

JLC-CDC 基本設計のためのローレンツ角の測定と シミュレーションソフトウェアの開発

Lorentz Angle Measurement and
Development and Application of Simulation Software
for Conceptual Design of JLC-CDC

東京農工大学 工学研究科
電子情報工学専攻

保科 琴代

Contents

1	序論	1
1.1	はじめに	1
1.2	JLC 測定器の概要と CDC の役割	3
1.2.1	全体設計	3
1.2.2	測定器の構成	3
1.3	物理からの要請	6
1.3.1	ヒッグス粒子	6
1.3.2	ジェット不変質量によるパートン同定	14
1.4	加速器からの要請	18
1.4.1	加速器	18
1.4.2	加速器からの要請	21
2	JLC-CDC の基本設計	22
2.1	基本設計の流れ	22
2.2	物理からの要請から基礎デザインへ	23
2.2.1	基礎デザインの設定手順	23
2.2.2	現在の CDC の基礎デザイン パラメータ	26
2.2.3	基礎デザインから予想される JLC-CDC の性能と測定精度への要求	30
2.3	JLC-CDC の R&D の現状と本論文の記述範囲	32
2.3.1	テストチェンバーによるローカルパラメータの測定 (一部グローバルパラメータを含む)	33
2.3.2	シミュレータの作成とグローバルパラメータの最適化	34
2.3.3	本論文で述べる研究範囲	35
3	ローレンツ角の測定	36
3.1	ローレンツ角測定の原理	37
3.1.1	ローレンツ角の理論	37
3.1.2	CO ₂ /isobutane Gas におけるローレンツ角の予測	39
3.1.3	測定原理	40
3.1.4	測定システム	40

3.2	実験の準備	44
3.2.1	レーザービームシステム	44
3.2.2	ドリフトチェンバー	44
3.2.3	DAQ システム	46
3.2.4	データ解析プログラム	49
3.3	解析と結果	51
3.3.1	解析	51
3.3.2	結果	54
3.4	考察	58
3.4.1	電子の磁気偏向係数 ψ	58
3.4.2	より高い磁場への外挿	61
4	モンテカルロシミュレータの作成	62
4.1	モンテカルロシミュレータの概要	62
4.1.1	役割と構造	62
4.1.2	検出器シミュレータの種類	64
4.1.3	New シミュレータに要求される機能	67
4.2	Geant4 で稼働するステレオセル用オブジェクト J4TwistedTubs の作成	70
4.2.1	ステレオレイヤーとは	70
4.2.2	J4TwistedTubs に要求される関数とクラス構造	74
4.2.3	J4TwistedTubs クラス	77
4.2.4	J4VSurface クラス	79
4.2.5	J4HyperbolicSurface クラス	83
4.2.6	J4TwistedSurface クラス	86
4.2.7	J4FlatSurface クラス	91
4.2.8	J4TwistedTubs のテスト	91
4.3	Monte-Carlo Truth 生成プログラム JUPITER の作成	95
4.3.1	特長	95
4.3.2	ベースクラス構造	98
4.3.3	メインプログラム	104
4.3.4	CDC の実装	104
4.3.5	Pythia によるヒッグスイベントの生成と JUPITER によるシミュレーション	104
4.4	イベント再構成プログラム URANUS とそのシミュレータ Satellites の作成	110
4.4.1	CDC におけるイベント再構成と URANUS	110
4.4.2	イベント再構成シミュレータ Satellites の全体構造	112
4.4.3	IO (Input/Output module set)	112
4.4.4	METIS (Monte-Carlo Exacthit To Intermediate Simulated output)	114
4.5	シミュレータのテスト	115
4.5.1	ヒッグスイベントにおける運動量分解能	115

5	ミニジェットセル型円筒飛跡検出器の時間分解能	122
5.1	何故時間分解能が必要か	122
5.2	シングルトラックによる時間分解能の見積もり	124
5.3	ステレオレイヤーを含む CDC のトラックフィッティング	125
5.3.1	Helix のパラメータ表示と実測量との関係	125
5.3.2	通常の Helix フィッティング	129
5.3.3	Kalman Filter を用いたフィッティングプログラム	132
5.4	ミュオントラックによるテスト	139
5.4.1	3T デザインの CDC のビームバンチ分離能	139
5.4.2	ビームバンチ分離能向上のための R&D 項目	140
6	結論	143
6.1	本研究の成果	143
6.2	今後の方向	144
A	Kalman Filter	148
A.1	概要	148
A.2	Kalman Filter の原理	149
A.2.1	Prediction : Track パラメータの予測	150
A.2.2	Filtering : 現在点での Track パラメータの最適値の決定	151
A.2.3	Smoothing : 途中の点での Track パラメータの最適値の再評価	153
A.2.4	Inverse Kalman Filter : Hit 点の削除	156

Chapter 1

序論

1.1 はじめに

高エネルギー物理学とは、物質の究極の構成要素を探求し、その間に働く相互作用を解明することを目的とする学問である。高エネルギー物理学発展の歴史は、その主要な研究手段である高エネルギー加速器の進展とともにあった。新しいより高いエネルギーの加速器での衝突実験は、より小さな領域の探索を可能とし、我々の極微の世界に対する理解を深めてきたのである。現在我々は、標準理論に集約される世界像、すなわち、「自然がクォークとレプトンと呼ばれる少数の物質粒子と、その間の相互作用を媒介するゲージ粒子からなり、それらがゲージ対称性で関係づけられている」とする世界像（ゲージ原理）を手にするに至っている。この標準理論は、現在までの全ての実験事実を見事に説明し、その破れを示す確かな証拠はこれまでの所見つかっていない¹。しかしながら、標準理論を形作るもう一つの重要な要素である自発的対称性の破れを引き起こす実体、つまり、この標準理論にあって、ゲージ粒子や物質粒子の質量を生み出すなくてはならない粒子、すなわちヒッグス粒子は未だ未発見のままである。昨今話題となっているニュートリノ振動や、 B 中間子系での CP 非保存は、いずれも物質粒子（クォークまたはレプトン）とヒッグス粒子との湯川相互作用に起因すると考えられるので、その本質的な理解は、自発的対称性の破れを引き起こす実体の解明を抜きにしてありえない。現在の高エネルギー物理学の最重要課題は、このヒッグス粒子の発見とその性質の詳細な研究、さらには標準理論の枠組みを本質的に越える理論（超対称性、余次元、大統一など）の実験的な手がかりを得ることである。標準理論の構造を詳細に調べることにより、その手がかりが TeV 領域にあることが分かっている。これが、LHC を初めとする TeV 領域を調べるための将来加速器の主な建設動機である。

LHC では、広いエネルギー領域を調べる事ができるという大きな利点があるが、構造を持った陽子・陽子の衝突であるため、反応が複雑で、素過程の精密な測定は難しい。一方、電子・陽電子線形衝突型加速器では、構造を持たない粒子同士の衝突なので、始状態が明快に分かっており、反応も素過程そのものなので、精密測定に理想的である。これまでの実験から、間接的ではあるが、標準理論のヒッグス粒子の質量について、95% の信頼度で、約 200 GeV 以下という上限値がえられており、重心系エネルギーで 400 GeV

¹近年のニュートリノ振動の発見は、ニュートリノが有限の質量を持つ事を示したが、これは、標準理論の基本的枠組みを崩す事なく簡単に取り込む事ができる。標準理論の根幹をなす基本原理、すなわちゲージ原理はいささかもゆらいでいないのである。

程度の電子・陽電子線形衝突型加速器でその発見、研究ができると期待されるので、世界的に、建設に向けて気運が盛り上がっている。我が国でも、アジア諸国と共同で、将来計画として電子・陽電子線形衝突加速器である JLC 計画を推進しつつあり、現在加速器、測定器の両方で勢力的に開発研究が行われている。

東京農工大学においては、早くより高エネルギー加速器研究機構、筑波大学、工学院大学、近畿大学、ミンダナオ州立大学らと共に、JLC の測定器の一つである中央飛跡検出器 (CDC) の共同開発研究 (JLC CDC Group) を行っている。

既に述べたように、JLC の電子・陽電子線形衝突加速器の実験で最も重要な目標の一つに、ヒッグス粒子の発見と研究が挙げられる。特に、 $e^+e^- \rightarrow H^0 Z^0$ の反応で Z^0 の崩壊から生じるレプトン対の反跳質量分布の測定によるヒッグス粒子の測定では、その質量、崩壊巾の最も精度の高い測定を可能にするのみならず、ヒッグス粒子の崩壊モードによらない探索を可能とするので、生成断面積の崩壊分岐比によらない絶対測定が可能となる。また、ヒッグス粒子が検出不可能な粒子に崩壊した場合にも使える探索法を提供する。このレプトン対の反跳質量分布の測定で最も重要な役割を果たすのが中央飛跡検出器である。

レプトン対の反跳質量の分解能は、もともと加速中に生じるビームエネルギーの広がりや中央飛跡検出器によるレプトン対の運動量分解能とで決まる。加速器の性能を最大限に活かすためには、中央飛跡検出器によるレプトン対の運動量分解能の反跳質量分解能に対する寄与は、ビームのエネルギーの広がりの寄与に比べて無視できる程度でなくてはならない。後で詳しく述べるように、この要求から、 $\sigma_{p_T}/p_T \sim 10^{-4} \times p_T(\text{GeV})$ の運動量分解能を持った高性能の中央飛跡検出器が必要となる。

また、高エネルギー電子・陽電子線形衝突型加速器実験の著しい特徴として、複数のジェットに崩壊する弱い相互作用のゲージ粒子 (W/Z)、トップクォーク (t)、さらにはヒッグス (H) などの重いパートンを、ジェット不変質量法によって同定し、素過程を基本粒子のレベルで再構成する可能性 (ファインマン図が見えてくる) があげられるが、そのためには、ジェット中の近接する荷電粒子飛跡を高効率で分離し、各々の運動量を高精度で測定する事、また、こうして検出された荷電粒子飛跡をカロリメータのクラスターと一対一対応させる事が必要となる。

一方、将来の電子・陽電子線形衝突型加速器実験では、ビームをナノメートルサイズにまで収束させ衝突させるので、衝突するビーム同士が強い電磁力を及ぼし合い、今までにない種類のバックグラウンドが発生する可能性もある。測定器はこうしたバックグラウンドに十分耐えうるものでなくてはならない。

こうした物理の要求を踏まえ、また、加速器からの要請を加味した、中央飛跡検出器の全体設計の完成が我々 JLC CDC グループの開発研究の最終目標である。一般に、開発研究は、要素技術の開発と、それを組み合わせたシステム開発とに大別される。CDC の開発研究の場合、前者は、ワイヤーあたりの位置分解能とか、1つのドリフト・セルあたりの近接ヒット分離能といった測定器の局所的な性質にかかわる要求性能の実現可能性を見極めるためのハードウェア開発研究が中心となる。一方、後者のシステム開発は、CDC 全体としての性能評価を必要とするため、実機規模のプロトタイプ建設以前の段階においては、要素技術の開発研究の結果に基づいた、シミュレーション主体のものとなる。CDC の全体設計は、前者に対応する検出器要素 (例えばドリフト・セル) の設計、後者に対応するそれらの配置 (例えばレイヤー構造、全体としての大きさなど) の設計からなり、各々、基本仕様 (検出器の幾何学的構造を決めるパラメータや、例えばワイヤーあたりの位置分解能など) を決める基本設計 (Conceptual Design)、またそれを実際どう具体化するかを決める技術設計 (Engineering Design) の段階を踏むことになる。

本研究では、CDC のシステムとしての基本設計を目標に、それに必要となる検出器要素 (ドリフト・セル) の設計に不可欠なローレンツ角の精密測定を行うとともに、システム設計に不可欠な測定器シミュ

レータの開発を、将来を見据え、Geant4²に基づいて、オブジェクト指向技術を最大限に活用して行った。本論文では、まずこの章の残りをを使って、JLC 測定器の全体設計の思想を概説した後に、中央飛跡検出器に課せられる要請を、物理の面からと、加速器の面からとで、もう少し詳しく検討する。次の章では、JLC の中央飛跡検出器の基本設計の流れを概観し、検出器要素の局所的パラメータ（ローカルパラメータ）、システム全体としての大局的パラメータ（グローバルパラメータ）がどのように決まるかを検討する。これに続く3章では、本論文の一番めの主題である、ローレンツ角の測定について、従来の測定精度を1けた以上改善する事になった新しい測定原理、また、そのデータ解析のためのオブジェクト指向技術に基づく新しい解析プログラムの開発、そしてデータ解析の結果と評価について述べる。4章では、本論文の二番目の主題であるオブジェクト指向技術を最大限に活用した Geant4 に基づく測定器シミュレーションの枠組みについて、その設計理念、構造を詳説するとともに、それを用いて実機のシミュレーションを行い、ローカルパラメータの詳細によらない事項について、CDC のシステム全体としての性能評価を試みる。5章では、開発したシミュレータを用い、これまで未確認であったミニジェットセル型円筒形ドリフトチェンバーのバンチ分離能の見積もりを行う。

最後の章では、これらの開発研究の現状をまとめるとともに今後の開発研究の方向を展望する。

1.2 JLC 測定器の概要と CDC の役割

1.2.1 全体設計

JLC の衝突点は当面一ヶ所であるため、そこに設置される測定器は、想定されるあらゆる物理だけでなく、予想外の物理に対しても十分対応可能な高性能かつ汎用の物でなければならない。具体的にはまず W 粒子や Z 粒子のジェットを用いた再構成が精度よく出来なければならない。また、ヒッグス粒子の発見及び研究のため、非常に良い質量分解能が要求される。またトップクォークの研究やヒッグス粒子に対するバックグラウンドを抑えるため、 b ジェット識別が効率良く行える必要がある。さらには、超対称粒子探索のため十分広い立体角を隙間なく覆う測定器でなければならない。これらの条件をシミュレーションを行って検討した結果、「標準測定器」として図 1.1 に示すような構成の測定器を考え、表 1.1 に示すような性能を達成することを目標としている。

1.2.2 測定器の構成

バーテックス検出器

衝突点の極めて近傍で、荷電粒子の飛跡を精密に測定する検出器で、 B 中間子や D 中間子の崩壊点を測定して、 b クォークや c クォークの同定をする役割をしている。通常バーテックス検出器に使用されるシリコンストリップ型ではなく、2次元的に読み出し可能なピクセル型の Si-CCD を使用する。多量のバックグラウンド中でも十分な機能を果たす為に、4層の CCD 検出器より構成され、それぞれビーム軸から 2.4、3.6、4.8、6.0 cm の位置に設置される。総数 3.2×10^8 個の $25 \mu\text{m} \times 25 \mu\text{m}$ のピクセルで構成され空間分解能は $4 \mu\text{m}$ である。

²Geometory ANd Tracking simulator の略。[4]

