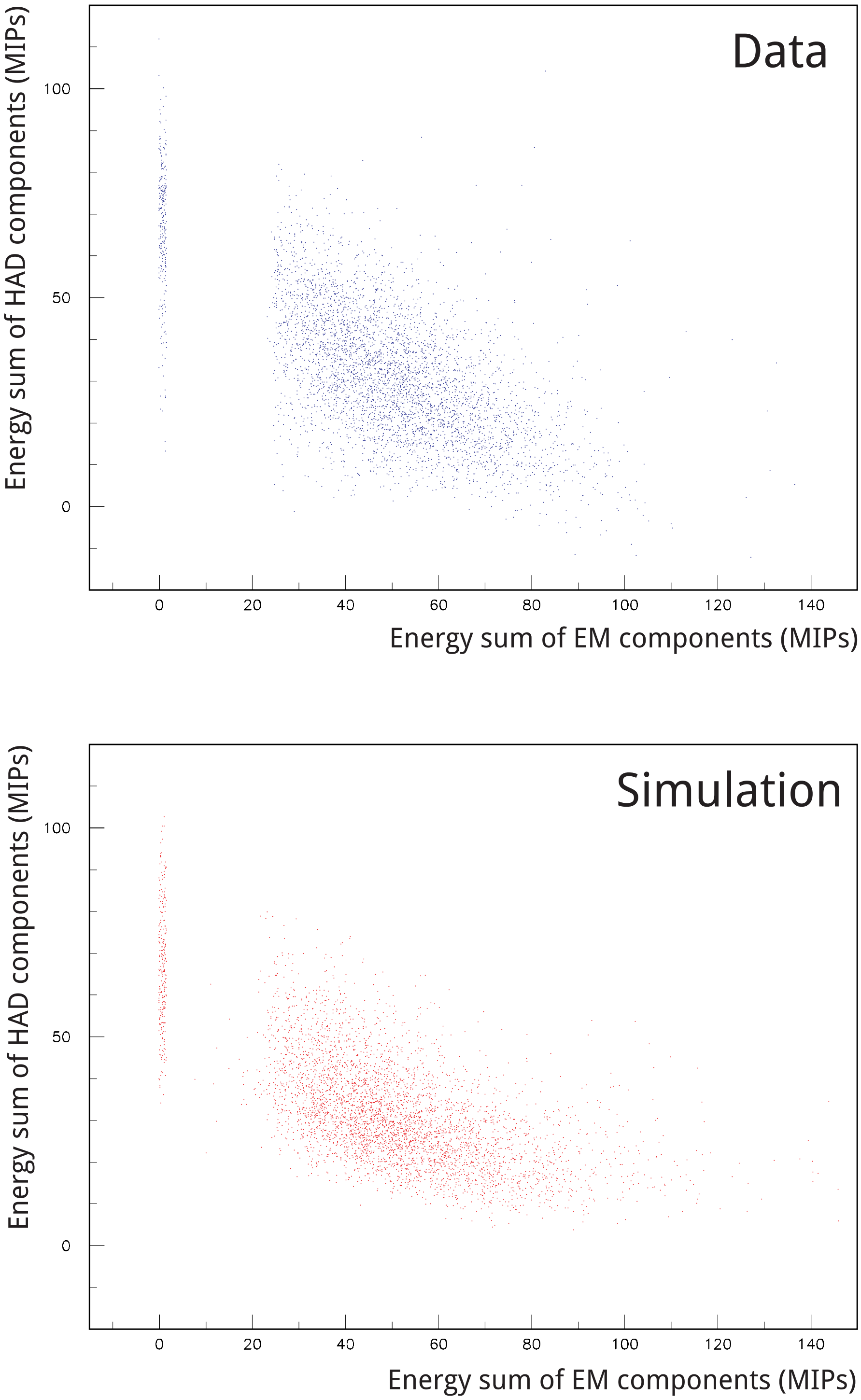


図 5.30: 電磁シャワー成分と純ハドロンシャワー成分の相関分布のシミュレーション結果 (4 GeV π^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. 実験データの相関分布を良く再現している.