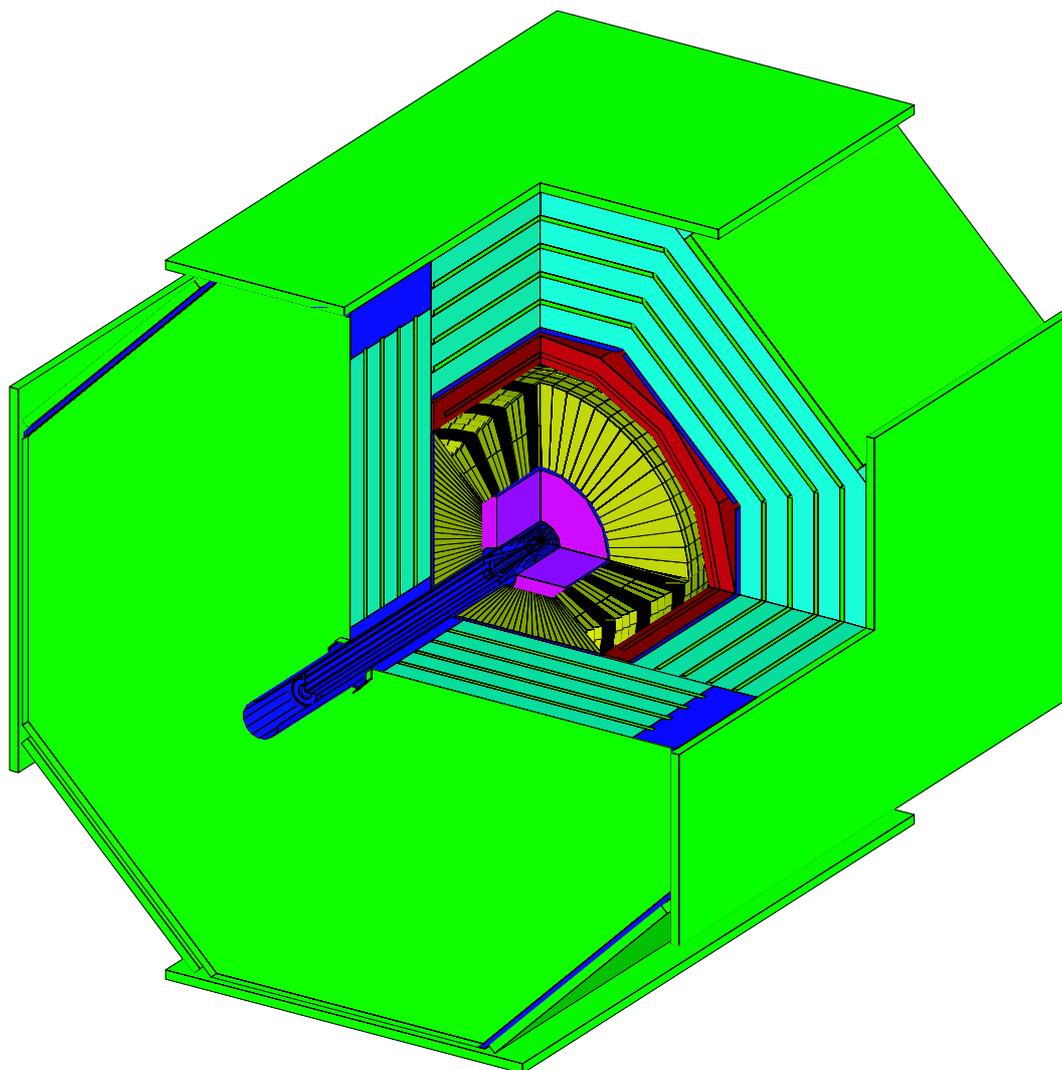


Figure 1.1: JLC 測定器の概略図

Detector	Configuration	Performances	Channels and Data Size
PM (3D Active Pixel)	$\theta = 11 - 48\text{mrad}$ ($r=2-8.5\text{cm}$) 300 μm -thick x 2 layers pixel size=100 μm	Under Study	Number of pixels = 8.6M Readout channel = 156ch Data size = 12k bytes/sec
LM (W/Si)	$\theta = 50-150\text{mrad}$ 43Xo x 16samplings $Nr = 32, N\phi = 16$	Under Study	Number of pads = 16.4k Readout channel = 128ch Data size = 3.3k bytes/train
AM (W/Si)	$\theta = 150-200\text{mrad}$ 23Xo x 8samplings $Nr = 10, N\phi = 32$	Under Study	Number of pads = 5.1k Readout channel = 16 Data size = 5.1k bytes/train
FT	TBD	Unknown	
VTX (CCD)	$\cos\theta < 0.90$ pixel size=25 μm , thickness=300 μm 4 layers at $r = 2.4, 3.6, 4.8, 6.0\text{cm}$	$\sigma = 4.0\mu\text{m}$ $\delta^2 = 7^2 + (20/p)^2 / \sin^3 \theta$ [μm] $\epsilon_b = 50\%$ @ purity=93%	Number of pixels = 320M Readout channel = 2.4k Data size = 1.4M bytes/train
IT (Si-strip)	$\cos\theta < 0.90$ strip width=100 μm , thickness=300 μm 5 layers at $r = 9, 16, 23, 30, 37\text{cm}$	$\sigma = 40\mu\text{m}$ Tracking Performance Under Study D	Number of strips = 522k Readout channel = 1.0k ata size = under study
CDC common (Mini-jet)	$\cos\theta < 0.70$ (full sample) $\cos\theta < 0.95$ (1/5 samples)	$\sigma_z = 1\text{mm}$ 2-track separation = 2mm	200MHz FADC depth = 1k words
2Tesla	$r = 45 - 230\text{cm}, L = 460\text{cm}$ $N_{\text{sample}} = 80$	$\sigma_x = 100\mu\text{m}$ $\sigma_{Pt} / Pt = 1 \times 10^{-4} Pt + 0.1\%$	Readout channel = 13k Data size = 5.2M bytes/train
3Tesla	$r = 45 - 155\text{cm}, L = 310\text{cm}$ $N_{\text{sample}} = 50$	$\sigma_x = 85\mu\text{m}$ $\sigma_{Pt} / Pt = 3 \times 10^{-4} Pt + 0.1\%$	Readout channel = 8.1k Data size = 3.3M bytes/train
Trackers Combined		$\sigma_{Pt} / Pt = 1 \times 10^{-4} Pt + 0.1\%$	
CAL common (Pb/Sci)	EM = 27Xo (3sections) HAD = 6.5 λ_0 (4sections) $\Delta\theta, \phi = 24\text{mrad}$ (EM), 72mrad (HAD)	$\sigma/E = 15\% / \sqrt{E} + 1\%$ (EM) $\sigma/E = 40\% / \sqrt{E} + 2\%$ (Had) $e/\pi \text{ ID} = 1/1000$	Number of cells = 144k Readout channel = 5k Data size = 3k bytes/train
2Tesla	$\cos\theta < 0.985$ (full thickness) $r = 250 - 400\text{cm}, z = \pm 290\text{cm}$		
3Tesla	$\cos\theta < 0.966$ (full thickness) $r = 160 - 340\text{cm}, z = \pm 190\text{cm}$		
SHmax	scin.strip (1cm-wide) or Si-pad (1cm x 1cm)	$\sigma = 3\text{mm} / \sqrt{E}$	Readout channel = 5k Data size = 40k bytes/train
MU (SWDC/RPC/TGC)	$\cos\theta < 0.998$ 6 SuperLayers	$\sigma = 0.5\text{mm}$ Muon ID under study	Readout channel = 10k
Yoke	2Tesla $r = 5.5\text{m} - 7.5\text{m}, Z = 5.0\text{m} - 7.9\text{m}$		
3Tesla	$r = 4.5\text{m} - 7.0\text{m}, Z = 3.9\text{m} - 6.5\text{m}$		

Table 1.1: JLC 測定器の諸性能

中央飛跡検出器 (CDC)

寿命の長い荷電粒子 (電子、ミュー粒子、荷電 π 中間子、荷電 K 中間子、陽子) の飛跡を検出する装置で、超電導磁石による磁場によって曲げられた荷電粒子の飛跡の曲率半径からその粒子の運動量を知ることができる。詳細は後述。

カロリメータ

飛跡を残さない中性粒子 (光子、中性子、 K_L^0 など) のエネルギーを測定する役割をもつ。カロリメータはビーム軸の周りの円筒状のパレル部とそれに蓋をするような形の端部より成り $|\cos\theta| < 0.99$ の領域を覆っている。検出部分は鉛とプラスチックシンチレーターの多層サンドイッチ構造をしていて 1GeV の電子や光子に対するエネルギー分解能は 15%、1GeV のハドロン粒子に対しては 40%である。

ミュー粒子検出器

カロリメータで吸収されることなく全ての測定器を通り抜けるミューオンを検出する役割をもつ。このミュー粒子検出器は運動量の測定ではなくミュー粒子の識別に用いられるので空間分解能は $500 \mu\text{m}$ 程度でよい。この検出器は、6 層 (Supre-Layer) からなり、1 つの層 (Supre-Layer) には単線のワイヤーチェンバーから成る 4 つの層構造になっていて飛跡の方向を求めることができる。またカロリメータ及び鉄中でのエネルギー損失のため識別可能なミュー粒子の運動量は 3.5GeV 以上である。

1.3 物理からの要請

1.3.1 ヒッグス粒子

多くの実験による精力的な探索にも係わらず、標準模型の要であるヒッグス粒子は未だ見つかっていない。その探索と性質の研究は JLC における物理の最も重要な課題の一つである。標準模型では、ヒッグス粒子の質量はパラメーターにすぎない。従って、その予言は標準模型を越える理論でのみ可能である。軽い ($\lesssim 200 \text{ GeV}$) ヒッグス粒子の存在は大統一、大砂漠を基礎とする模型の一般的な帰結である。これに対し、テクニカラーなどの複合ヒッグス模型ではヒッグス粒子は重くて良い。前者のシナリオでは、自然さの問題を考えれば、TeV 以下に多くの超対称粒子が存在し得る。一方、後者のシナリオでは、その背後にある新しい力学の全容を明らかにするには、TeV を越えたエネルギーが必要となる。この意味で、JLC における軽いヒッグス粒子の探索は、高エネルギー物理の今後の方向を決定する分岐点となるであろう。既に述べたように、標準理論の枠組みの中で、これまでに得られたデータをフィットすると、ヒッグス粒子の質量に対して約 200 GeV の上限値がえられる。これは、データが軽いヒッグスのシナリオを指示していると見る事ができるが、重いヒッグスの可能性はまだ残されており、最終的な決着は、直接探索の結果を待たねばならない。以下の節では、ヒッグス粒子探索からの中央飛跡検出器の性能に対する要求をまとめる。

ヒッグス粒子の探索法

高エネルギー電子陽電子衝突反応で、標準模型のヒッグス粒子を作る反応としては、(1) $e^+e^- \rightarrow H_{SM}^0 Z^0$ 、(2) $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}H_{SM}^0$ 、(3) $e^+e^- \rightarrow e^+e^-H_{SM}^0$ 反応などがある。このうち、(2) と (3) の反応は 1 TeV 以

上の高エネルギーで断面積が大きくなるので特に重いヒッグスの探索の場合に適している。一方、(1)の反応は比較的軽いヒッグスの場合に適しており、LEPでの探索などで利用されている。JLC-Iのエネルギー領域でも、主に(1)の反応を利用して、ヒッグスの探索を行なうことになる。

一方、ヒッグス粒子とフェルミオン、ウィークボソンとの結合は質量に比例し、よって、その崩壊の部分巾は質量の自乗に比例する。従って、ヒッグス粒子は、質量が半分以下の粒子 ($< \frac{1}{2}M_{H_{SM}^0}$) のうち最も重い粒子への崩壊巾が最も大きい。実際 140 GeV 以下では確かに $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}$ モードの崩壊の分岐比が最大である。しかしながら、ウィークボソンへの崩壊巾と b クォークへの崩壊巾は3桁近く異なるので、140 GeV 以上では、 $H_{SM}^0 \rightarrow W^*W$ モードの崩壊の分岐比が最も高くなる。超対称性理論が予言するような軽いヒッグス (140 GeV 以下) の場合は、主として $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}$ モードの崩壊を探索することになる。

以上のことから、 $e^+e^- \rightarrow H_{SM}^0 Z^0$ 反応によるヒッグス粒子生成事象は、 Z^0 の崩壊モードにより (1) $\nu\bar{\nu}b\bar{b}$ 、(2) $l^+l^-b\bar{b}$ 、および (3) $q\bar{q}b\bar{b}$ の三つの型に分類出来る。

典型的な事象の例を図 1.2 に示す。

2 ジェット不変質量分布を用いた探索

上記三つの場合によって、2 ジェット、レプトン対あるいは四元運動量欠損の不変質量が Z 粒子のそれと一致するという要求をすると、ヒッグス粒子は、残りの2 ジェット系の不変質量分布にピークとなって現れる。このピークを探すことによりヒッグス粒子を発見することが出来る。

この探索における主なバックグラウンドは、(1) $e^+e^- \rightarrow Z^0 Z^0$ 、(2) $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ 、および (3) $e^+e^- \rightarrow e\nu W$ 反応である。このうち、(1) と (2) は、微断面積が前方にピークを持ち、(2) と (3) はヒッグスの崩壊の特徴である b クォークを含んでいない。従って、ヒッグス粒子の探索において重要となる点は、(1) 中心部に発生した事象を選ぶこと、(2) b クォークジェットを効率良く選ぶこと、(3) ヒッグスの質量を再構成するに足るだけの十分な分解能を持つことである。次章で述べるように、CCDを用いたパーテックス検出器を使用すれば、高い効率でヒッグス粒子の崩壊で生じる b クォークを検出することが出来る。不変質量再構成の分解能の良し悪しは、特にヒッグスの質量が W や Z ボソンに近いときには問題となり得る。そこで、必要な分解能を達成するためには、高精度のカロリメータや飛跡検出器だけでなく、ジェット中での電子やミュオン粒子の識別が可能であり、軌跡とカロリメータの信号を確実に結び付けられるような測定器の能力が必要である。次章に示す測定器案は、このような能力を持つ測定器の例である。

$\sqrt{s} = 300$ GeV で測定した時に期待されるヒッグス粒子の不変質量分布の例を図 1.3 および 図 1.4 に示す。 $\nu\bar{\nu}b\bar{b}$ および $q\bar{q}b\bar{b}$ のモードでは 4 fb^{-1} のルミノシティでもヒッグス粒子の検出が出来ることが分かる。JLC-I の設計値ではこれは約 2 日間のデータ収集に過ぎないことに注目して欲しい。ヒッグス粒子の質量が 160 GeV 以上の時には、主たる崩壊過程となる $H_{SM}^0 \rightarrow W^+W^-$ を用いてヒッグスの探索が可能である。JLC-I の 20 日分に相当する 30 fb^{-1} のルミノシティを収集したときには、 Z 粒子とヒッグス粒子の質量差が 10 GeV 以上あれば Z 粒子の三つの崩壊モード全てで際だったヒッグスの信号を見ることが出来る。これら三つのモードは全く独立なので、そのヒッグス粒子としての解釈は揺るぎないものとなるであろう。ヒッグスの質量が Z 粒子に近接していた場合には、 $e^+e^- \rightarrow Z^0 Z^0$ 反応と重なり合うが、測定された事象数や、 $Z^0 Z^0$ 反応と $H_{SM}^0 Z^0$ 反応との間の角分布の違い等により、ヒッグス粒子の存在に関する揺るぎない証拠が与えられることに変わりはない。

レプトン対に対する質量欠損を用いた探索

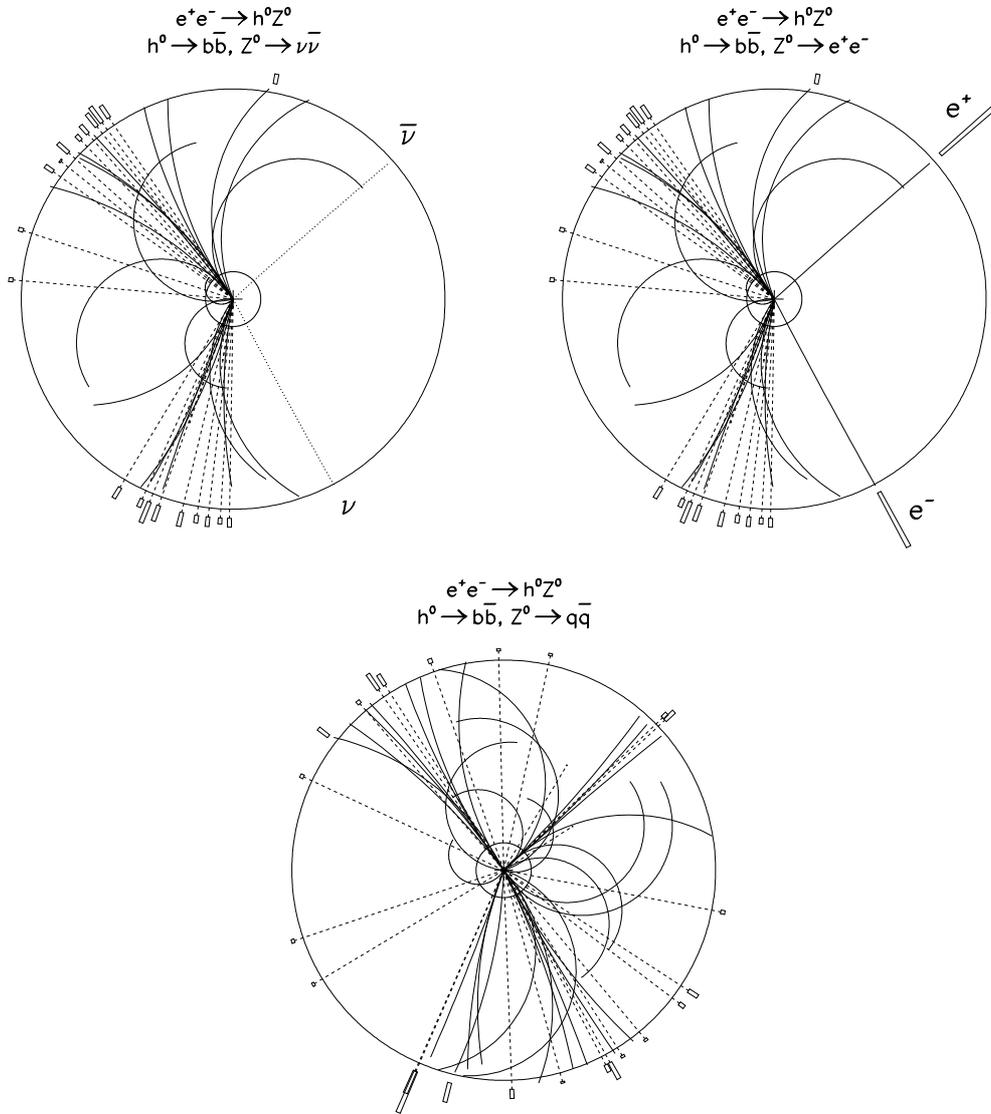


Figure 1.2: 典型的な $e^+e^- H_{SM}^0 Z^0$ 事象の例。 $m_{H_{SM}^0} = 120$ GeV、 $\sqrt{s} = 300$ GeV とした。(a) $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}$ 、 $Z^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ 、(b) $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}$ 、 $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ 、(c) $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}$ 、 $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$ 。図 (a) および (c) では、実線は 2 テスラの磁場中におかれた内径 0.3 m、外径 2.3 m の飛跡検出器により測定される荷電粒子の軌跡を、点線は光子を示す。外側の箱は電磁カロリメータを表し箱の大きさはエネルギーに対応している。