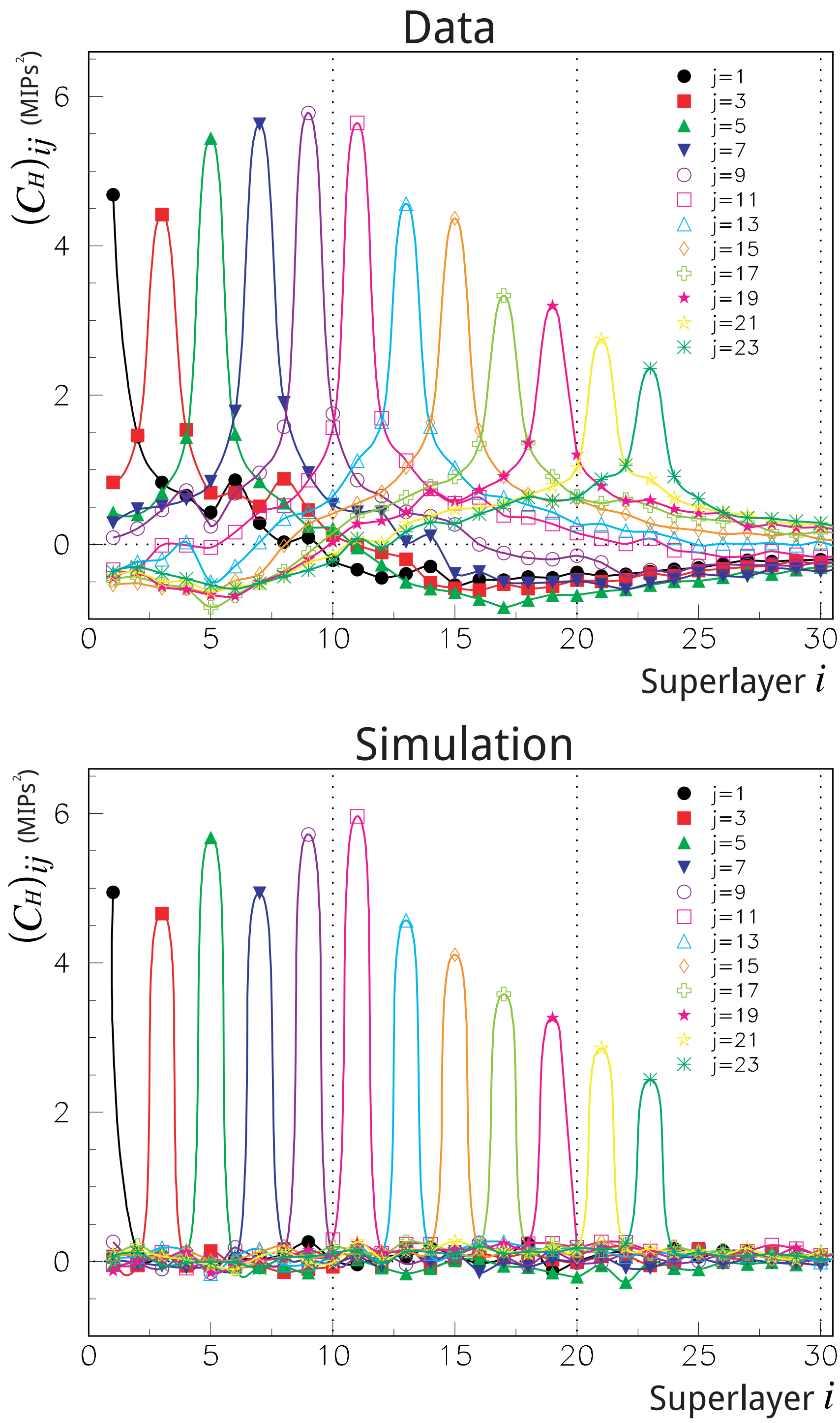


図 5.31: 純ハドロンシャワー成分に対する Covariance Matrix C_H (4 GeV π^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. シミュレーションでは相関が無いが, 実験データでは相関が見られる.

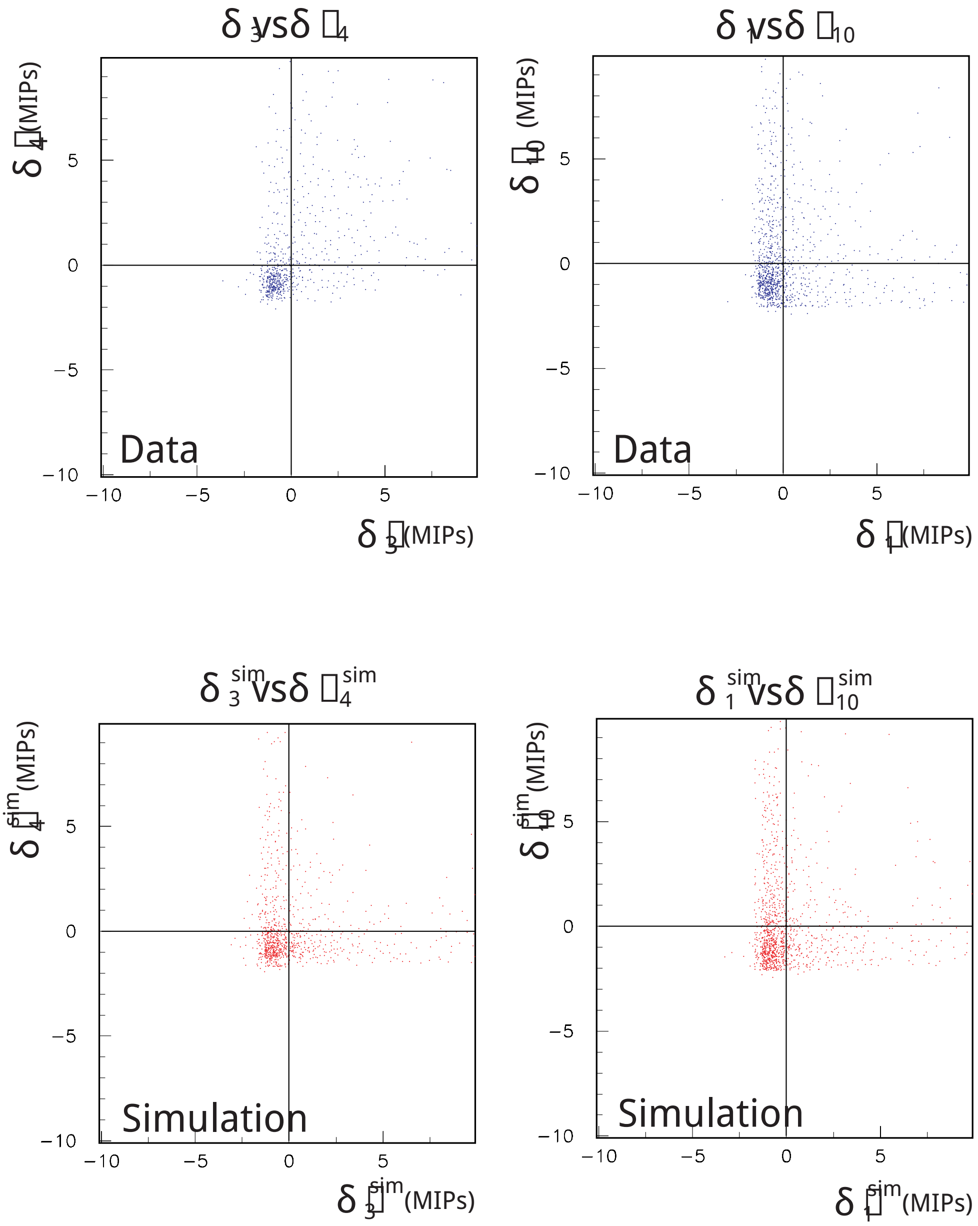


図 5.32: ある 2 層間での純ハドロンシャワー成分の揺らぎの相関分布 (4 GeV π^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. 実験データの分布には相関が見られるが, シミュレーションの分布とあまり大きな違いは見れらない.

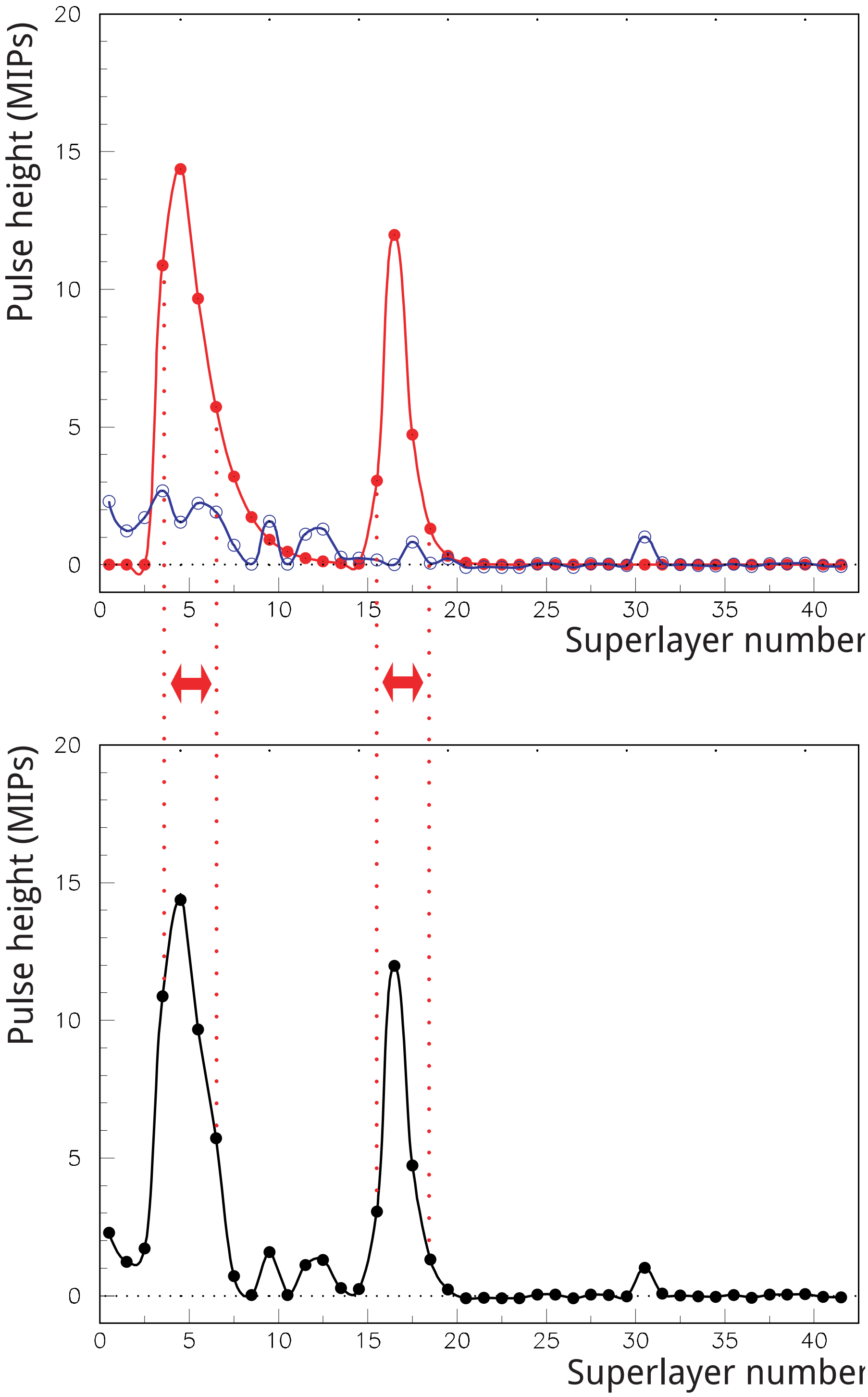


図 5.33: 電磁シャワー成分と純ハドロンシャワー成分の合成. 上) 合成前. 色塗り点が電磁シャワー成分, 白抜き点が純ハドロンシャワー成分. 下) 合成後. 電磁シャワー成分の 4 スーパーレイヤー (図中矢印がある範囲) では電磁シャワー成分を, それ以外は純ハドロンシャワー成分をそれぞれ代入する.

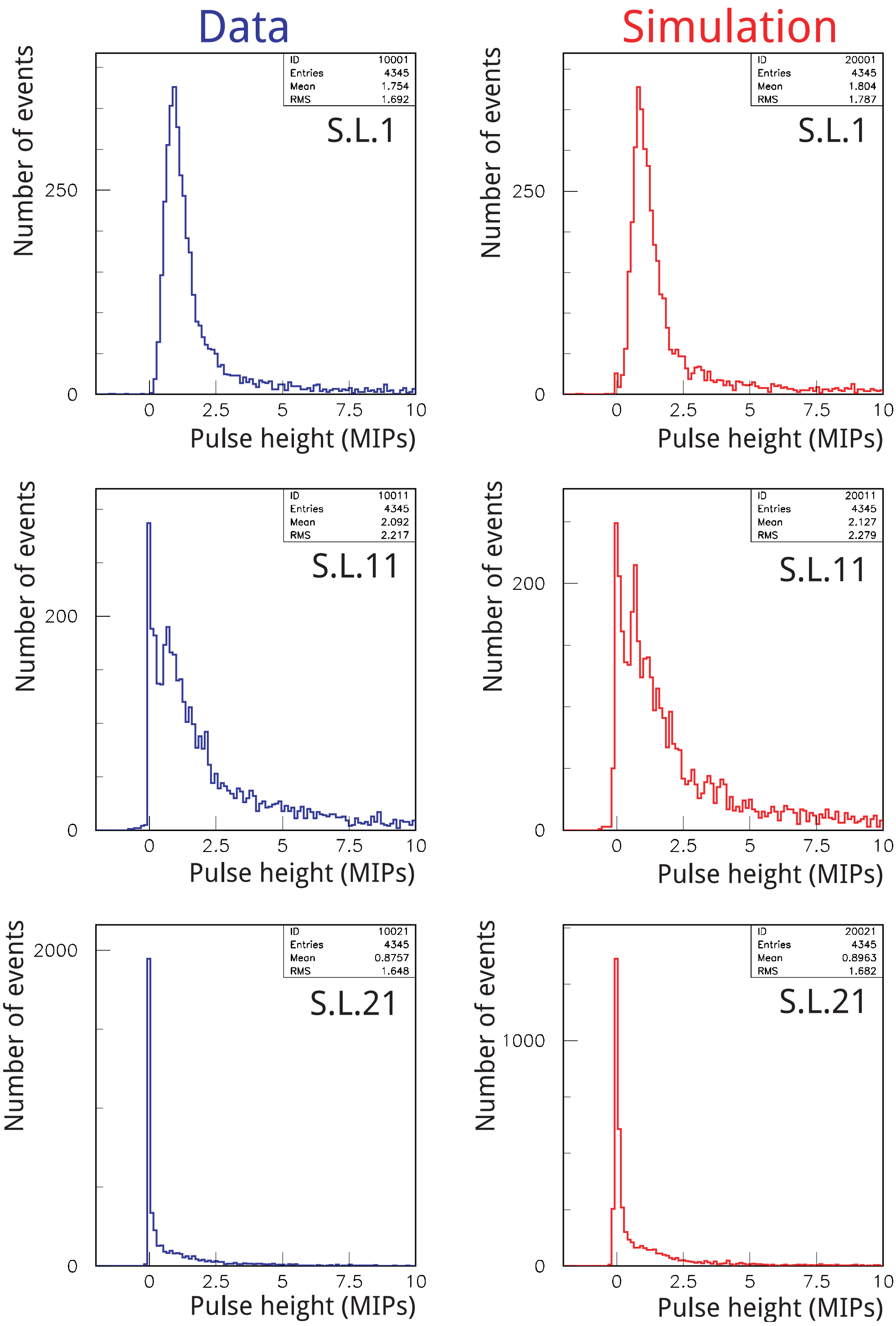


図 5.34: 各スーパーレイヤーでの波高値分布のシミュレーション結果 (4 GeV π^-). 左) 実験データ, 右) シミュレーション. ガウス分布ではない実験データの分布を良く再現している.