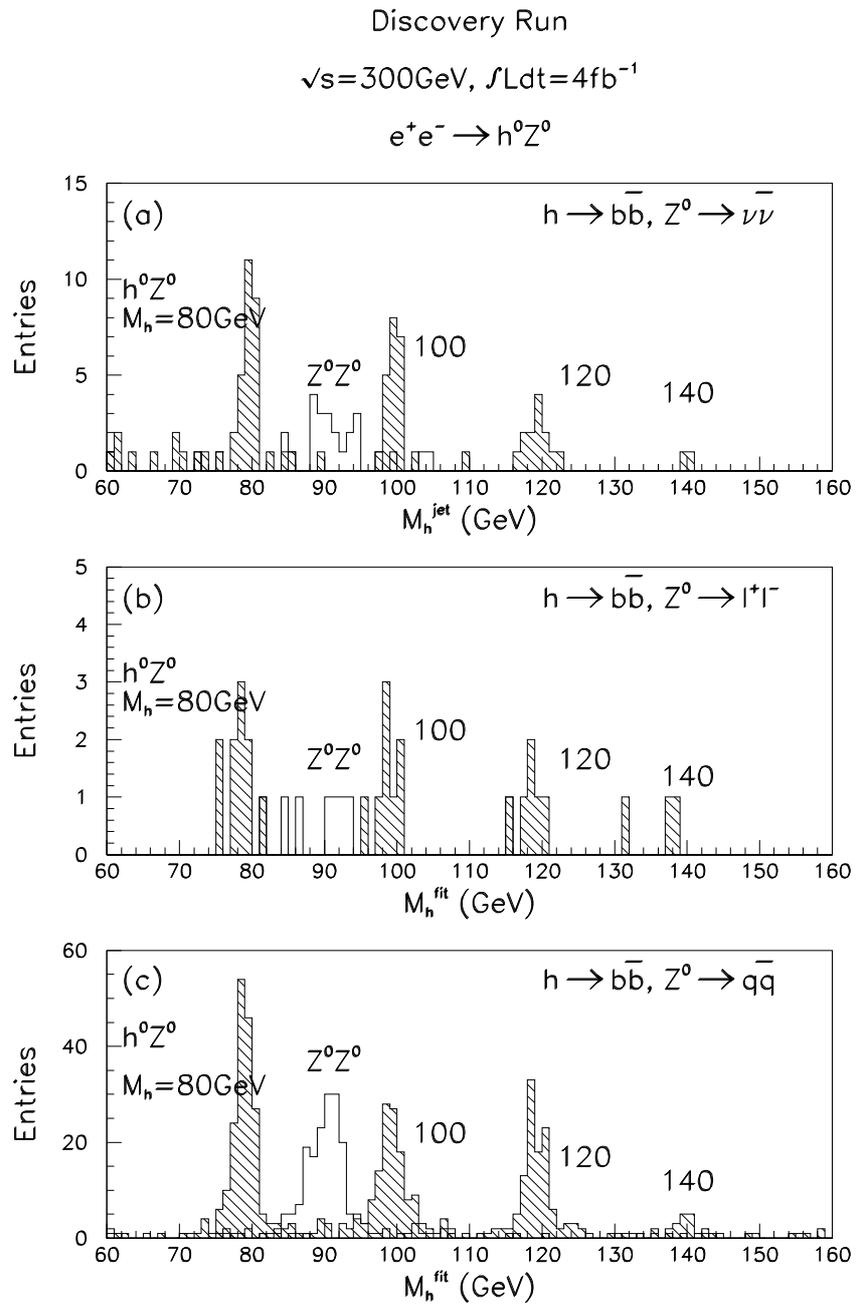
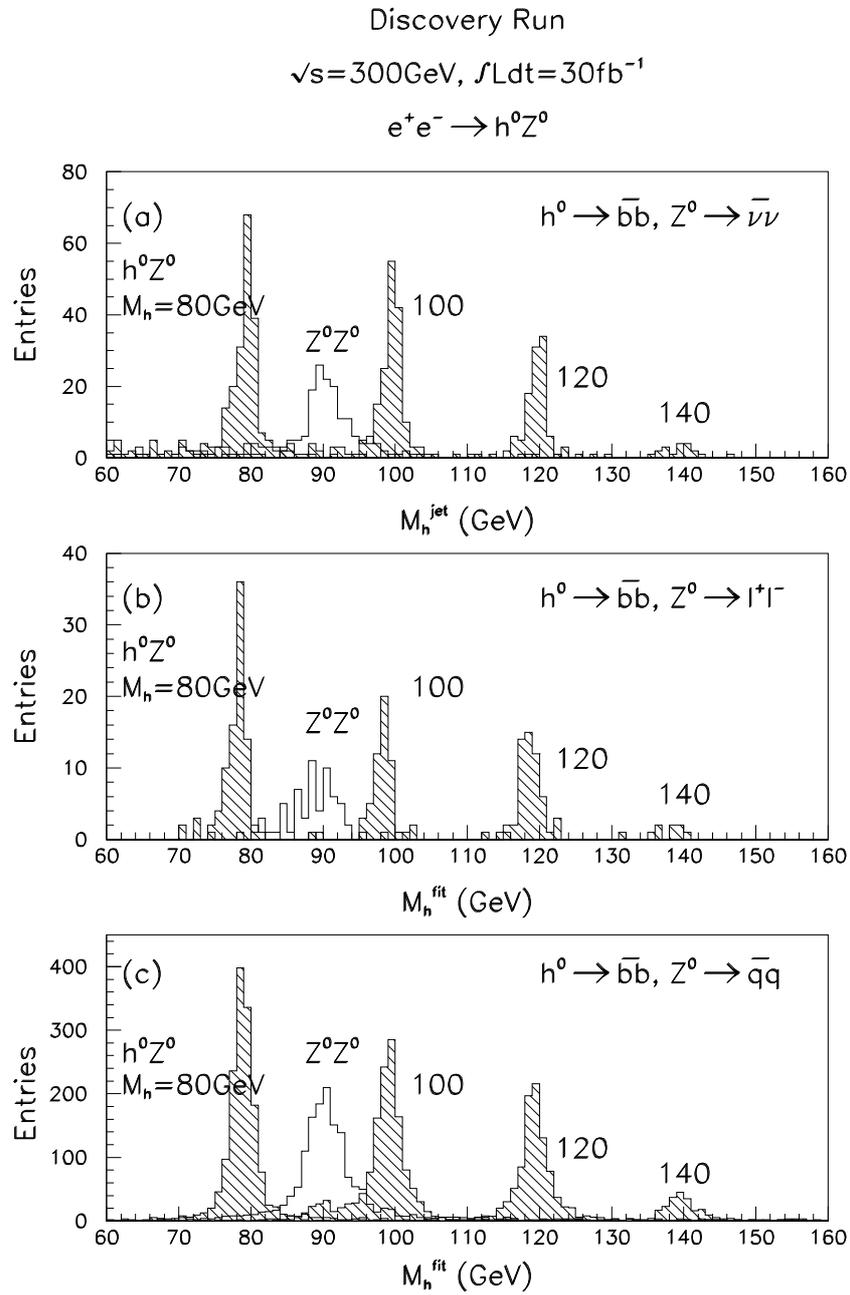


Figure 1.3: 発見ランの、 4 fb^{-1} の統計での三つの崩壊モードで測定したヒッグスの不変質量分布。(a) は $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}, Z^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ の時の m_h^{jet} 分布。(b) は $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}, Z^0 \rightarrow l^+l^-$ の時の m_h^{fit} 分布。(c) は $M_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}, Z^0 \rightarrow q\bar{q}$ の時の m_h^{fit} 分布。図中、網かけしたヒストグラムは信号である $e^+e^- \rightarrow H_{SM}^0 Z^0$ 反応で $m_{H_{SM}^0}=80, 100, 120, 140 \text{ GeV}$ の場合。白抜きヒストグラムはバックグラウンドである $e^+e^- \rightarrow Z^0 Z^0$ 反応によるものである。

Figure 1.4: 積分ルミノシティー 30fb^{-1} の場合の図 1.3 に対応する図。

$l^+l^-b\bar{b}$ モードをつかった探索では、検出した l^+l^- から、 l^+l^- 以外の系の質量を求めることにより、ヒッグスの崩壊モードに無関係に探索を行なうことができる。これは、ヒッグス粒子が、例えば測定不能な粒子 (超対称性模型の LSP 等) に崩壊する場合でも使用できる重要な方法であるので、飛跡検出器は十分な分解能を持つことが必要である。飛跡検出器が十分な分解能を持てば、ビームエネルギーの広がりや質量分解能が決まる。一般に、リニアコライダーではビームエネルギーの広がりが大きい (図 1.5 では全幅 2%)、特別のビーム収束パラメータを用いることにより、多少のルミノシティ損失はあるが、ビームエネルギーの広がりを押さえた衝突を行なうことが可能である。従って、初期の発見ランでヒッグスの大体の質量がわかれば、そこにビームエネルギーを合わせてビームエネルギーの広がりの少ない測定を行なうことも可能である (精密測定ラン)。例えば、質量が Z 粒子に近い場合、 $\sqrt{s} = 200$ GeV で精密測定ランをしたときの例を図 1.6³ に示す。ここでは、ビームエネルギーの広がりが全幅で 0.4%、積分ルミノシティ 10 fb^{-1} を仮定してある。ヒッグス粒子の全崩壊率は Z 粒子よりもずっと小さいので、質量がほとんど同じでも、 Z 粒子のバックグラウンドの上に鋭いピークとしてヒッグス粒子を検出できる。

これはまた、ヒッグス粒子が確かに小さな崩壊巾を持つことを確認する意味でも重要である。実際、超対称性理論のヒッグス粒子の場合、超対称性のパラメータによっては、ビームエネルギーの広がりや質量分解能に比べて飛跡検出器の運動量分解能が十分であれば、そのずれから見つかったヒッグス粒子が、標準理論を越える理論のヒッグス粒子であると結論出来る。

中央飛跡検出器への性能要求

以上のことから、ヒッグス粒子探索においては、

1. 2 ジェット不変質量分解能が W や Z の崩壊巾と同程度であり、ヒッグス粒子の質量が W や Z のそれに近い場合でも十分分離できること、
2. ヒッグス粒子の崩壊モードに無関係な探索を可能にするレプトン対に対する質量欠損法で、ビームエネルギーの広がりや質量分解能に比べて飛跡検出器の運動量分解能の影響が十分小さいこと、

が測定器に課せられた要請となる。

このうち、初めの項目に関しては、ヒッグス探索だけでなく一般的に JLC-I のあらゆる物理に関係するので、節を改めもう少し詳しく扱う。ここでは、項目 2 について中央飛跡検出器への具体的な性能要求について考える。

ヒッグス探索反応である $e^+e^- \rightarrow ZH$ において、 Z 崩壊からのレプトン対 (ℓ_1, ℓ_2) を使った質量欠損法とは、初期状態の重心エネルギー (E_{CM}) が良く分かっているとき、終状態 2 体のうち的一方 (今の場合 Z ボソン) のエネルギーや運動量 (E_Z, p_Z) から、他方 (ヒッグス粒子) の質量 (M_h) をエネルギー運動量保存則より計算する方法である。すなわち、

$$\begin{aligned} M_h^2 &= (E_{CM} - E_Z)^2 - \vec{p}_Z^2 \\ &= E_{CM}^2 - 2E_{CM}(|\vec{p}_{\ell_1}| + |\vec{p}_{\ell_2}|) + 2|\vec{p}_{\ell_1}||\vec{p}_{\ell_2}|(1 - \cos\theta) \end{aligned} \quad (1.1)$$

ここで、

$$\vec{p}_z = \vec{p}_{\ell_1} + \vec{p}_{\ell_2}$$

³実際には、この例に示した質量域のヒッグス粒子は既に排除されているが、ここでは Z 粒子の質量ピークと重なるような最悪の場合でも高精度の測定ができることを示す目的で、あえて実験による質量下限値 $\sim 115 \text{ GeV}$ 以下を例として選んだ。

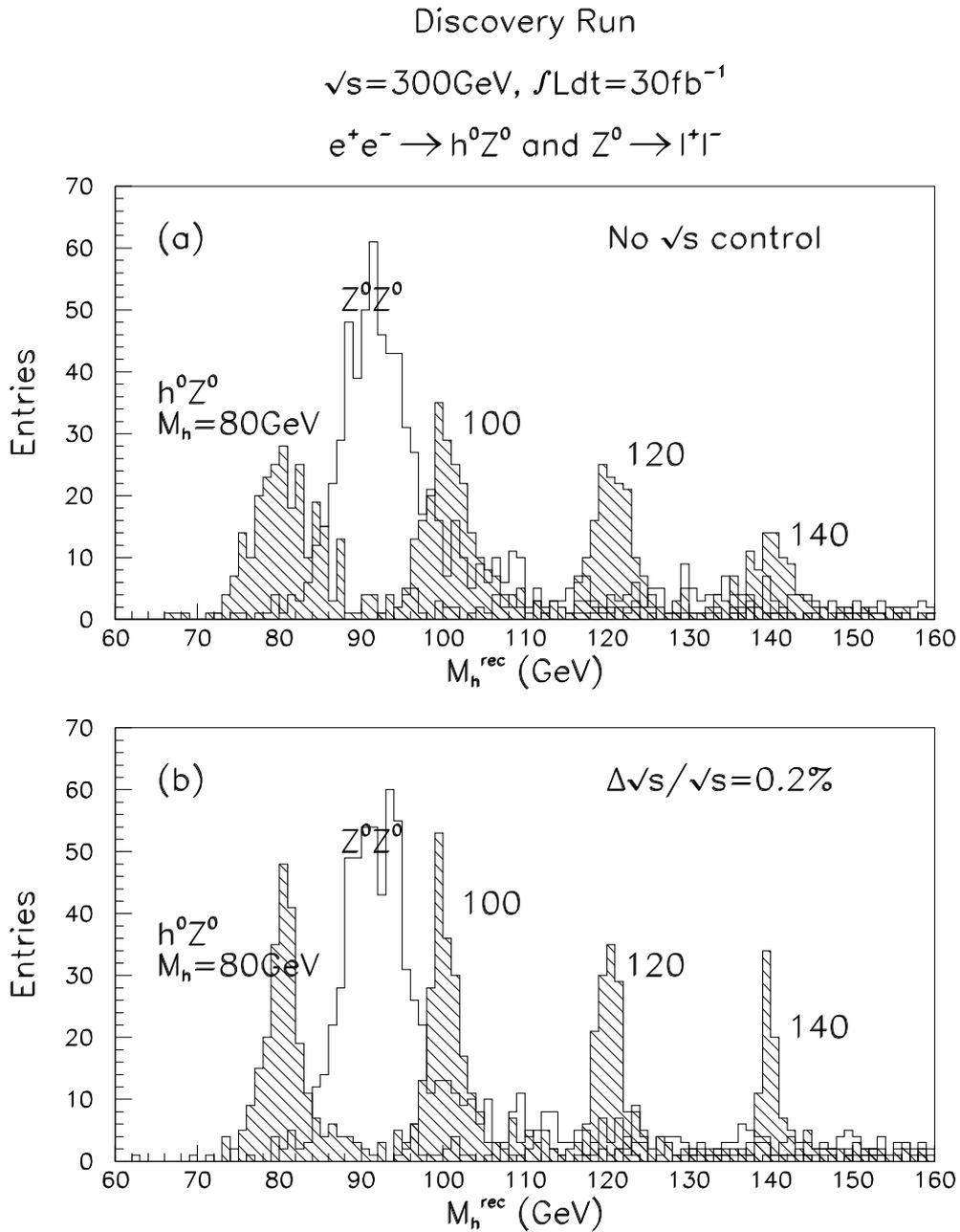


Figure 1.5: $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}$ に対応する $Z^0 \rightarrow l^+l^-$ の反跳質量分布。積分ルミノシティーは 30 fb^{-1} 。(a) は衝突エネルギーの制御をしない場合、(b) はした場合。網かけしたヒストグラムは、 $m_{H_{SM}}=80$ 、 100 、 120 、および 140 GeV の時の $e^+e^- \rightarrow H_{SM}^0 Z^0$ 。白抜きのヒストグラムはバックグラウンド反応 $e^+e^- \rightarrow Z^0 Z^0$ 。

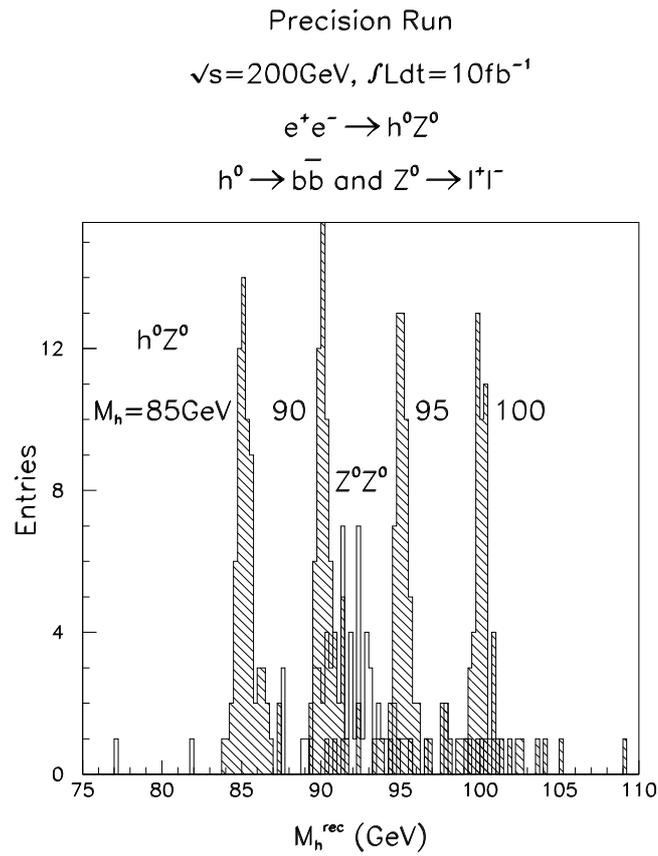


Figure 1.6: $\sqrt{s} = 200$ GeV における $H_{SM}^0 \rightarrow b\bar{b}$ に対応する $Z^0 \rightarrow l^+l^-$ の反跳質量分布。ビームエネルギーの広がり全幅で 0.4%、積分ルミノシティは 10fb^{-1} 。網かけしたヒストグラムは、 $m_{H_{SM}^0}=85$ 、90、95、および 100 GeV の時の、 $e^+e^- \rightarrow H_{SM}^0 Z^0$ 。白抜きヒストグラムはバックグラウンド反応の $e^+e^- \rightarrow Z^0 Z^0$ に対して b タギングをしたもの。