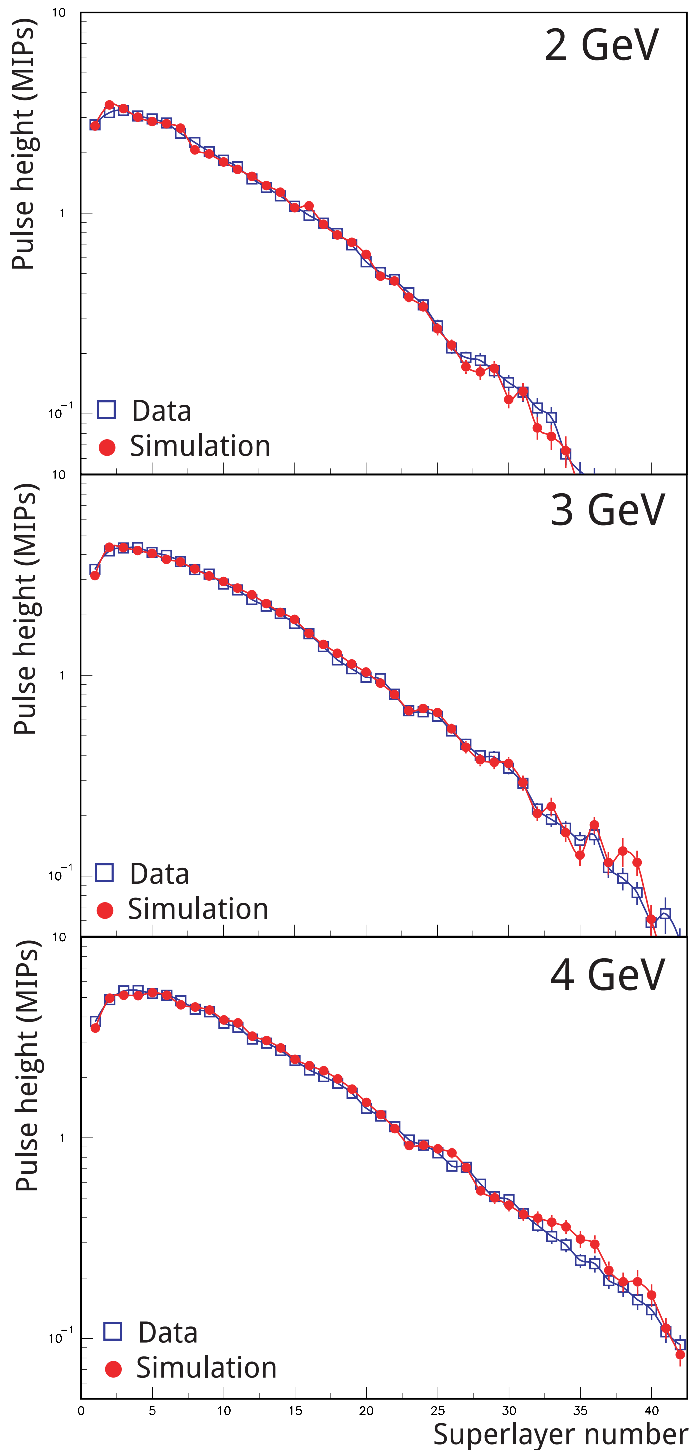


図 5.35: シャワーカーブのシミュレーション結果 (2 ~ 4 GeV π^-). 誤差が大きくなる後方のスーパーレイヤーを除き, 実験データの分布を良く再現している.

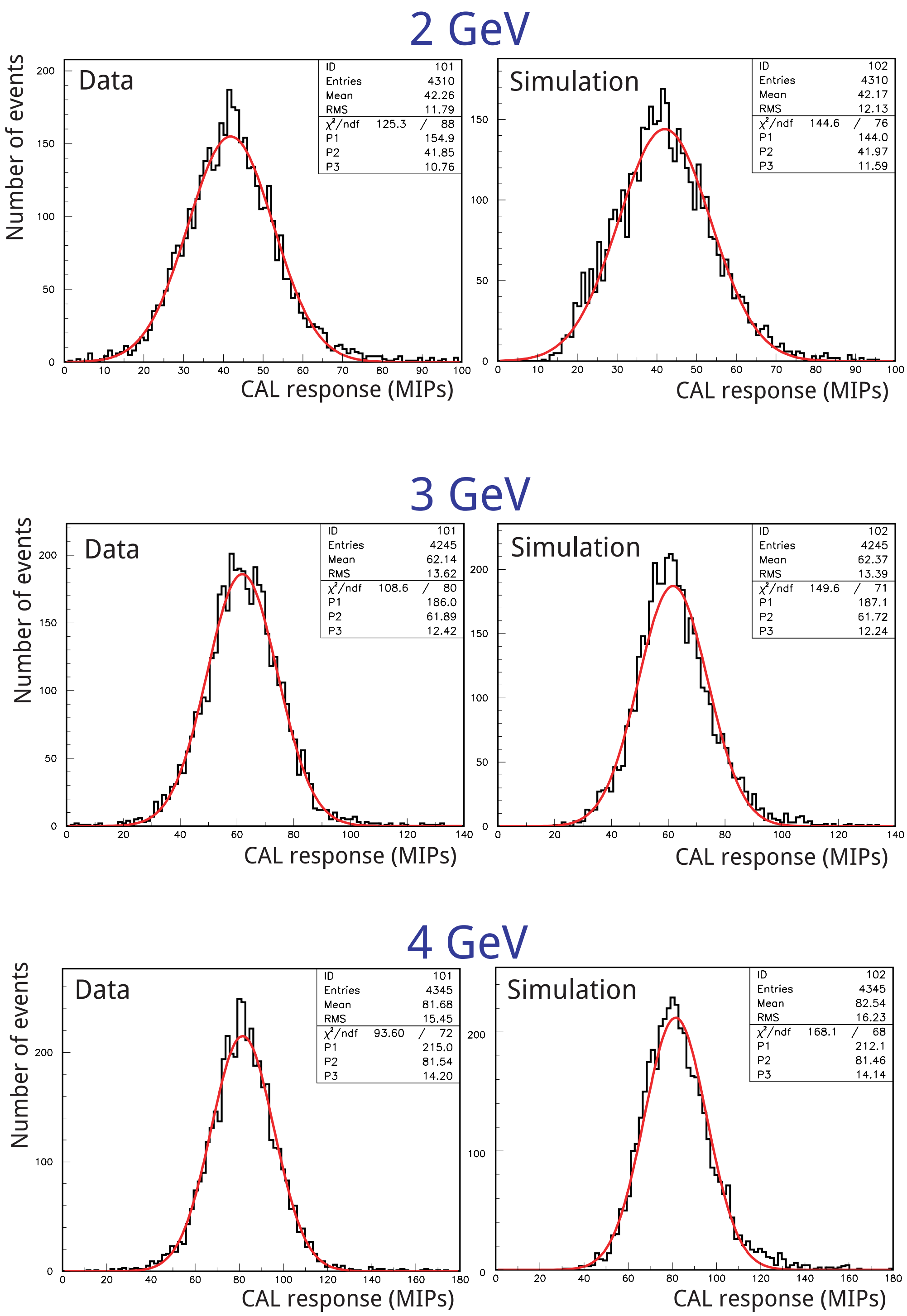


図 5.36: カロリメータ応答のシミュレーション結果 (2 ~ 4 GeV π^-). 左) 実験データ, 右) シミュレーション. 2 GeV ではエネルギー分解能が悪いが, 3 GeV, 4GeV では実験データの分布を良く再現している.

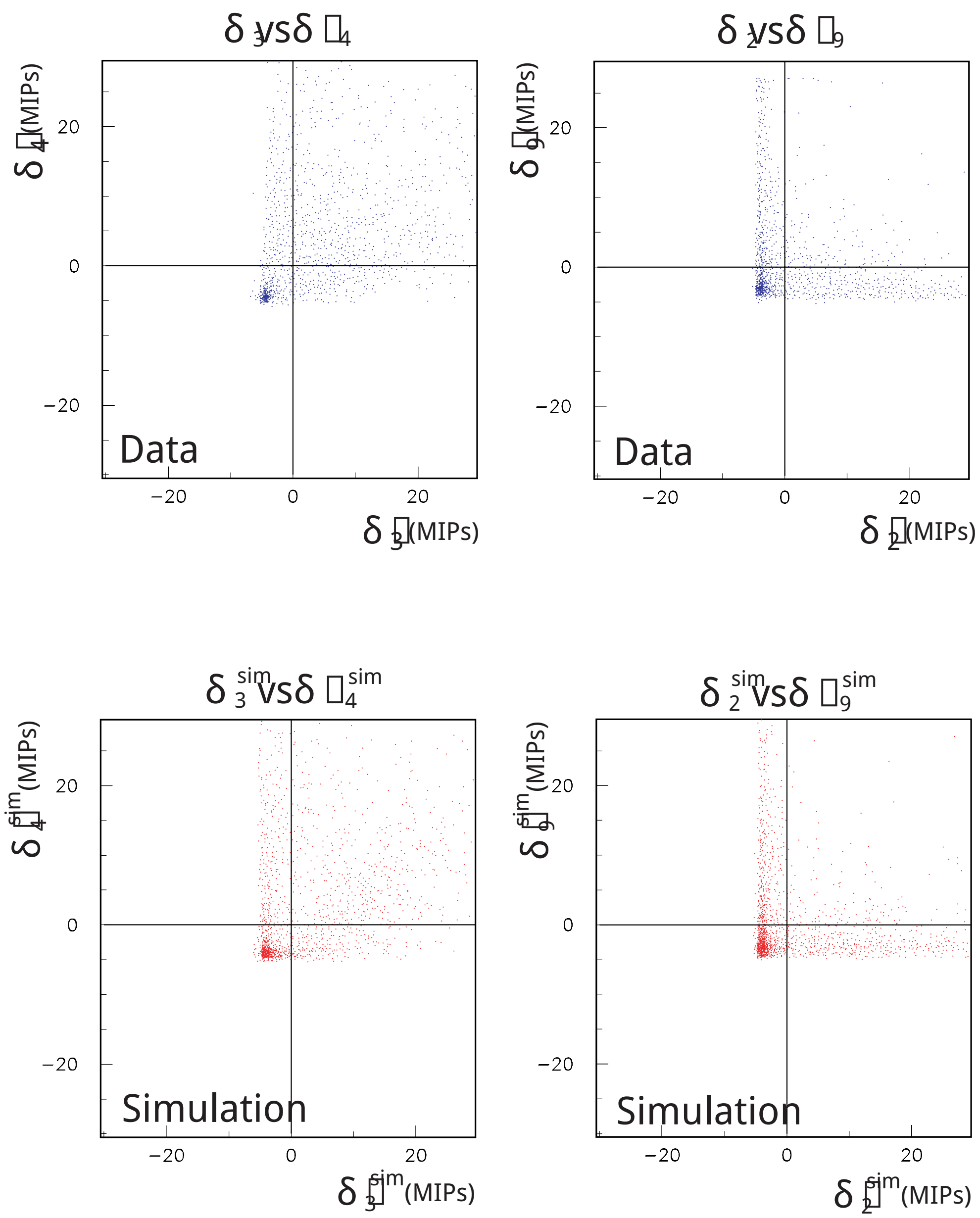


図 5.37: ある 2 層間での揺らぎの相関分布のシミュレーション結果 (4 GeV π^-). 上) 実験データ, 下) シミュレーション. 実験データの相関分布を良く再現している.