で、 θ は実験系でのレプトン対の運動量間の角度である。従って、ヒッグス質量の分解能 (ΔM_h) は、(1.1) 式より角度の誤差を無視すれば

$$(\Delta M_h^2)^2 = \left(\frac{\partial M_h^2}{\partial |\vec{p}_{\ell_1}|} \right)^2 (\Delta |\vec{p}_{\ell_1}|)^2 + \left(\frac{\partial M_h^2}{\partial |\vec{p}_{\ell_2}|} \right)^2 (\Delta |\vec{p}_{\ell_2}|)^2$$

ただし、

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_h^2}{\partial |\vec{p}_{\ell_1}|} &= -2 \left(E_{CM} - 2|\vec{p}_{\ell_2}| \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \frac{\partial M_h^2}{\partial |\vec{p}_{\ell_2}|} &= -2 \left(E_{CM} - 2|\vec{p}_{\ell_1}| \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned}$$

となる。

ここで、しきい値近くでは $\theta \simeq 180^\circ$ かつ $|\vec{p}_{\ell_1}| \simeq |\vec{p}_{\ell_2}|$ である事を考慮すれば、ヒッグス質量の分解能 (ΔM_h) はレプトンの運動量分解能 ($\Delta |\vec{p}_\ell|$) に比例し、

$$\Delta M_h \simeq \sqrt{2} \frac{E_{CM} - 2|\vec{p}_\ell|}{M_h} \cdot \Delta |\vec{p}_\ell| \quad (1.2)$$

と表すことができる。

一方、ビームエネルギーの広がり ($\Delta E = \Delta E_{CM}/2$) は、0.2% 程度まで小さくできると期待でき、この広がりヒッグス質量の分解能への寄与は

$$\begin{aligned} \Delta M_h &= \frac{E_{CM} - (|\vec{p}_{\ell_1}| + |\vec{p}_{\ell_2}|)}{M_h} \cdot \Delta E_{CM} \\ &\simeq \frac{E_{CM} - 2|\vec{p}_\ell|}{M_h} \cdot \Delta E_{CM} \end{aligned}$$

で近似できる。これは、 $M_h = 100$ GeV、 $E_{CM} = 250$ GeV とすると、 $\Delta M_h \simeq 0.75$ GeV の寄与である。運動量分解能のから来る誤差が無視できるためには、(1.2) 式で得られる誤差がその 1/2 程度以下でなくてはならない。すなわち、50 GeV に対して 0.4% の運動量分解能が必要となる。

1.3.2 ジェット不変質量によるパートン同定

電子陽電子衝突過程は全重心系エネルギーが反応の素過程に使用されるために、終状態の識別が容易であり、確実な新粒子探索や精密実験ができるという特徴がある。これに加えて、JLC のエネルギー領域ではジェットのエネルギー集中がますます顕著になり、またカロリメータのエネルギー分解能も良くなるので、トップ以外のクォークが鋭いジェットとして見えるようになるのみならず、ジェット不変質量法によるゲージボソンやトップクォークの再構成が可能となる。つまり、JLC では、ファイマン図を見るが如く、反応の終状態を基本粒子すなわちレプトン、クォーク、ゲージボソンの単位で捉えることができるようになるのである。これは、全く新しい加速器実験の幕開けである。この特筆すべき可能性を現実のものとし、加速器の潜在能力を 100% 引き出すためには、終状態に生成されるニュートリノを除く全ての粒子を精度よく検出する、高性能の測定器が必要である。

そこで、 W ボソンと Z ボソンは、主要な崩壊モードであるクォークジェットへの崩壊において識別可能であることを要求する。 Z ボソンは W ボソンより 10 GeV 程度重く、それぞれ 2.5 GeV と 2.0 GeV の

崩壊巾をもつ。従って、 W と Z が 2 ジェット不変質量で分離可能であるためには、その分解能はこれらの崩壊巾と同程度でなければならない。

測定器の性能を最大限に生かしてジェット不変質量の分解能を出来る限り改善するためには、高分解能のハドロンカロリメータを建設するのみならず、中央飛跡検出器から得られる運動量情報を利用することも重要である。特に、前節で述べたようなヒッグス粒子のレプトン対質量欠損法による測定から要求されるような高い分解能の中央飛跡検出器がある場合には、荷電ハドロン粒子のエネルギーとしてカロリメータでなく中央飛跡検出器の情報を用いた方が測定精度が向上する。すなわち、荷電粒子に関しては中央飛跡検出器、中性粒子に関してはカロリメータと言うように、役割を分担できるのが理想である。この場合、カロリメータのクラスターと中央飛跡検出器で検出された荷電粒子の飛跡とを対応(クラスター・トラックマッチング)させ、対応しないものに関してだけ中性粒子としてカロリメータ情報を使うことになる。カロリメータには位置測定用のシリコンパッド(1cm×1cm)が装着されているが、中央飛跡検出器で検出された荷電粒子の飛跡をこのパッドの位置まで延長した際に間違いなく対応できることが必要となる。

また、ジェット中の荷電粒子に対する高分解能の実現には、複数の飛跡が重なり合って分離できない場合が生ずるという困難がある。特に、飛跡の一部の測定点が使えなくなると、実質的な測定点の数と測定領域の大きさが減少し、運動量分解能を悪化させる。近接した 2 本の飛跡の分離性能に対する要求は、ジェットの混み具合がエネルギーによるので、エネルギーとともに変わるが、JLC では、2 mm 程度の距離であれば分離できることが望ましい。

以上の条件が満足された場合、このクラスター・トラックマッチングでジェット不変質量分解能がどう改善されるかの例を次に示す。

W の質量再構成

使ったモンテカルロデータは質量分解能を見るために崩壊巾をゼロにした W 粒子を

$$0 \leq P_W \leq 500\text{GeV}$$

の運動量範囲で等方的に発生させたものである。これを次章で述べる JLC 測定器のシミュレータを通し、終状態の全ての検出された粒子の不変質量をクラスター・トラックマッチングありなしで比較したのが図 1.7 である。

図 1.8 は図 1.7 を拡大したもので、クラスター・トラックマッチングによって質量分解能が、カロリメータのみの場合の 4GeV から

$$\sigma_W \simeq 1.8\text{GeV}$$

へと大幅に改善されることが分かる。

質量分解能を運動量分解能の関数として見たものが図 1.9 である。

図から、質量分解能、平均値ともに W の運動量に依存することが分かる。これは、運動量が大きくなるとジェットが混み合っ、クラスター・トラックマッチングが失敗する場合が増えることによっている。これらは、クラスター・トラックマッチングのアルゴリズムの改善やパラメータの調整で改善する余地があるが、ジェット不変質量法において中央飛跡検出器の情報の利用が重要な役割を果たすという結論には変わりはない。

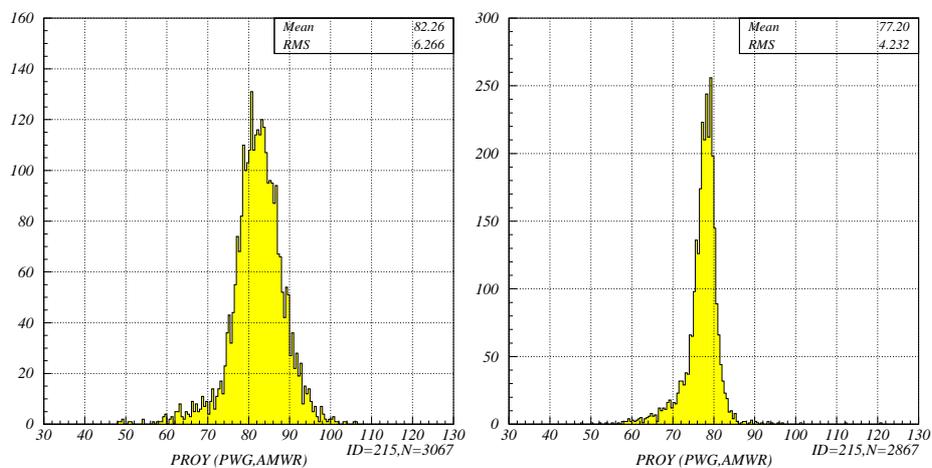


Figure 1.7: ジェット不変質量法で再構成された W 質量の分布 : (左図) カロリメータのみの場合、(右図) クラスター・トラックマッチングを行いカロリメータと飛跡検出器の情報を組み合わせた場合。

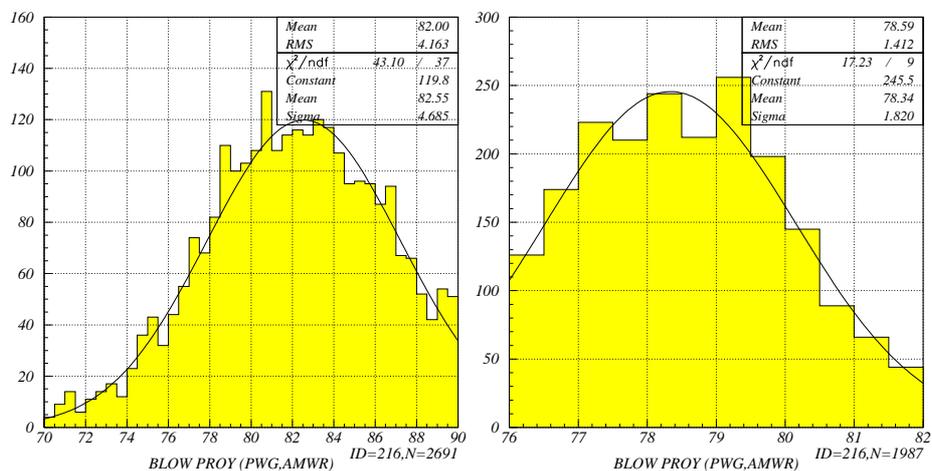


Figure 1.8: 図 1.7 を拡大したもの : (左図) カロリメータのみの場合、(右図) クラスター・トラックマッチングをした場合。カーブはガウスフィットの結果。

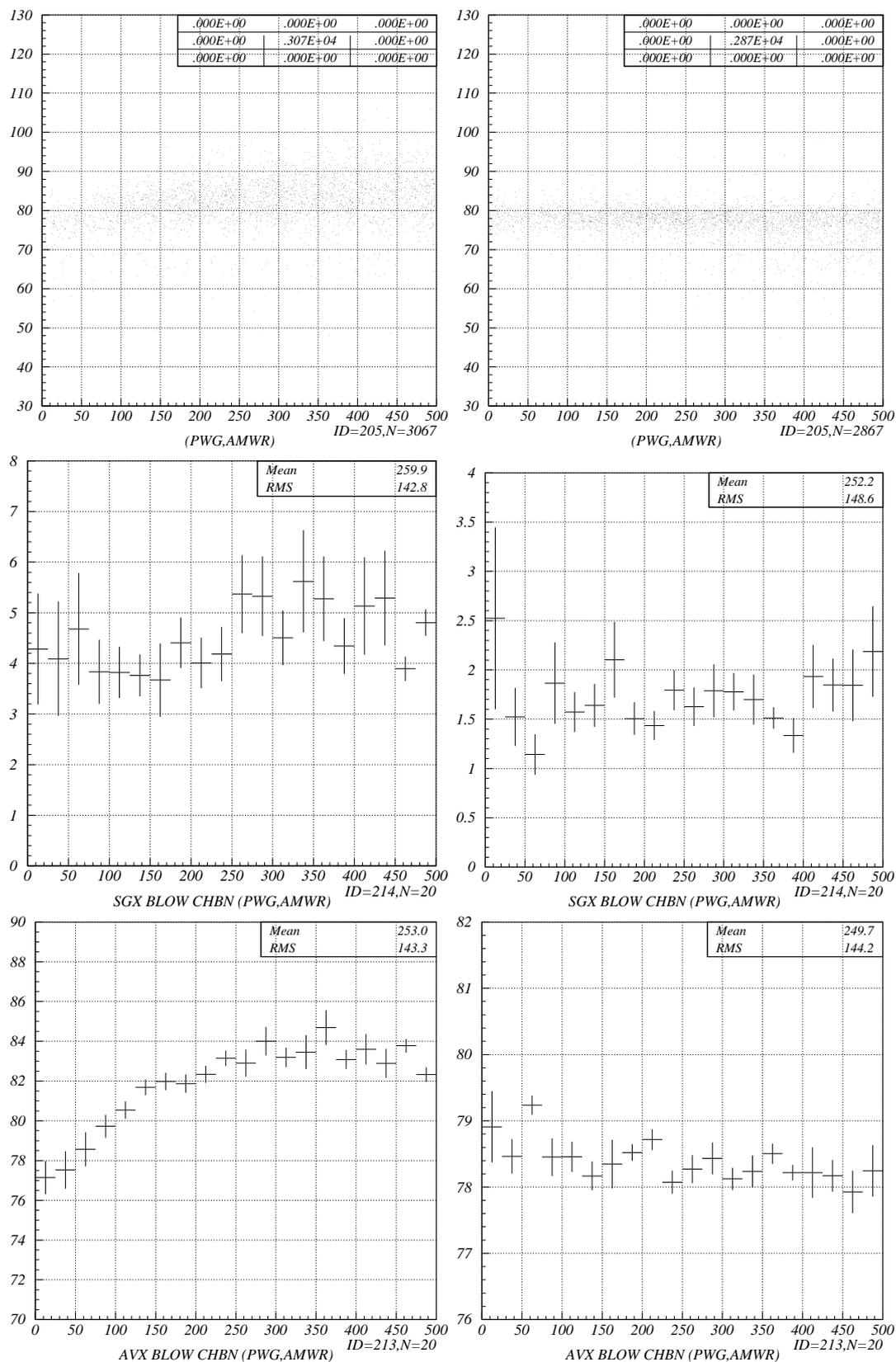


Figure 1.9: 運動量の関数としてプロットした W 質量分布 : (左図) カロリメータのみの場合、(右図) クラスタ・トラックマッチングをした場合。図には各運動量ビンでの不変質量の平均値と分散も運動量の関数として示した。

1.4 加速器からの要請

1.4.1 加速器

円型加速器では、電子と陽電子は円型の軌道を何周も回る。そのため、比較的弱い加速装置でも、粒子が軌道を何周もする間に、少しずつエネルギーを大きくすることができる。また、同じビームが何度も衝突するので、比較的小さなビーム強度でも反応確率を高くすることが出来る。例えばつくばのトリスタンや欧州の LEP などは、この方式の加速器である。しかしこの方式では、高エネルギーの電子が曲げられるとき放射光を発生してエネルギーを失うため、到達できるエネルギーには限界があり、LEP-II 以上のエネルギー、すなわちで 200 GeV を超える重心系エネルギーを実現するのは困難である。一方、線形加速器は、前段部のごく低エネルギーの部分を除いては、曲線部を持たない。このため、放射光によるエネルギー損失は原理的にない。従って、これまで円型加速器では、到達できなかった高エネルギーを実現できる。しかし、直線である為、電子や陽電子は加速部分を 1 度しか通らないし、それらは 1 回の衝突にしか使えない。そのため

- これまでの加速器の約 10 倍、強く加速すること、
- 非常に多数のバンチ (電子、陽電子の塊) を次々と発生させ、それを加速すること、
- ビームを衝突させるときに非常に小さく (240 nm × 3 nm) に圧縮すること、

が必要である。現在 JLC では、図 1.10 で示されているような、加速器が考えられている。また、パラメータは、表 1.2 に示す。

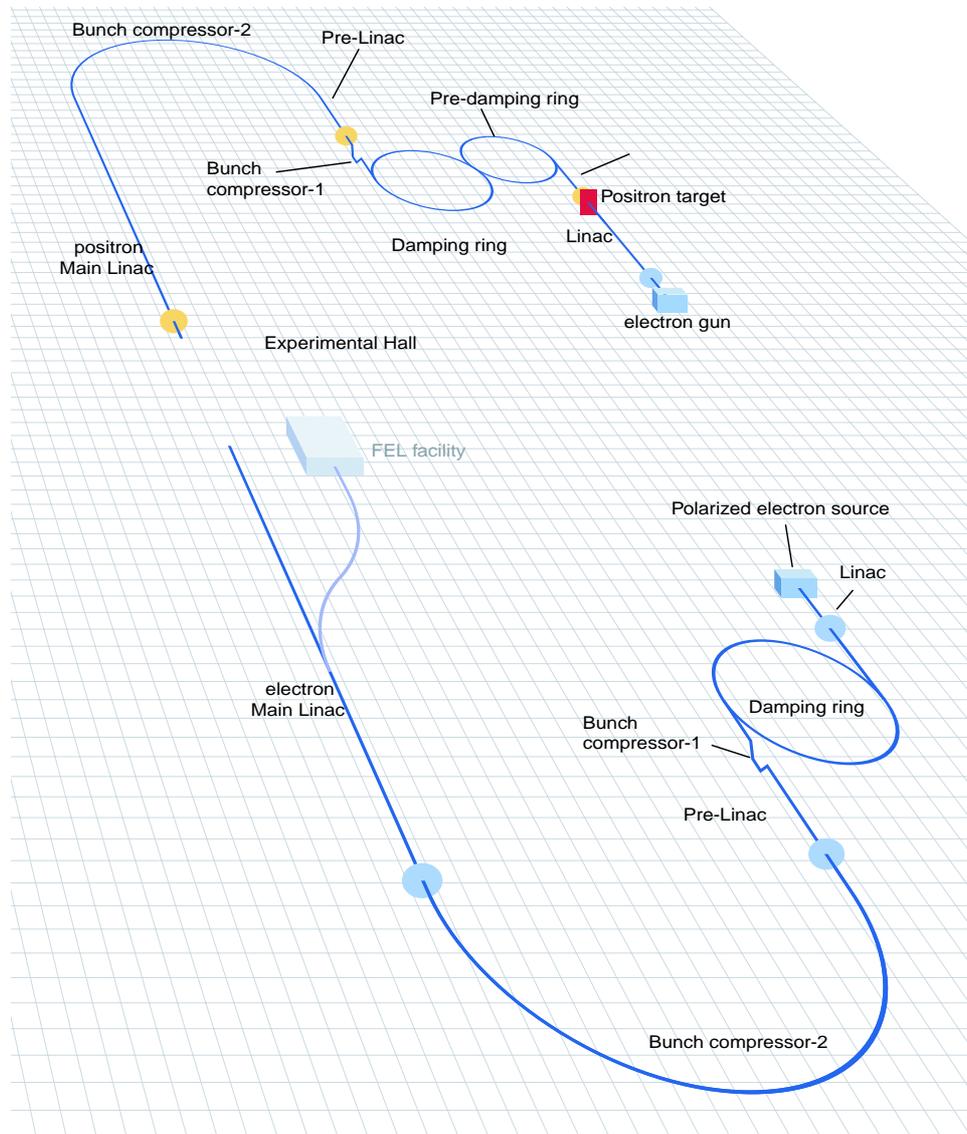


Figure 1.10: JLC の加速器の概略図

Table 1.2: $E_{CM} = 500$ GeV におけるパラメーター

		A	B	C	X	Y	
Beam parameters							
Center-of-mass energy	E_{CM}	535	515	500	497	501	GeV
Repetition rate	f_{rep}			150			Hz
Number of particles per bunch	N	0.75	0.95	1.10	0.55	0.70	10^{10}
Number of bunches/RF Pulse	n_b		95			190	
Bunch separation	t_b		2.8			1.4	ns
R.m.s. bunch length	σ_z	90	120	145	80	80	μm
Normalized emittance at DR exit	$\gamma\varepsilon_x$		300			300	$10^{-8}\text{m}\cdot\text{rad}$
	$\gamma\varepsilon_y$		3.0			2.0	$10^{-8}\text{m}\cdot\text{rad}$
Main Linac							
Effective Gradient ¹⁾	G_{eff}	59.7	56.7	54.5	54.2	50.2	MV/m
Power/Beam	P_B	4.58	5.58	6.28	6.24	7.99	MW
Average rf phase	ϕ_{rf}	10.6	11.7	13.0			deg.
Linac Tolerances	y_c	16.1	15.2	14.6	18.	14.	μm
Number of DLDS nonets			23			25	
Number of structures per linac			2484			2700	
Number of klystrons per linac			1656			1800	
Active linac length			4.47			4.86	km
Linac length			5.06			5.50	km
Total AC power	P_{AC}		118			128	km
IP Parameters							
Normalized emittance at IP	$\gamma\varepsilon_x$	400	450	500	400	400	$10^{-8}\text{m}\cdot\text{rad}$
	$\gamma\varepsilon_y$	6.0	10	14	4.0	4.0	$10^{-8}\text{m}\cdot\text{rad}$
Beta function at IP	β_x	10	12	13	7	7	mm
	β_y	0.10	0.12	0.20	0.08	0.08	mm
R.m.s. beam size at IP	σ_x	277	330	365	239	239	nm
	σ_y	3.39	4.88	7.57	2.57	2.55	nm
Disruption parameter	D_x	0.0940	0.117	0.136	0.0876	0.112	
	D_y	7.67	7.86	6.53	8.20	10.43	
Beamstrahlung param	$\langle Y \rangle$	0.14	0.11	0.09	0.127	0.163	
Beamstrahlung energy loss	δ_B	4.42	4.09	3.82	3.49	5.22	%
Number of photons per e^-/e^+	n_γ	1.10	1.20	1.26	0.941	1.19	
Nominal luminosity	\mathcal{L}_{00}	6.82	6.41	4.98	11.15	18.20	$10^{33}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
Pinch Enhancement ²⁾	H_D	1.444	1.392	1.562	1.389	1.483	
Luminosity w/ IP dilutions	\mathcal{L}	9.84	8.92	7.77	15.48	27.0	$10^{33}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$

1) Effective gradient includes rf overhead (8%) and average rf phase $\langle \cos \phi_{rf} \rangle$.

2) H_D includes geometric reduction (hour-glass) and dynamic enhancement. The focal points of the two beams are made separated to each other by about $1\sigma_z$ for higher H_D ($\sim 10\%$)

1.4.2 加速器からの要請

以上に述べたように、電子・陽電子線形衝突型加速器には、今までの円形加速器にない特徴があり、これが中央飛跡検出器に今までにない制約を与えることになる。特に、ビームをナノメートル程度まで絞り込むための最終収束電磁石系は、衝突点を囲む測定器システムの中に入り込み、その一部として扱われる。ナノメートルのビームを安定に衝突させるためには、最終収束系にもナノメートルの精度の安定性が要求される。特に電子側の電磁石と陽電子側の電磁石の相対位置がナノメートルの精度で制御されていなくてはならない。そのため、現在の JLC の最終収束系の設計では、電子側の最終収束電磁石と陽電子側の最終収束電磁石は同一の CFRP 製の円筒（サポートチューブ）の中に納められることになっている。このサポートチューブの半径は約 40 cm なので、中央飛跡検出器の内径はそれ以上となる。これが第一の要請である。

第二の要請は、ビームのバンチ構造から来る。すでに述べたように、JLC では反応確率を高めるため、一度に多くの（200 個程度）のバンチ（電子あるいは陽電子のビームのかたまり）を加速し、衝突させる。これらのバンチの間隔は、現在の X-バンドの主線形加速器の設計では 1.4 nsec であり、これらの約 200 個のバンチの列（バンチトレイン）が 150 Hz で交差する。JLC では、ビームの大きさがあまりに小さいために、一度のバンチトレインの交差の際に、どれかのバンチでいわゆるミニジェット反応が起きる確率が無視できない。バンチトレイン内のバンチが時間的に区別できなければ、これら約 200 個のバンチの中で起きた反応は全て重なり合って測定されることになる。これは、電子・陽電子衝突の特徴である反応のきれいさを大きく損なうので、是非とも避けなくてはならない。

もし、中央飛跡検出器によって測定された荷電粒子の飛跡がどのバンチから来たものかを特定できれば、バックグラウンドであるミニジェット反応が、目的とする信号反応と同じバンチで起こった場合を除いて、これを分離できる。計算によれば、ミニジェットバックグラウンドを注目する物理イベントあたり 1 イベント以下に抑えようとする、中央飛跡検出器単独では、最低 10 バンチを分離できるバンチ分離能が必要になる。

Chapter 2

JLC-CDCの基本設計

概要

この章では、まず始めに、JLC-CDCの設計がどのような手順で行われるか、設計に関わる物理的要求や技術的限界を交えながら概説する。次に、現在のJLC-CDCのパラメータが実際にどの値に設定されているかを述べ、これらの目標パラメータが達成された場合のJLC-CDC全体で予想される性能について述べる。最後に、目標パラメータを達成するための開発研究(R&D)がどの程度まで進んでいるかについてと、そのうち本論文で述べられている範囲について述べる。

2.1 基本設計の流れ

CDCの基本設計(Conceptual Design)を行うには、次の手順を踏む必要がある。まず始めに、1章で述べたように、ターゲットとする物理から、横運動量分解能、ビーム軸に垂直な面からの角度(Dip Angle)の分解能、近接飛跡分離能(2-Track Separation)、角度アクセプトランスなどの物理量に対する分解能が決まる。これら物理量に対する分解能を、数式及びクイックシミュレータ(後述)によって、検出器の大きさ、測定点の数、1点あたりの分解能などの基本仕様に翻訳する。これを受けて、これらの基本仕様を実現するための、CDCの基礎デザインが設定される。基礎デザインには、CDCがジェットチェンバーになるのか、TPC(Time Projection Chamber)になるのか、といった検出方法の選択から、(内部構造があれば)レイヤー、セルの形などの内部構造の概要が含まれる。

このような内部構造の設定には、チェンバーガスのパラメータなどが必要であり、この段階でまずチェンバーガスのパラメータを計算するGARFIELD [10]などのシミュレータが必要になる。勿論、これらのシミュレータで得た値は実際のR&D¹で信頼度を評価しなくてはならないので、この時点でテストチェンバーによるパラメータR&Dのうち、比較的小さなテストチェンバーで行える実験が開始できる。このような実験は、ほとんどがセルの構造などのローカルなパラメータを決定するものであり、これらの実験結果を用いて、まず内部構造のローカルパラメータの最適化が行われる。

このようにして設定された基礎デザインを受けて、CDC全体のモンテカルロシミュレータを作成する。シミュレータには2種類が存在する。ひとつはフルシミュレータと呼ばれるものであり、基礎デザインで設

¹Research & Development の略。文字どおり、必要な研究項目に対する調査と、それを受けた技術開発の繰り返しを意味する。

定された内部構造を細部まで作り込んで、小さなテストチェンバーでは実験できないセルの全体的な配置や、ステレオレイヤーのステレオ角などのグローバルパラメータについての最適化を行うためのものである。グローバルパラメータを含めたチェンバー デザインの最終的検証を行うためには、実機と同等のサイズのプロトタイプチェンバーを作る必要があるが、これは簡単には構造を変更できないため、必ず事前にフルシミュレータによるグローバルパラメータの最適化を行う必要がある。

もうひとつは、クイックシミュレータと呼ばれるもので、前述のように、物理の要求から測定器の基本仕様を決定するのに用いられる。また、フルシミュレータで内部構造に関するパラメータ最適化された後においては、その情報を取込み、物理の研究にフィードバックする。クイックシミュレータは、検出器に関するモンテカルロシミュレーションの多くの部分をスキップ出来るので、計算時間が短く、統計を貯めるのに有利であるという特長を持つ。これら2つのシミュレータは、いわば車の両輪のようなものであり、互いに互いの情報を更新しながら、チェンバーの設計から本実験結果の解析に至るまで、次の R&D 指針を決定するための最も強力な情報源となる。

フルシミュレータにより、グローバルパラメータの最適化が行なわれた時点で基本設計が完成し、エンジニアリングデザインの開始が可能になると共に、いよいよプロトタイプチェンバーの建設の段階に到達する。プロトタイプチェンバーでの実験結果が基本仕様を満たしていることが判明した時点で、実器の建設を開始できる。

以上の流れを図にしたものが、図 2.1 である。次節に、それぞれの過程についての詳細を述べる。

2.2 物理からの要請から基礎デザインへ

基礎デザインについては、1章で既に述べたが、小型ジェットセル型円筒形ドリフトチェンバーが候補に上がっている。これは、(1) 特にヒッグスの探索において、極めて高い運動量分解能とカロリメータとの対応付けが要求される点、(2) ビーム・ビーム相互作用から予想される高いバックグラウンドに耐える構造が要求される点、(3) 互い違いに配置されたセルにより、どのビームバンチで生成されたトラックかが判別できる点などから選択したものである。

1章で述べたように、物理量に対する分解能のチェンバーに対する要求は、まずターゲットとする物理から、横運動量分解能、ビーム軸に垂直な面からの角度 (Dip Angle) の分解能、近接飛跡分離能 (2-トラック Separation)、角度アクセプタンスの形で与えられる。これをどのように達成するかについて、まず何型のチェンバーを選ぶかを決定しなければならない。JLC の物理の要求に対しては、ミニジェットセル型円筒形ドリフトチェンバーの他に TPC という解も存在するが、上記 (3) の条件に対し、よりミニジェットセル型円筒形ドリフトチェンバーが有利であると判断した。この判断の理由については、2.2.2 節に述べることにし、ここではまずミニジェットセル型の円筒形ドリフトチェンバー (以下 CDC と略す) の基礎デザインがどのように設定されるかについて述べることにする。

2.2.1 基礎デザインの設定手順

ターゲットとする物理によって決められた横運動量分解能、ビーム軸に垂直な面からの角度 (Dip Angle) の分解能、近接飛跡分離能、角度アクセプタンスは、次の手順で CDC のパラメータに変換される。

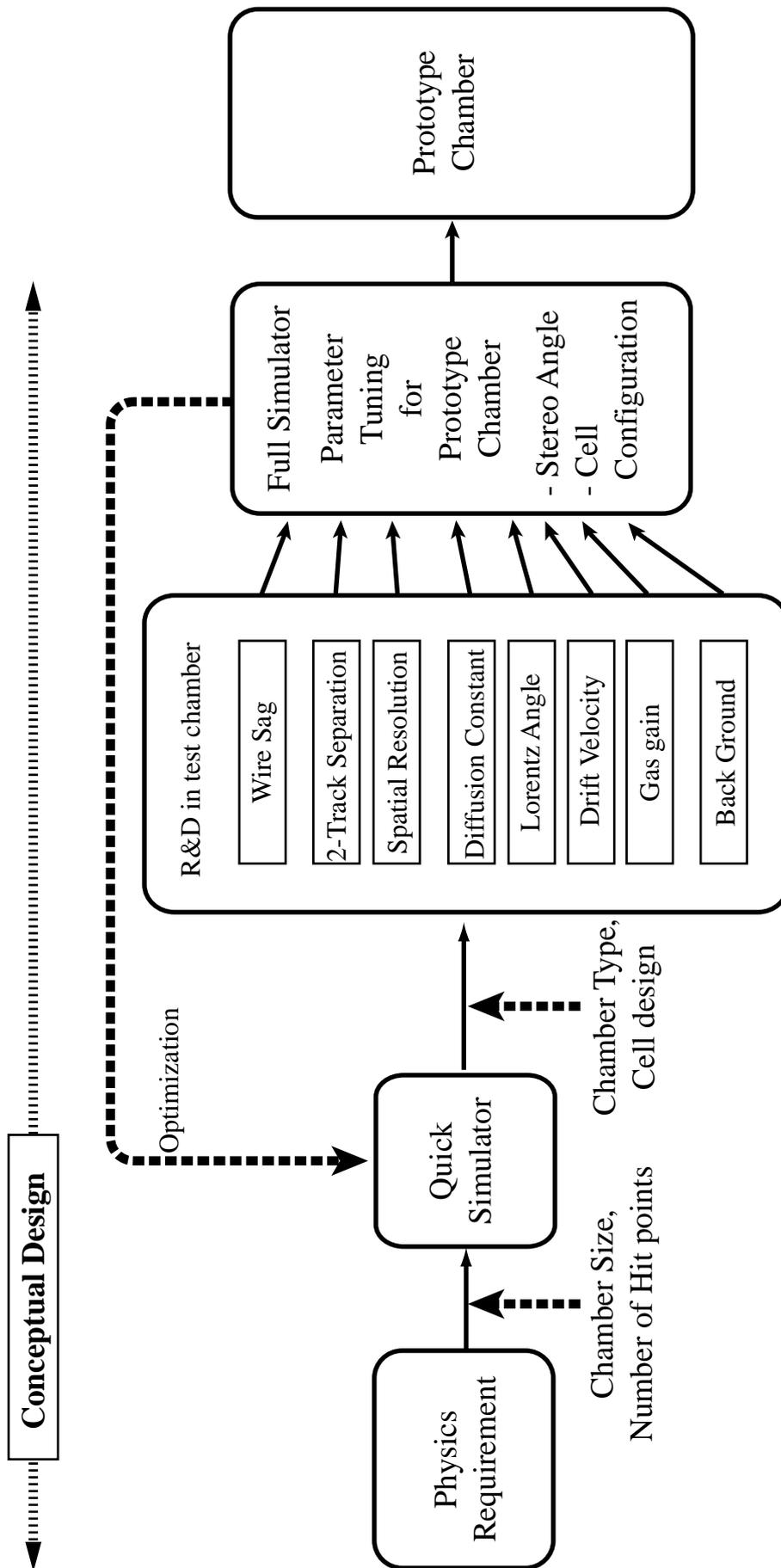


Figure 2.1: 基本設計 (Conceptual デザイン) の流れ

まず、横運動量分解能 σ_{p_T} は、 P_t の逆数 $\kappa = 1/P_t$ に対する分解能として次の式で表される²。

$$\sigma_{\kappa}^2 = (\sigma_{\kappa}^{meas})^2 + (\sigma_{\kappa}^{MS})^2 \quad (2.1)$$