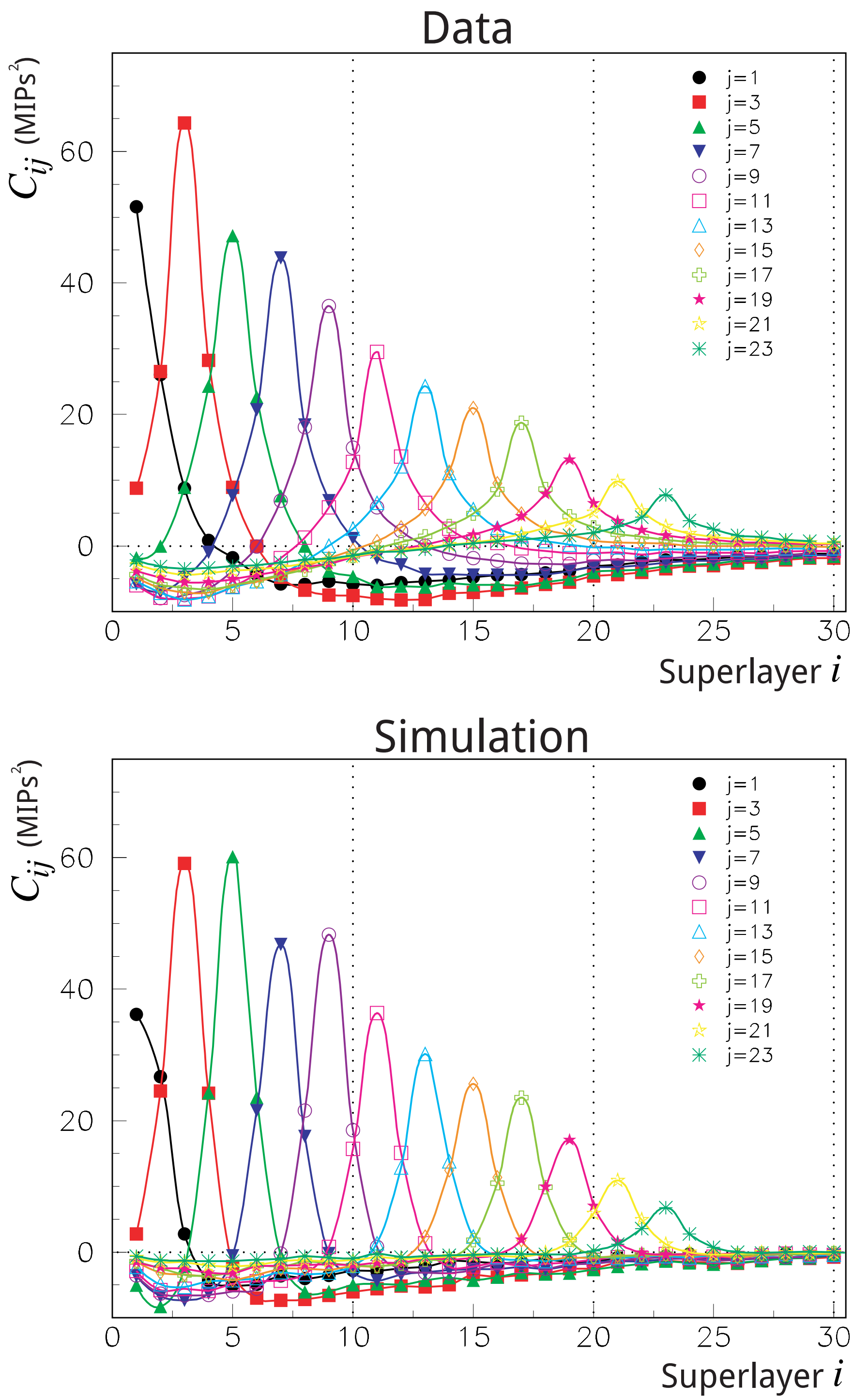


図 5.38: Covariance Matrix C のシミュレーション結果 (4 GeV π^-). 実験データに比べて相関の及ぶ範囲が狭いが, 全体的に相関を良く再現している.

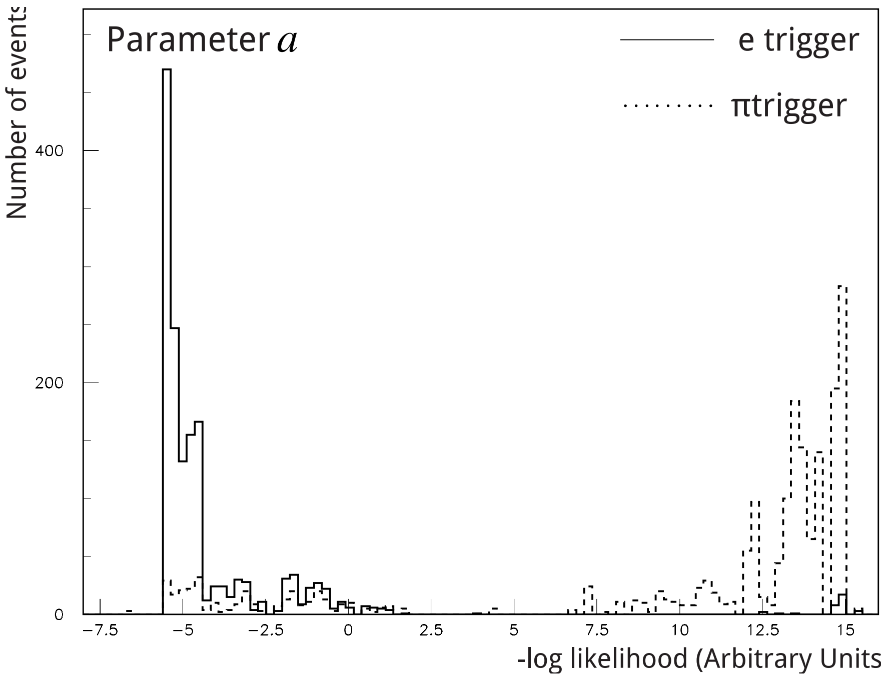


図 5.39: フィットパラメータ a を用いた $-$ log likelihood の分布 (4 GeV e^-, π^-). 実線は電子トリガー事象, 点線は π^- 中間子トリガー事象を表す.