ここで右辺第一項は位置測定の誤差、第二項はチェンバーガスでの多重散乱によるものであり、各々

$$\begin{aligned} \sigma_{\kappa}^{meas} &\simeq \left(\frac{\alpha \sigma_x}{Bl^2} \right) \sqrt{\frac{720}{n+4}} \\ \sigma_{\kappa}^{MS} &\simeq \left(\frac{\alpha C}{Bl} \right) \sqrt{\frac{10}{7} \left(\frac{X}{X_0} \right)} \cdot \kappa \end{aligned} \quad (2.2)$$

ただし

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_x & = \text{spatial resolution in the } r\text{-}\phi \text{ plane per wire} \\ n & = \text{the number of sampling points} \\ \alpha & = 333.56 \text{ (cm} \cdot \text{T} \cdot \text{GeV}^{-1}\text{)} \\ C & = 0.0141 \text{ (GeV)} \\ (X/X_0) & = \text{thickness measured in radiation length units} \\ l & = \text{lever arm length (cm)} \\ B & = \text{magnetic field (T)} \end{array} \right. \quad (2.3)$$

と書ける [1]。

1本のトラックに対する測定点の数は、CDCを横切るトラックの長さ (Lever Arm) とワイヤー間の距離によって決まる。したがって、もっともよい分解能を得るためには、位置分解能を最小にし、磁場をより大きく、Lever Arm をより大きくすればよいと予測できる。CDCの内筒の半径は、CDCの内側に存在するサポート・チューブの大きさによって決まるため、Lever Armの長さを決定すると、ビーム方向のCDCの大きさ (ワイヤーの長さ) は、角度アクセプタンスの要求により決まってしまう。このことは、逆に、Lever Armの長さが、ワイヤーの長さによって決まることを意味する。従って、運動量分解能と角度アクセプタンスのに対する要請は、磁場が一定の条件下では、ワイヤーの長さの選択に帰結される。一方、磁場の大きさは、ビーム・ビーム相互作用によるバックグラウンドをどれだけVTXの内筒より内側に巻き込めるかによって決められる。CDCのデザインの観点からは、磁場はセルの構造を決める。セルのドリフト領域をドリフトする電子の進路 (ドリフトライン) が、磁場によって曲げられるためである。この曲がる角度をローレンツ角と呼ぶが、ローレンツ角があまり大きいと、ドリフトラインがセルからはみだしてしまう。一般には、はみださないようにセルを傾ける手法がとられるが、この方法は近接飛跡分離能を悪化させるため、JLC-CDCでは使えない。残る方法は、はみだした部分だけドリフト領域を縮めることであるが、これもあまりはみだし部分が大きいと、セルの構造を根本から考え直さなければならなくなる。したがって、磁場の大きさに対する要請は、セルのデザインパラメータに帰結される。

ビーム軸に垂直な面からの角度 (Dip Angle) 分解能に対する要請は、次のように記述できる [1]。

$$\sigma_{\tan \lambda} \simeq \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{l} \right)^2 \left(\frac{12}{n} \right) + (1 + \tan^2 \lambda) \left(\frac{C}{p_T} \right)^2 \left(\frac{13}{35} \left(\frac{X}{X_0} \right) \right)}, \quad (2.4)$$

²実測にかかる量は κ であるため、 κ の分解能として表す。

ここで、 σ_z は、

$$\sigma_z = \sigma_{r\phi} / \tan \alpha \quad (2.5)$$

で示される方向に沿ったワイヤーごとの位置分解能である。ここで、 α はステレオ角と呼ばれる角度で、斜めに張られたワイヤーのビーム軸に垂直な方向との角度である。この式からわかるように、ビーム軸に垂直に張られたアクシャルレイヤー中のセンスワイヤーでは、 α は 0 となり σ_z が発散して、 z 軸方向の分解能はない。横運動量分解能の要請から決定された磁場と Lever Arm を代入すると、残るのはステレオ角のパラメータだけである。したがって、Dip Angle 分解能に対する要請は、ステレオ角の大きさの選択に帰結されるが、実際にはより技術的な制限が存在するため、ステレオ角の選択はこれらの技術的制限と Dip Angle を加味して行われる。この詳細については、4.2.1 節で述べる。

近接飛跡分離能に対する要請は、センスワイヤーから検出される信号の幅を出来る限り小さくすべしという要求に変換される。信号の幅は、トラックに沿って生成された電子クラスターの分布、空間電荷効果の影響、読み出し系の性能等に左右される。従って、読み出し系を除けば、信号の形はドリフトラインをいかに形成するか、という点と、ガスの選択にかかっていると考えて良い。したがって、近接飛跡分離能に対する要請は、セルの具体的な構造設計とガスの選択に帰結される。

2.2.2 現在の CDC の基礎デザイン パラメータ

以上の要請を受けて、CDC の基本的な大きさ、セルの構造などが決まる。現在もっとも有力視されている使用磁場は 3T であるが、参考の為に 2T の値も並記する。CDC の大きさ、測定点の数については、表 2.1 に示した。具体的なセルの形を図 2.2 に示す。使用ガスは、CO₂/isobutane(90:10) である。

parameters	2T	3T
角度アクセプタンス	$\cos \theta < 0.70$	$\cos \theta < 0.70$
半径方向の大きさ	45cm ~ 230cm	45cm ~ 310cm
ビーム方向長さ	460cm	310cm
測定点数	80	50

Table 2.1: JLC-CDC のパラメータ

CDC の大きさと測定点数の設定

CDC の半径方向の大きさは、いずれも幾何学的にサポート・チューブやパレルカロリメータなどの他の検出器や部品などで制限されている。サポート・チューブの大きさは、Final Focusing quadrupole magnet をインストールしなければならないため、現在の値以上に小さくはならない。一方、パレルカロリメータの大きさは、磁場によって変わる。正確には、そのさらに外側にあるミュオンチェンバーの大きさが変わるので、それに同期して変わるのである。ミュオンチェンバーの大きさが磁場によって変わるのは、ミュオンのアクセプタンスを変えないためである。例えば、磁場 2T 用のデザインのまま磁場を 3T に上げると、ミュオンチェンバーまで到達するミュオンの数は減ってしまう。従って、CDC の半径方向の大きさは、内径は完全に固定されており、外径は磁場によって変化するということになる。

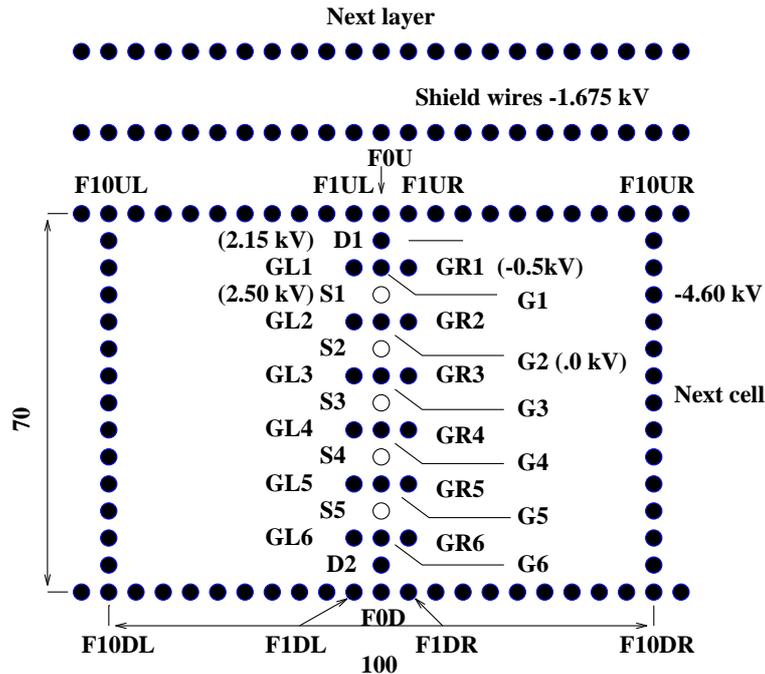


Figure 2.2: ミニジェット型のセル構造

CDC のビーム方向の大きさに関してはひとまずおき、先に測定点数の設定を行う。測定点の数は、CDC の内径と外径が決まっているので、測定点の数は、この内径と外径の間にどれだけの数のセンスワイヤーを配置出来るかによっている。後に述べるように、2本のセンスワイヤーの間には、電場形成用のフィールドワイヤーが配置される。また、セルの両端では、ダミーのセンスワイヤーが存在し、レイヤーとレイヤーの間にも電場形成用のワイヤーが存在する。これら全てのワイヤーを合わせて、技術的に5mm間隔でワイヤーを配置することが可能だと考えると、ここから正味のセンスワイヤーの本数が計算出来る。この本数が、測定点の数 N になる。

ここで、ビーム軸に垂直な面から 45° まで、トラックが N 個の測定点すべてを通るようなチェンバーを考える。この条件は、CDC のビーム方向の大きさを決定する。2T であれば、CDC の外径が 230cm であるので、ビーム方向の長さは $\pm 230\text{cm}$ で全長 4.6m になる。3T の場合は、外径 155cm から計算して全長 3.1m になる。

セルの構造と使用ガスの決定

セルの構造とガスの選択は密接に関わり合っているが、ここではまず、セルの構造について述べる。

JLC のビームはマルチバンチ構造を持っており、1 トレインにつき 192 のバンチを持つビームが衝突して、イベントを生成する。このとき、192 個のバンチのうちの 1 つだけで衝突反応が起こるとは限らず、複数のバンチで反応が起こる可能性があるが、それらのイベントはチェンバーの中では重なって見えてしまう。ところが、このチェンバーがミニジェットセル構造を持ち、かつこのジェットセルが互い違いに配置されている (Stagger) と、これらの複数のバンチで起こったイベントを分離できると期待される。図 2.3 は、

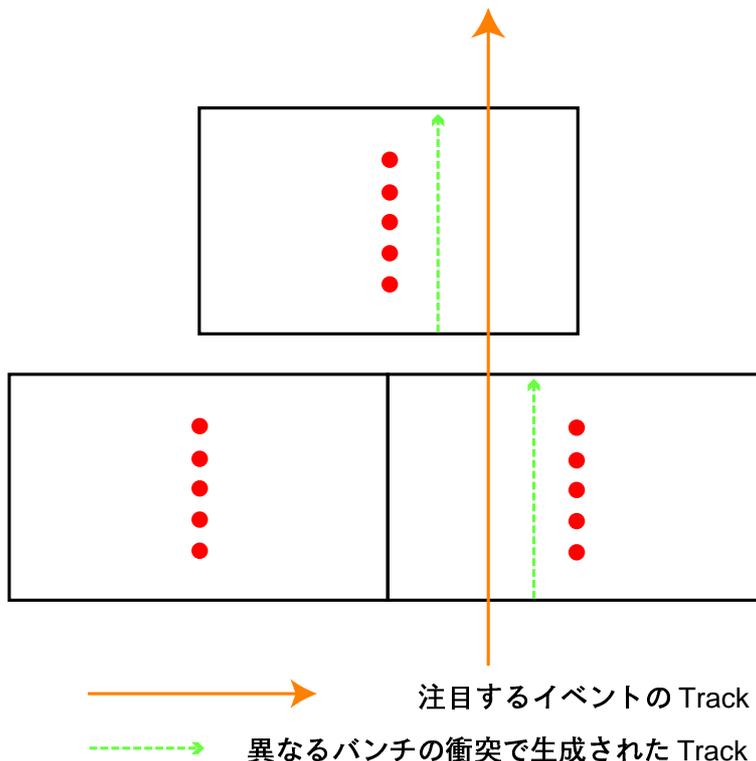


Figure 2.3: Stagger されたセルと Banch Tagging

この様子を表したものである。実線のトラックは、ある T_0 を選んだときに再構成できるトラックである。 T_0 は、まさしくバンチ同士が衝突した時刻を表しており、192 個のバンチはそれぞれ異なる T_0 を持っているため、この実線の T_0 と異なる T_0 を持っているトラック、すなわち実線のトラックとは異なるバンチ同士の衝突で生成されたトラックは、図のように互い違いになっているセルの間でうまくつながらない。このことから、ミニジェットセル構造では、異なるバンチ同士の衝突で起きたイベントの分離が原理的には可能となる（実際に可能であるかについては、第 5 章参照）。この特性が、CDC の基本構造に TPC ではなくミニジェットセル型を選んだ理由である³。

このことから、すぐに次の要請が導かれる。すなわち、セルごとにトラックをつなぐのであるから、1 セルの中で部分的なトラックが引けなければならない。つまり、1 セルの中に複数のセンスワイヤーが存在しなければならない。部分的なトラックを引くには、最低 3 本のセンスワイヤーが必要であるが、1 セル中のセンスワイヤーの数をあまり小さくすると、その分電場形成ワイヤーの本数が多くなり、全体の測定点の数が減ってしまう。一方、1 セル中のセンスワイヤーの数の上限は、ビーム方向に対する位置分解能の要請からほぼ決まる。カロリメータとのクラスターマッチングの要求から、CDC はビーム方向 (z 軸方向) に約 1mm の位置分解能をもたなければならない。これをミニジェットセル型チェンバーで実現するためには、ワイヤーを z 軸方向から若干傾けて張ったステレオレイヤーが必要である。 $\sigma_z = 1\text{mm}$ の要求から、このステレオレイヤーのレイヤー数が決まり、アクシャルレイヤー 1 層とステレオレイヤー 2 層（互いにステレオ角の正負が異なるもの）を組にして配置すると考えると、1 レイヤーあたりのセンスワイヤーの数が決まる。現在のデザインでは、この本数は 5 本に設定されている。

³TPC では Stagger する部分がないため、TPC 単独ではこのような Banch Tagging はできない。

セルのドリフト領域の大きさは、次のように決まる。単純に構造のみを考えれば、ドリフト領域は大きい方がよい。センスワイヤーを含む平面とドリフト領域の終端では、位置分解能が悪化するためである。しかし一方で、ガスの性質等によって、ドリフト領域の大きさは制限される。その理由として、次の3つが考えられる。

1. 増幅領域で生成された陽イオンが、1つのバンチから次のバンチまでにきれいに掃けなくてはならない。直前のバンチ衝突で生成された陽イオンのせいでドリフト電場が歪むと、大事なイベントを正確に測定できなくなる。
2. 長いドリフト距離をドリフトさせれば、必然的に拡散が大きくなる。拡散は、ドリフト領域の全域にわたって、 $100\mu\text{m}$ 程度におさえたい。
3. 磁場によってドリフトラインがローレンツ角の大きさに傾いても、ドリフトラインが全てセルにすべっておさまる大きさにしたい。

これらの効果を見積もるためには、まずチェンバーのガスを選ぶ必要がある。チェンバーガスについての情報は、まず、近接飛跡分離能に対する要求から得られる。近接した2本のトラックを分離して測定するには、ドリフト速度の遅いガスを用いなくてはならない。また、比較的大きなドリフト領域をドリフトさせるのであるから、拡散係数の小さなガスを選ばなくてはならない。これらの特性を満たすには、ガス中の電子の平均自由行程が十分短いことが重要である。

一般にクールガスと呼ばれるガスは、ガス分子内に多くのエネルギー順位を持ち、ドリフト電子のエネルギーを吸収しやすく、従ってドリフト電子の平均自由行程が短いという特徴を持つ⁴。クールガスの代表的なものは、 CO_2 ベースのガスである。そこで、信号の大きさ(ガス増幅率)も考慮して、 $\text{CO}_2/\text{isobutane}$ ガスをチェンバーガスに選ぶと、ローレンツ角や拡散係数は GARFIELD などのシミュレータですぐに計算できる。また、陽イオンの移動度も求めることが出来る。

これらの値を比較して、最終的なドリフト領域の大きさを設定する。当初、この値はセンスワイヤーの左右に5cmの予定であったが、磁場が3Tの場合には3.の条件を満たさないことがわかった。これについては、第3章で詳述する。

近接飛跡分離能に対する要求から、センスワイヤー1本分のドリフトセルの幅(センスワイヤーの間隔に等しい)が決まる。近接飛跡分離能の観点からは、ドリフトセルの幅は、センスワイヤー付近でのドリフトラインの周り込みの半径を小さくするため、なるべく小さくする方がよいが、静電サグ⁵の観点からは、より大きくとる方が好ましい。一方、各センスワイヤー間には電場形成ワイヤーがおかれるため、フィードスルー⁶の大きさなどで決まる技術的な限界をこえて小さくすることはできない。従って、現状では、センスワイヤー間の距離は1cm、隣り合うセンスワイヤーと電場形成ワイヤーとの距離は5mmとなっている。

⁴実際には、ガスの種類だけでは決まらず、使用電場も大きく関係する。たとえ一般にクールガスと呼ばれるガスであっても、使用電場が高く、ドリフト電子の速度分布が熱平衡付近から外れると、遅いドリフト速度、小さい拡散係数などの特性は失われ、Ar ベースのガスのような通常のチェンバーガス(ホットガス)と同じ振舞いを示す。

⁵電場によるワイヤーのたわみ。[2]

⁶ワイヤーをチェンバー外枠に固定する部品。

2.2.3 基礎デザインから予想される JLC-CDC の性能と測定精度への要求

以上の手続きで基礎デザインが決まれば、この基礎デザインで達成可能な検出器の性能と、その性能を達成するために必要な各物理量の測定精度が計算出来る。検出器の性能の下限は物理的要請から一意に決まってしまうので、ここで考慮すべき問題は、その性能を保証するための測定精度を達成出来るか否か、である。計算の結果、その測定精度が、現在の技術力からみて、明らかに達成不可能なものであれば、設定された基礎デザインに問題がある。ただちに再度物理要請に立ち戻り、基礎デザインを練り直さなければならない⁷。