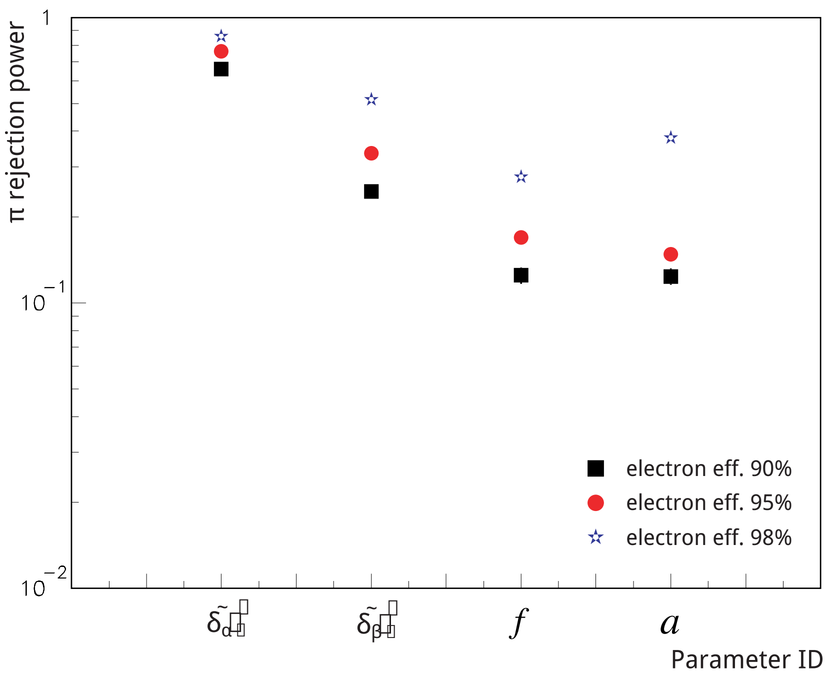


図 5.40: 各フィットパラメータ分布の π 中間子除去能力 (4 GeV). 四角点, 丸点, 星点はそれぞれ electron efficiency が 90 %, 95 %, 98 %を表す.

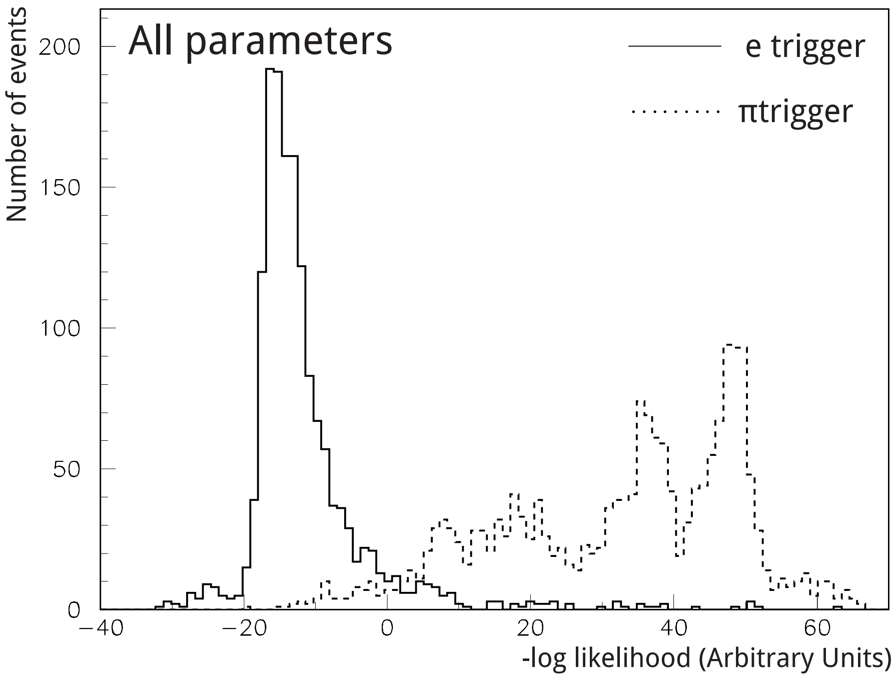


図 5.41: 全てのフィットパラメータを用いた $-\log$ likelihood L_e の分布 (4 GeV e^-, π^-). 実線は電子トリガー事象, 点線は π^- 中間子トリガー事象を表す.

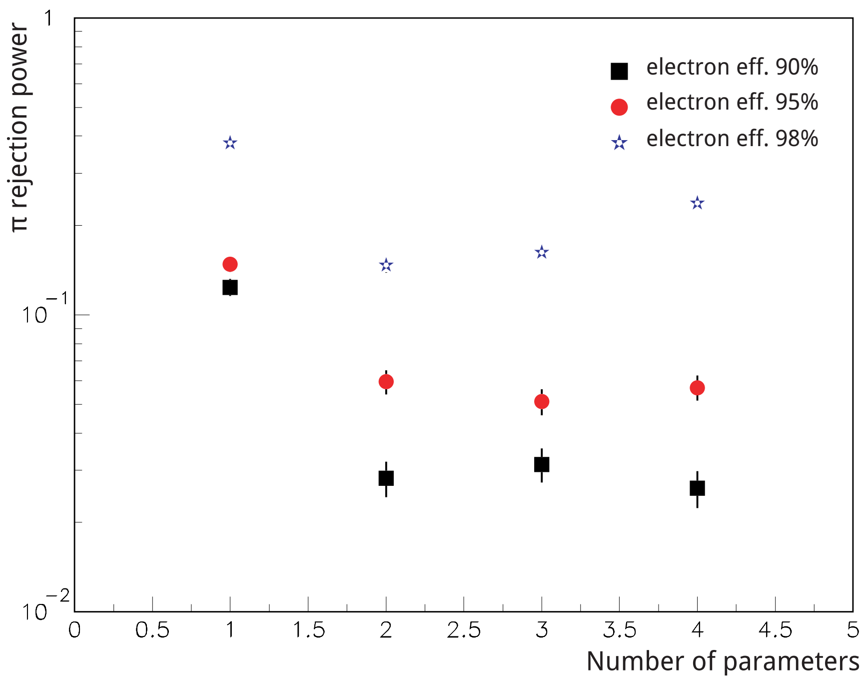


図 5.42: 使用するフィットパラメータ分布の数を変えた時の π 中間子除去能力 (4 GeV). 四角点, 丸点, 星点はそれぞれ electron efficiency が 90 %, 95 %, 98 %を表す.

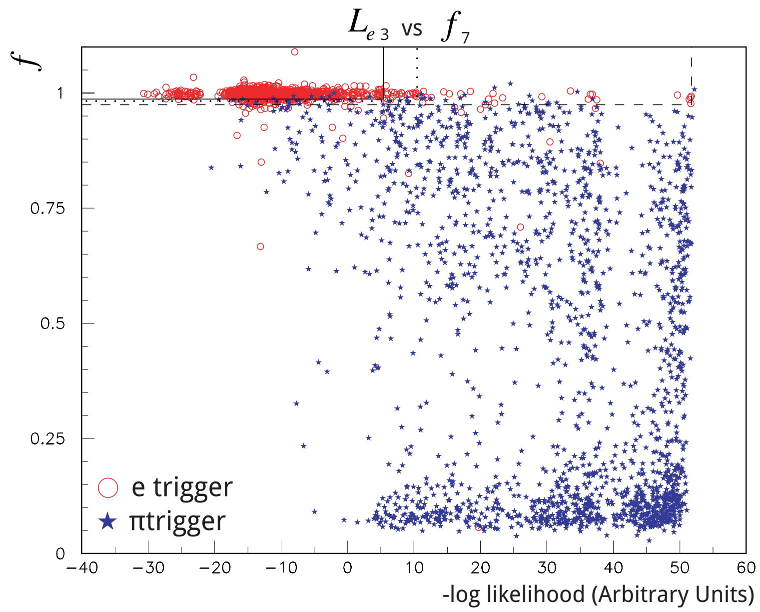


図 5.43: モード数 3 の $-$ log likelihood と $i=7$ の f の相関 (4 GeV). 丸点は電子トリガー事象, 星点は π^- 中間子トリガー事象を表し, 実線, 点線, 破線はそれぞれ electron efficiency 90, 95, 98 %の領域を表す.

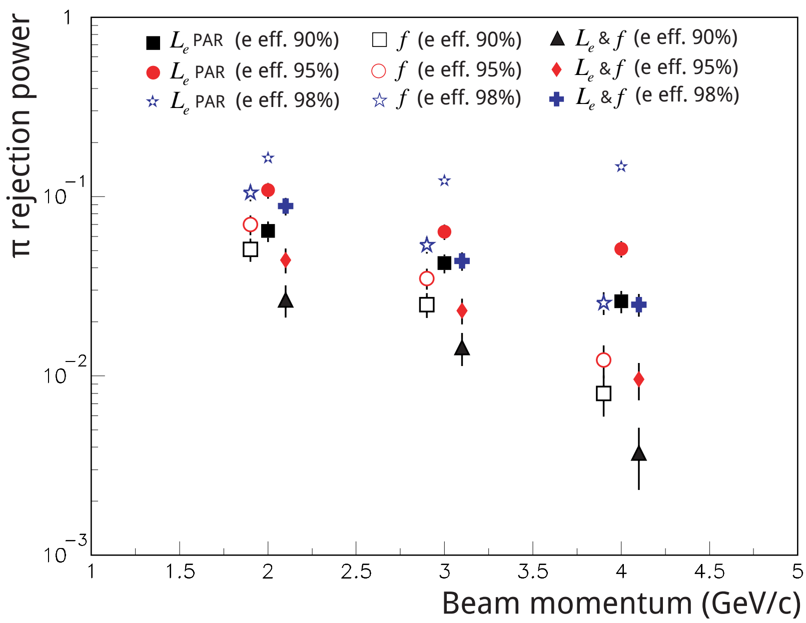


図 5.44: 入射運動量毎の π 中間子除去能力の比較. 各点の説明は図上部に示してある通りである. (運動量は 2, 3, 4 GeV/c であるが, 点が重ならない様に横軸を多少ずらしてプロットしてある.)

第6章　結論

奥行き方向に細かいサンプリングを持つカロリメータに対するビームテストのデータを用いて, カスケードシャワーの奥行き方向の揺らぎについて研究した.

揺らぎを利用したシャワーシミュレーションと粒子識別の結果は以下の通りである.

- 電磁シャワーシミュレーション
  奥行き方向の揺らぎの相関を含め, 元のシャワーを再現することが出来た.
  また, 電子事象に対するカロリメータ応答の平均値とエネルギー分解能をほぼ再現することが出来た.

- ハドロンシャワーシミュレーション
  シャワーを電磁シャワー成分と純ハドロンシャワー成分に分けてそれぞれを個別に扱うことにより, 奥行き方向の揺らぎの相関を含めて元のシャワーをほぼ再現することが出来た. 但し, 純ハドロンシャワー成分の奥行き方向の相関は再現出来なかった.
  また, π^- 中間子事象のカロリメータ応答の平均値とエネルギー分解能を再現することが出来た.

- e/π 識別
  一般に行われている方法よりも識別能力が高いことが示せた.
  また, 一般的な方法と組み合わせて用いることにより, さらに高い識別能力が得られた.

謝辞

本研究を進めるにあたり, 数多くの御指導, 御助言を頂いた指導教官である金 信弘教授に深く感謝致します. また, 滝川 紘治教授, 受川 史彦助教授, 原 和彦先生, 松永 浩之先生, 浅川 高史先生, 大石 竜太郎先生にも数多くの御助言を頂きました. 心から御礼を申し上げます.

JLC カロリメータグループで共に研究を行った藤井 芳昭先生, 大田 辰郎さん, 中川 敦子さん, 魚住 聖さん, 石澤 善雄くん, また他大学の多くの方々には数多くのことを教えて頂きました. 感謝致します.

研究室の先輩である横山 雅彦さん, 中田 方斎さん, 鈴木 隆史さんにはコンピュータの使い方や研究の進め方について数多くの御助言を頂きました. 感謝致します.

筑波大学素粒子実験研究室の皆様とは, 研究や勉強だけでなく日常生活の中でたくさんの喜び, 楽しみを分かち合うことが出来ました. 本当にありがとうございました.

最後に, 私を常に暖かく見守り, これまで育て上げてくれた両親に深く感謝致します.

参考文献

[1] 研究者代表 小林富雄, 平成 8 年度科学研究費補助金 (基盤研究 A) 研究成果報告書.
電子陽電子リニアコライダー実験における測定器の開発研究.

[2] K.Abe et al, KEK Report 2001-11.
Particle Physics Experiment at JLC. (2001)

[3] K. クラインクネヒト.
粒子線検出器.

[4] R.Wigmans, CERN-PPE/91-205 (1991)

[5] G.D.Lafferty and T.R.Wyatt, CERN-PPE/94-72 (1994)

[6] G.J.Feldman and R.D.Cousins, Phys.Rev. D 57 3873-3889 (1998)

[7] T.Suzuki.et.al., Nucl. Instr. and Meth. A 432 48-65 (1999)

[8] H.Miyata.et.al., J.Phys.Soc.Jap. 69 1645-1660 (2000)

[9] S.Uozumi.et.al., to be published in Nucl. Instr. and Meth.

[10] H.Miyata, University of Tsukuba, Doctor Thesis.
A GAS CALORIMETER FOR HIGH ENERGY EXPERIMENT AND STUDY OF HIGH ENERGY CASCADE SHOWER. (1984)

[11] Y.Hayashide, University of Tsukuba, Doctor Thesis.
CHARACTERISTICS OF CDF ENDPLUG ELECTROMAGNETIC CALORIMETER. (1986)

[12] 大田辰郎, 筑波大学理工学研究科修士論文.
タイル/ファイバー型カロリメータ試作器の製作及び性能評価とそれを用いたハドロンシャワーの研究. (2000)

[13] 石澤善雄・中田有一, 筑波大学第一学群自然学類卒業論文.
JLC 補償型カロリメータの研究開発. (2000)