一方、要求される測定精度が達成可能と見積もられる場合には、その測定精度を実際の実器で達成出来るか否かを実験によって確かめなくてはならない。ここに至って、テストチェンバー等を使用した R&D 実験が開始される。R&D の結果、必要な測定精度が満たせないことが判明した場合には、基礎デザインに立ち戻って再度デザインの検討を行わなければならない。

R&D 項目及び R&D 現状については次節に述べることとし、ここでは基礎デザインから予想される JLC-CDC の性能と、その性能を達成するために必要な測定精度について列挙する。

運動量分解能

運動量分解能に対する最も厳しい要求は、 $e^+e^- \rightarrow ZH$ の反応でつくられた Z がレプトン対に崩壊した時の、レプトン対から計算される質量欠損の分解能に対する要求から決まる。標準模型で期待されるヒッグスの崩壊幅は MeV のオーダーであるので、検出器側も出来る限りその大きさに近付きたいところである。実際には、ビームエネルギーの幅が 200MeV 程度存在するので、検出器側では少なくともこのビームエネルギーの広がりと同程度の運動量分解能を持たねばならない。ヒッグス質量の分解能 ΔM_h はレプトンの運動量分解能 ΔP_ℓ に比例し、 $\Delta M_h \simeq 2P_\ell/M_h \cdot \Delta P_\ell$ と表すことができるため、 $M_h = 100$ GeV に対する $\Delta M_h = 200$ MeV の要求は、 $P_\ell \simeq 50$ GeV として、 $\Delta P_\ell = 200$ MeV すなわち 50 GeV に対して 0.4% の運動量分解能の要求となる。この値は、5TeV の荷電粒子に対してその電荷を判別出来るほどのものであり、重心系 500GeV の衝突加速器から得られるイベント (最大 250GeV) を測定するには十分な分解能であると言える。

実際に期待される運動量分解能は、2.2 式に $\alpha = 333.56$ ($\text{cm} \cdot \text{T} \cdot \text{GeV}^{-1}$)、 $C = 0.0141$ (GeV) を代入し、更に L に測定される飛跡の長さ (cm)、 B に磁場の強さ (T)、 $\left(\frac{X}{X_0}\right)$ に輻射長で表したチェンバーガスの厚さ、 n に測定点の数を代入すれば得られる。磁場 2T の場合には、 $B = 2$ Tesla、 $\sigma_x = 100\mu\text{m}$ 、 $n = 80$ 、 $X/X_0 = 1.1\%$ ($\text{CO}_2/\text{isobutane}$)、 $l = 200\text{cm}$ を選ぶ。 $\sigma_x = 100\mu\text{m}$ というのは、 $\text{CO}_2/\text{isobutane}$ ガスで約 5cm のドリフト距離を持つセル構造の場合の平均位置分解能であり、 $l = 200\text{cm}$ は 2T の場合の CDC の外筒から内筒までの距離である。すると、 σ_κ^2 及び $\left(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T}\right)^2$ は、

$$\sigma_\kappa^2 = (1.1 \times 10^{-4})^2 + (1.5 \times 10^{-3} \cdot \kappa)^2 \quad (2.6)$$

$$\left(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T}\right)^2 = (1.1 \times 10^{-4} \cdot p_T [\text{GeV}])^2 + (1.5 \times 10^{-3})^2 \quad (2.7)$$

となる。

同様にして、3T では、 $B = 3$ Tesla、 $n = 50$ 、測定点が減った分空間分解能の上限を厳しくして

⁷実際には、基礎デザインを練る段階で当然このことは考慮されている。基礎デザインの設定とは物理的要請と実現可能な測定精度を天秤にかけながら行われるものであり、基礎デザインが完成した時点で、測定精度の境界条件は満たされているべきである。

$\sigma_x = 85\mu\text{m}$ 、 $l = 110\text{cm}$ とすると、

$$\sigma_\kappa^2 = (2.9 \times 10^{-4})^2 + (1.7 \times 10^{-3} \cdot \kappa)^2 \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{\sigma_{p_T}}{p_T}\right)^2 = (2.9 \times 10^{-4} \cdot p_T[\text{GeV}])^2 + (1.7 \times 10^{-3})^2 \quad (2.9)$$

となり、3T では若干悪化するが、この悪化分は衝突点座標拘束 (IP Constraint) を課すと回復する。IP Constraint を課すことは、Vertex の情報を用いることと同等の効果であるので、実験的には Vertex とトラックをつなぐことによって、運動量分解能を向上することができる。これについては、4.5.1 節で再び触れることにする。

以上より、R&D 項目としては、ドリフト領域全域にわたって、磁場 2T では平均 $\sigma_x = 100\mu\text{m}$ 、3T では平均 $\sigma_x = 85\mu\text{m}$ の空間分解能が保証されれば、運動量分解能に対する CDC への要求を満たすことができる。

Dip Angle

ジェットの不变質量を精度よく求めるためには CDC の飛跡とカロリメータのクラスターの間正しく対応を付けることが重要である。カロリメータでは $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ のシリコンパッド測定器を用いてシャワーの位置を測定するが、これには中性粒子のヒットだけでなく荷電粒子のヒットも混じっている。そこで、CDC 側でカロリメータ上の荷電粒子の位置をより良い精度で測定できれば、カロリメータのヒットから荷電粒子の寄与を差し引き、中性粒子が落としたエネルギーの値をより正確に得ることが出来る。円周方向の位置精度については問題なく達成出来るので、 z 方向の位置精度について考える。CDC とカロリメータの間にはカーボンファイバー強化プラスチックでできた CDC の外壁 (0.5cm) が存在するがそれほどの物質質量ではなく、実際 5GeV 以上の粒子に対しては多重散乱の影響はほとんどない。計算によれば、 z 方向に 1mm の位置測定精度を達成できればカロリメータの表面まで延長した飛跡の z 位置精度も 1mm の精度が達成出来る。

近接飛跡分離能

質の良い飛跡再構成を行うためには 2 本の近接した飛跡を分離出来る分解能が重要である。この性能を、2T の場合に 250GeV の W 粒子 1 を崩壊させて調べた。これによるともし 2mm 以下しか離れていない 2 個のヒットは区別できないとすれば、最内層においては 5%、最外層においては 1% のヒットが 2 個のヒットを分離することに失敗することにより失われる。この程度の損失は飛跡再構成にほとんど影響を及ぼさない⁸ので、2mm の近接ヒット分離能が達成できればよい⁸。2mm は時間にして 100ns に相当するが、計算によれば信号のすそは立ち上がりから 100ns 後には約半分減少している⁸ので識別できると期待される。従って、2mm の近接ヒット分離能を目標とする。

Bunch Tagging

JLC では 150Hz の 1 バンチトレイン中に 1.4 nsec 間隔で 192 ビームバンチが衝突する。このとき、注目する物理イベントの他に、ビーム・ビーム相互作用によるバックグラウンドイベントや、ミニジェットと呼ば

⁸3T の場合には、別途ヒッグス事象に対してモンテカルロシミュレーションを実行し、この値が適切であるかどうかを確かめなければならない。詳細は 4.5.1 節参照。

れるハドロニック・バックグラウンドイベントが起こり得る。

まず、ビーム・ビーム相互作用によるバックグラウンドであるが、これには、コヒーレント及び非コヒーレントな QED 過程による電子・陽電子対生成がある。これら一次バックグラウンドの電子・陽電子は、Q 電磁石の前面やマスク等に衝突して二次バックグラウンド光子を発生する。これらの光子のエネルギースペクトルは約 100keV に幅広いピークを持つとともに、500keV には対消滅による鋭いピークが存在する。計算によると $\sqrt{s}=500\text{GeV}$ においては 1 衝突当たり約 10^4 個の光子が CDC に飛び込むことになる。これにチェンバースやワイヤーでの反応断面積をかけてやると、ワイヤー 1 本当当たりの平均ヒット数は最内層で 0.06、最外層では 0.01 以下となる。この程度のバックグラウンドは飛跡再構成にほとんど影響を及ぼさない。

一方、ミニジェットと呼ばれる二光子過程からのハドロニック・バックグラウンドも JLC においては問題となり得る。 $\sqrt{s} = 500\text{GeV}$ においては CDC のアクセプタンス内での平均ミニジェット・エネルギーは約 2.5GeV で、平均粒子数は 5 個である。横方向運動量が 1 GeV 以上のミニジェットの数は 1 バンチ衝突当たり $\gtrsim 0.1$ と見積もられている。従って、Bunch Tagging が全くできないとすると、注目する物理イベントに対して 20 イベント以上のミニジェットイベントが重なってくることになる。電子陽電子衝突加速器実験の長所を活かし、ミニジェットバックグラウンドを注目する物理イベントあたり 1 イベント以下に抑えるためには、CDC 単独で最悪でも 10 バンチを分離できるバンチ分離能を持たなくてはならない。

JLC-CDC の場合、粒子の通過位置は、その通過時間から計った各ワイヤーでの電離電子の到達時間を測定することによって定まる。電離電子のドリフト速度は、電場 1kV/cm で $6.7\mu\text{m}/\text{nsec}$ なので、各点あたり空間分解能 $100\mu\text{m}$ を達成したとすると、時間分解能は 15 nsec になる。従って、1トラックあたりの時間分解能を大雑把に評価すると、最高で 2T の場合には、一粒子あたり $15\text{ nsec} / \sqrt{80\text{ 測定点}} = 1.7\text{ nsec}$ 、3T の場合には、空間分解能 $85\mu\text{m}$ で $13\text{ nsec} / \sqrt{50} = 1.8\text{ nsec}$ 程度の時間分解能が期待できるが、ステレオレイヤーを持つミニジェットセル型 CDC の場合に実際にどの程度のバンチ分離が可能であるかは、詳細なモンテカルロシミュレーションを待たねばならない (詳細は第 5 章参照)。

以上、JLC-CDC に要求されるパラメータを表 2.2.3 に示す。

performances	2T	3T
σ_z	1mm	1mm
σ_x	100 μm	85 μm
近接飛跡分離能	2mm	2mm

Table 2.2: JLC-CDC に要求される性能

2.3 JLC-CDC の R&D の現状と本論文の記述範囲

基礎デザインが決定し、要求される各測定量への測定精度が決まったところで、これらの測定精度が実際に達成できるか否かを見極めるための R&D が開始される。R&D 項目には、大きく分けて以下の 3 つが挙げられる。

1. テストチェンバーによるローカルパラメータの測定

2. ローカルパラメータをもとにしたグローバルパラメータに関するシミュレーション
3. プロトタイプチェンバーによるグローバルパラメータの測定

ローカルパラメータとは、基本的に CDC の全体構造に依存しないパラメータであり、実際の測定は CDC の一部のみを取り出したテストチェンバーを作成して行われる。一方、グローバルパラメータは、CDC 全体の構造に直接依存するパラメータであり、これらの測定は CDC の全体構造を含んだプロトタイプチェンバーによらなければならない。時間、費用共にハイコストなものとなるため、ローカルパラメータの測定からグローバルパラメータの測定・最適化へ移行する前に、シミュレータによるグローバルパラメータの最適化の作業が必要不可欠である。シミュレータの開発段階では、同時にオフライン解析プログラムの開発が行われる。詳細は後述するが、シミュレータの開発のおよそ半分は、解析プログラムの開発にほかならないからである。

この節では、JLC-CDC における R&D の現状と、そのうち本論文で述べられる範囲について触れる。なお、3. のグローバルパラメータの測定については、まだプロトタイプチェンバーを作成出来る段階にならないため、割愛する。

2.3.1 テストチェンバーによるローカルパラメータの測定（一部グローバルパラメータを含む）

JLC-CDC の現在の基礎デザインにおける、テストチェンバーで測定可能なパラメータは、以下の通りである。後ろに**印がついているものはまだ開始されていないもの、*印は現在進行中の項目である。既に論文が発行されているものに関しては、論文番号を記載した。

1. セルの仕様を決めるためのパラメータ
 - (a) ドリフト速度
 - (b) ローレンツ角 (NIM A479:278-293)
 - (c) ガス増幅率/センスワイヤーの表面電場 (NIM A447:459-466)
 - (d) 近接 2 飛跡分離能
 - (e) 拡散係数*
2. セルの配置を決めるためのパラメータ
 - (a) ワイヤーサグ (ワイヤーのたわみ) (NIM A441:393-400)
 - (b) ガス増幅率 (NIM A447:459-466)
 - (c) 近接 2 飛跡分離能
 - (d) ワイヤー単位の位置分解能 (シングルトラック)
 - (e) 中性子バックグラウンド**
3. その他
 - (a) 電荷分配比によるワイヤー方向の位置分解能**

- (b) 低ノイズのプリアンプを含む読み出し系エレクトロニクスの開発**
- (c) ステレオレイヤーの性能の実証試験**

このうち、ワイヤーサグと中性子バックグラウンド、ステレオレイヤーの実証試験は比較的大きなテストチェンバーを必要とするが、残りは全て小型のテストチェンバーで測定出来るパラメータである。ドリフト速度に関しては、単独の論文は出ていないが、CO₂/isobutane(90:10) 混合ガスに関しては、ローレンツ角の論文に測定値が掲載されている。また、近接 2 飛跡分離能、ワイヤー単位の位置分解能に関する論文は、現在準備中である。

2.3.2 シミュレータの作成とグローバルパラメータの最適化

ローカルパラメータの測定値が出揃ったところで、これらの値を反映したシミュレータを作成し、グローバルパラメータの最適化を行う。CDC のグローバルパラメータの最適化という観点から、ここで用いられるシミュレータは CDC の構造を全てインストールされたものでなくてはならない。従来から JLC で用いられて来た JIM シミュレータ [3] には CDC の内部構造がインストールされていないため、以下の手順で新たにシミュレータを作成する。

1. イベント生成部分の作成 (粒子以前のパートンを粒子に変換)
2. Monte-Carlo Truth 生成部分の作成 (検出器シミュレーション部)
3. イベント解析プログラムの作成 (イベント再構成部)
4. 物理解析プログラムの作成 (物理解析部)

このうち、1. と 4. は既存のプログラムが存在するので、それを用いる。

2. の部分に関しては、検出器と粒子の反応に関するモンテカルロ・シミュレータの Geant4[4] をベースに開発する。ただし、Geant4 はライブラリ群であり、CDC で開発したシミュレータをやがてパーテックスやカロリメータにも拡張することを考えると、ライブラリを生のまま用いるのは好ましくない。そこで、JLC 検出器全体を統合するようなシミュレーション・フレームワークを開発した上で、そのフレームワークを用いて CDC 部分の開発を行う。また、Geant4 ライブラリに含まれていないオブジェクトに関しては、そのつど新規開発する。

3. の部分に関しては、JLC の解析フレームワークである JSF[5] の枠組みを用いて、まず JSF の下位にシミュレータ用のフレームワークを作成する。これは、2. と同様に、他の検出器を将来統合する方向を考慮しているためである。実際の解析部分は、ローカルパラメータの測定値の解析に際して開発された解析プログラムを組み込みながら、CDC 全体のトラッキングメソッドや、シミュレータ特有の解析ルーチン (Monte-Carlo Truth の情報を利用したカンニングルーチン) を開発する。

シミュレータが完成したら、行うべき R&D は以下の通りである。

1. ミューオンのシングルトラックによる時間分解能の研究
2. 1 レイヤー中のセルの数の最適化

3. セル配置の最適化 (隣り合うレイヤー同士のセルの配置関係)
4. ステレオレイヤーのステレオ角の最適化

まず行わねばならないのは、1. の時間分解能のシミュレーションである。CDC の基礎デザインの段階で、ミニジェットセル構造のワイヤーチェンパーを選択した理由は、セルの交互配置によって異なるパンチのイベントを分離出来るという特性のためであるが、ステレオセルを含むジェットセル構造の CDC において、これが本当に可能であるかを研究した文献はシミュレーション・実験共にない。これは、2. 以降の最適化作業と異なり、むしろ基礎デザインに直結した研究項目であり、したがって、最適化作業に優先して行われるべきである。

現時点で完成している部分について述べる。まず、シミュレータの開発であるが、Monte-Carlo Truth 生成部分に関しては、フレームワークの第一段階の開発を終え、各検出器の実装が進行中である。CDC に関しては、フィールドワイヤーを除き、アクシャル・ステレオ両レイヤーがインストール済みであり、現段階をもって第一段階の開発を終了している。イベント解析プログラムの作成に関しては、Hit 作成部 (Hit Maker)、トラック作成部 (Track Maker)、トラックフィッティング部 (Track Fitter) が実装されており、若干開発の余地を残すが、ほぼ第一段階の開発終了に達している。

シミュレータ完成後の R&D 項目に関しては、ミュオンのシングルトラックによる時間分解能の研究が進行中であり、これも第一段階の結果は得られた。パラメータの最適化作業は、現時点でまだ開始されていない。

2.3.3 本論文で述べる研究範囲

本研究は、JLC-CDC グループが掲げるミニジェットセル型円筒形ドリフトチェンパーの基本設計という目標に対し、そのためのパラメータ測定、必要なプログラムの開発と、未確認であった基本性能 (時間分解能) の評価の部分を担当したものである。グローバルパラメータの決定のためには、まず先にローカルパラメータが決まっていることが前提であるが、ローカルパラメータのうち、ローレンツ角はセルのドリフト領域の大きさを決定するものであり、この量は、例えばセル中のワイヤーの配置のような、セル内で閉じたパラメータではなく、1 レイヤー中のセルの数に影響を与える。従って、まず始めに、CO₂/isobutane 混合ガスにおけるローレンツ角の測定を行った。その詳細を、第 3 章に述べる。また、ステレオセル構造を含むシミュレータの開発のため、新たなフル・シミュレータをそのフレームワークと共に開発した。その詳細を第 4 章に述べる。最後に、開発したフル・シミュレータを用い、時間分解能のシミュレーションを行った。その詳細を第 5 章に述べる。

Chapter 3

ローレンツ角の測定

概要

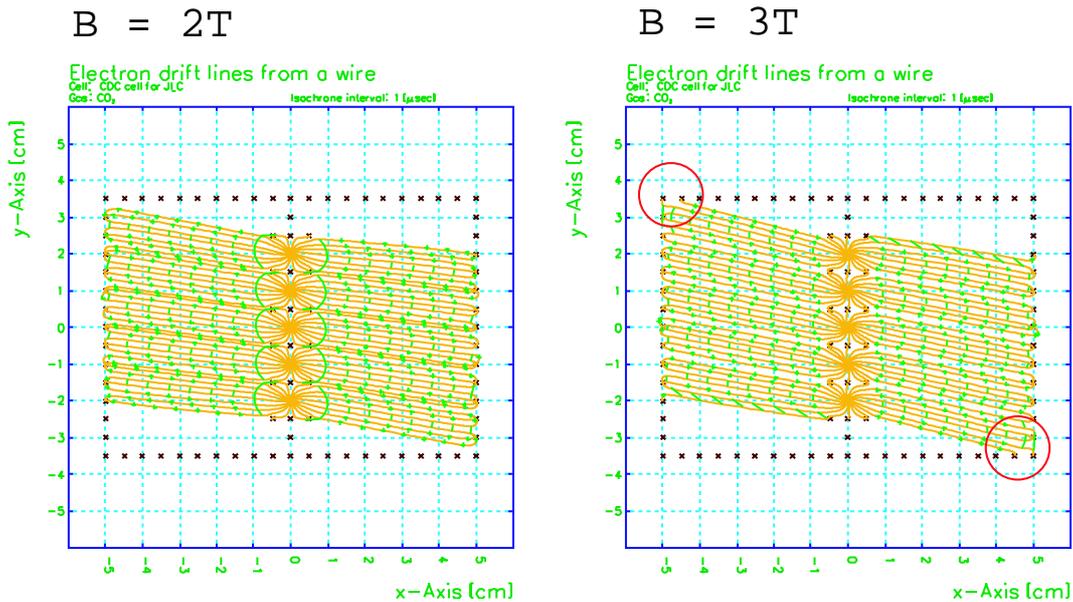
荷電粒子の運動量を測定する CDC は、必然的に強磁場の中に置かれることになる。このとき、CDC を通る荷電粒子の飛跡のみならず、これらの荷電粒子が作った電離電子のドリフトラインもローレンツ力を受けて傾いてしまう。この傾いたドリフトラインと電場との角度を、ローレンツ角と呼ぶ。特に、ジェットセル型のドリフトチェンバーにおいては、一般にドリフト距離が大きいため、このローレンツ角の大きさがセルの構造に影響を与えることになる。

一般に、ローレンツ角が大きい場合の対処方法は、セルを傾けることであるが、この対処法では、ほとんどの運動量の大きいトラックが、セルの等電位面を斜めに横切ることになり、信号が後ろに尾をひいて近接飛跡分離能 (近接飛跡分離能) を悪化させる。したがって、近接飛跡分離能を重要視する JLC-CDC では、セルを傾けることなく作動するチェンバーデザインを考える必要があり、ローレンツ角はチェンバーやセル構造の基本デザインを決める上で重要なパラメータとなる。

図 3.1 は、JLC-CDC のセルにおけるドリフトラインを GARFIELD¹ [10] で計算したものである。図の示す通り、2T では、ドリフトラインは完全にセルの中におさまっており、3T の場合にも、ドリフト領域を 5mm 短くすれば、セルの中にドリフトラインを完全に収めることができる。従って、磁場 3T におけるローレンツ角が GARFIELD の計算通りであれば、CDC は磁場 3T への移行に際して大幅な基本デザインの変更を行わずに済むのであるが、残念ながら、CO₂/isobutane ガスのローレンツ角は非常に小さいため精密測定が難しく、GARFIELD のこのガスにおける計算結果の信頼度を問うための論文資料は皆無に等しい。また、磁場 3T の実験環境は簡単には手に入らないため、3T の磁場による実験の機会を待っている、セルデザインの決定が遅れてしまう。

そこで、まず GARFIELD の計算結果の検証を行なうため、すぐに測定出来る 1.5T までの磁場について、従来の精度を 1 桁上回る精度でのローレンツ角測定を行ない、GARFIELD と比較した。更に、簡略化された理論と実験結果との比較から、GARFIELD の計算結果が 3T においても信頼出来ると判断するに足

¹GARFIELD は、チェンバー ガスのドリフト速度、拡散係数、ローレンツ角などを計算するためのプログラムインターフェースである。実際に電子の輸送を計算する部分は MAGBOLTZ1[11] を使用した。最近では、解析的に輸送方程式を解く MAGBOLTZ1 に代わってモンテカルロ積分を行う MAGBOLTZ2[12] が使用されているが、JLC のガスの場合には、無作為に選んだ測定点で両者が同じ結果を示したため、全体のシミュレーションには MAGBOLTZ1 を使用している (MAGBOLTZ2 で信頼出来る結果を得るにはかなりの計算時間がかかるため)。

Figure 3.1: JLC-CDC の CO₂/isobutane(90:10) ガスにおけるドリフトライン

る手がかりを得た。この章では、CO₂/isobutane ガスのローレンツ角の精密測定を可能にした実験の概要、結果と考察について述べる。

3.1 ローレンツ角測定の原理

3.1.1 ローレンツ角の理論

ガス中をドリフトする電子のローレンツ角を決めるパラメータを明らかにするために、まず磁場 B と電場 E の存在する場の中のドリフト速度ベクトルの表現がどのようになるかを考える。 [13].

電場 E と磁場 B の影響下におけるドリフト電子の運動方程式は、次の式で与えられる。

$$m \frac{dv}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + m\mathbf{A}(t), \quad (3.1)$$

ここに、 m と $-e$ は電子の質量と電荷であり、 $\mathbf{A}(t)$ は、ガス分子との衝突による確率的な力によって、時間に依存して減速される効果を表す（電場が存在するため、電子は加速されるが、ガスとの衝突によって減速されるという意味。定常状態では、これらが相殺して一定速度になる）。ここで、関心があるのはドリフト速度が一定になるような定常状態、すなわち $v_D \equiv \langle v \rangle$ 、となる場合のみであるので、式 (3.1) の左辺の時間平均は 0 になる。

さて、ここで、ある仮定を行なってみる。すなわち、 $\mathbf{A}(t)$ の時間平均をとると、それはドリフト速度ベクトルの平均 $\langle v \rangle$ の反対方向を向く、というものである。これは、電子の平均自由行程が十分小さく、ローレンツ角も小さい場合（いわゆるクールガスの場合）にはもっともな仮定である。このような場合には、電子の微視的な振る舞いはほぼ直線運動になり、その運動方向はドリフト速度ベクトルと同じ方向を向くと考えられるためである（ドリフト電子が、ある分子から次の分子への衝突する間に、ローレンツ力により電子

の運動方向が曲げられる度合いが、そう大きくないと予想出来るため)、この場合、ぶつかった分子からの力は、電子の運動方向すなわちドリフト速度方向の真反対の方向になると考えられる。

$$\langle A(t) \rangle = -\frac{\langle v \rangle}{\tau}, \quad (3.2)$$

ここで、 τ は時間の次元を持っており、固有時間と呼ばれるものである。この固有時間は、ある分子に電子が衝突してから、次の分子に衝突するまでの、平均衝突間時間に関係する量である。

このようにすると、式 (3.1) の時間平均は、

$$0 = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_D \times \mathbf{B}) - \frac{m}{\tau} \mathbf{v}_D, \quad (3.3)$$

となる。これを整理すると、

$$\left(\frac{m}{\tau} - e\mathbf{B} \times \right) \mathbf{v}_D = -e\mathbf{E}. \quad (3.4)$$

となる。

\mathbf{v}_D を求めるには、この式の左辺括弧内の逆行列をとって両辺にかければよい。すると \mathbf{v}_D は、

$$\mathbf{v}_D = \left(\frac{-\mu\mathbf{E}}{1 + (\omega\tau)^2} \right) \left(\hat{\mathbf{E}} - (\omega\tau) [\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{B}}] + (\omega\tau)^2 (\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{B}}) \hat{\mathbf{B}} \right), \quad (3.5)$$

となる。ここに、 $\hat{\mathbf{E}}$ と $\hat{\mathbf{B}}$ は、 \mathbf{E} と \mathbf{B} の単位ベクトルである。また、 μ と ω は、

$$\mu \equiv \left(\frac{e}{m} \right) \tau, \quad \omega \equiv \left(\frac{e}{m} \right) B \quad (3.6)$$

で与えられ、それぞれ移動度とサイクロトロン振動数と呼ばれる。

さて、この解は3つの部分から成り立っている。ひとつは \mathbf{E} に並行な部分、もう一つは \mathbf{B} に並行な部分、最後は \mathbf{E} にも \mathbf{B} にも垂直な部分である。ここから、特別な場合についてのドリフト電子の振る舞いが見える。もし $\omega\tau \simeq 0$ であれば(すなわち磁場が小さいか、ドリフト電子の分子とのある衝突から次の衝突までの時間が短いかのどちらか)、右辺第2項と第3項はほとんど無視出来て、 \mathbf{v}_D はほぼ \mathbf{E} の方向を向く。一方、 $\omega\tau \gg 1$ かつ $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \neq 0$ であれば、右辺第3項の2乗がきいて、ドリフト電子は磁場 \mathbf{B} の方向にカールしながら進んでいくことになる。

式 (3.5) を用いて、 \mathbf{v}_D の大きさを求める事が出来る。これを $v_D = |\mathbf{v}_D|$ としよう。

$$v_D = \mu E \sqrt{\frac{1 + (\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{B}})^2 (\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2}}, \quad (3.7)$$

また、 \mathbf{v}_D の、 \mathbf{E} に並行な成分 $v_{D\parallel} = |\mathbf{v}_{D\parallel}|$ と垂直な成分 $v_{D\perp} = |\mathbf{v}_{D\perp}|$ は、

$$v_{D\parallel} = \mu E \frac{1 + (\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{B}})^2 (\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (3.8)$$

及び

$$v_{D\perp} = \mu E \omega\tau \frac{|\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{B}}| \sqrt{1 + (\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{B}})^2 (\omega\tau)^2}}{1 + (\omega\tau)^2}. \quad (3.9)$$

で表せる。この式 (3.9) から (3.8) を割れば、それはまさしくローレンツ角 α となる。

$$\tan \alpha = \frac{|\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{B}}|}{\sqrt{1 + (\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{B}})^2}} \omega \tau. \quad (3.10)$$

勿論、 $\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{B}}$ の方向との角度も計算できて (β とする)

$$\tan \beta = (\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{B}}) \omega \tau. \quad (3.11)$$

となる。

さて、ここでより特別な場合 (CDC のセルの場合) を考える。CDC のセルでは、 E と B は完全に垂直であるので、 $\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{B}} = 0$ となる。この場合、 $|\hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{B}}| = 1$ となるので、 v_D と $\tan \alpha$ は以下ようになる。

$$v_D = \frac{\mu E}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}} \quad (3.12)$$

$$\tan \alpha = \omega \tau, \quad (3.13)$$

このとき、式 (3.11) から、明らかに $\tan \beta = 0$ である。注目すべきは、ローレンツ角がたった 2 つのパラメータ ω と τ で特徴づけられる、という点である。このうち、 τ だけが、電子のドリフトプロセスを内包する値である。

式 (3.6) と (3.12)、それから τ が B によらないという仮定から、式 (3.13) を次のように書き換えることができる。

$$\tan \alpha = \left(\frac{B}{E}\right) v_D^0, \quad (3.14)$$

ここで、 $v_D^0 = v_D(B=0)$ である。一方、ローレンツ角はしばしば経験的に次のように表される [14][15]。

$$\tan \alpha = \psi \left(\frac{B}{E}\right) v_D^0, \quad (3.15)$$

ここで、 ψ は電子の磁気偏向係数 (Magnetic Deflection Coefficient) と呼ばれるものである。したがって、ここで議論した仮定、すなわちガスがクールガスであって電子の平均自由行程が十分小さいという仮定を用いる限り、 $\psi = 1$ でなくてはならない。その他の場合については、3.4 節で触れることにする。

3.1.2 CO₂/isobutane Gas におけるローレンツ角の予測

上で求めたローレンツ角の式により、CO₂/isobutane ガス におけるローレンツ角を予測することができる。式 (3.14) は、ローレンツ角がドリフト速度に比例して大きくなることを予言している。これは、式 (3.14) が成り立つようなドリフト速度の小さい (すなわち分子との衝突間の時間が短い) ガスを主成分とする混合ガスでは、遅いドリフト速度のため、ローレンツ角は比較的小さくなる、という予言に等しい。

例として、JLC-CDC で使用予定の CO₂/isobutane (90:10) 混合ガスについてローレンツ角を計算してみる。電場 $E = 1.0 \text{ kV/cm} = 100 \text{ kV/m}$ のときのドリフト速度 $v_D^0 = 0.78 \text{ cm}/\mu\text{s} = 7.8 \text{ }\mu\text{m/ns}$ を用いて、磁場 $B = 1 \text{ T}$ の時のローレンツ角を計算してみよう。

$$\tan \alpha = \left(\frac{B}{E}\right) v_D^0 = \frac{1 \text{ [T]}}{100 \text{ [kV/m]}} \times 7.8 \text{ [\mu m/ns]} = 0.078. \quad (3.16)$$

この角度は、電場方向へのドリフト距離 2 cm に対し、電子到達位置が電場と磁場に垂直な方向に約 1.5 mm ずれた場合に相当する。ローレンツ角の測定は、基本的にこの電子到達位置のずれの検出に依っているため、このずれの検出を如何に精度良く行い、系統誤差を消去するかが測定のポイントになる。具体的には、もしローレンツ角の測定に誤差 3 % 程度の信頼度を要求した場合、他の誤差が全くなかったとしても、ずれの検出の誤差は 50 μm 程度に抑えなければならない計算になる。

3.1.3 測定原理

ローレンツ角の測定原理は、以下の通りである。いくつかの電子の固まり(これをクラスターと呼ぶ)が、 z 軸方向にかけられた平行電場 (E) の中をドリフトしていく場合を考える。 y 軸方向には、平行磁場がかかっており、この磁場 (B) の存在がドリフト電子の進行方向を x 軸方向に曲げていく。 z 軸方向に距離 (Δz) だけ進んだ後の、 x 軸方向の電子の到達位置のずれ (Δx) を測定すれば、ローレンツ角が求められる。

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta z}. \quad (3.17)$$

したがって、原理的には、ローレンツ角の測定には平行磁場・平行電場中の Δx と Δz が得られればよいことになる。

実際のテストチャンバーでは、平行電場は等間隔に並べられた電場形成用の銅板で作られている。しかし、クラスターの到達位置のずれ Δx を検出するためには、ドリフトしてきたクラスターを増幅領域へ導き、ガス増幅機構を用いて電子数を増幅しなければならない。増幅領域では、電場は急勾配で高くなっているため、この部分の影響が実験結果に混入しないようにしなければならない。つまり、何らかの方法で、この増幅領域の影響をキャンセルしなければならないことになる。勿論、ドリフト領域の電場は平行・一定であることが求められるため、増幅領域とドリフト領域はスリット付きの銅板で分割すべきである。

一方、 Δz の測定はもう少し単純であって、初期電子クラスターを生成する場所を紫外線レーザービームの入射位置でコントロールすればよい。しかし、それでもなお、レーザービームの入射位置がそのまま初期電子の発生位置とは言い切れない(初期電子のクラスターの大きさは、ビームウエストの幅よりもはるかに小さいため)。次の節で、これらの問題に対する解決を示す。

3.1.4 測定システム

まず、電子増幅領域の影響をキャンセルする方法であるが、一般に用いられる方法は、1つのローレンツ角を求める為の初期電子の生成位置を、1点ではなく2点設ける方法である [16, 17]。最も簡単には、レーザービームの入射位置を z 方向に移動して、複数回の測定を行えばよい。これら2点 (z_1 and z_2) で生成された電子クラスターは、増幅領域までのドリフト距離が異なるため、増幅領域でのクラスター到達位置も異なる (x_1 and x_2)。したがって、2点から来るクラスターの増幅領域での振舞は同じであるとみなせば、これらの差をとることで、正味のドリフト距離の差に起因する電子到達位置のずれを得ることができる。

今回の実験では、ドリフト領域と増幅領域を仕切る銅板に細いスリットを設け、そこを通った電子クラスターが、 E と B に垂直に張られたセンスワイヤーの作る高電場によって増幅される仕様にした。センスワイヤー方向のクラスター到達位置は、センスワイヤーの背後に設置されたカソードパッドによって読み取ることが出来る。このようにして、2点から得られる x と z についての情報の差 $\Delta x = x_2 - x_1$ and

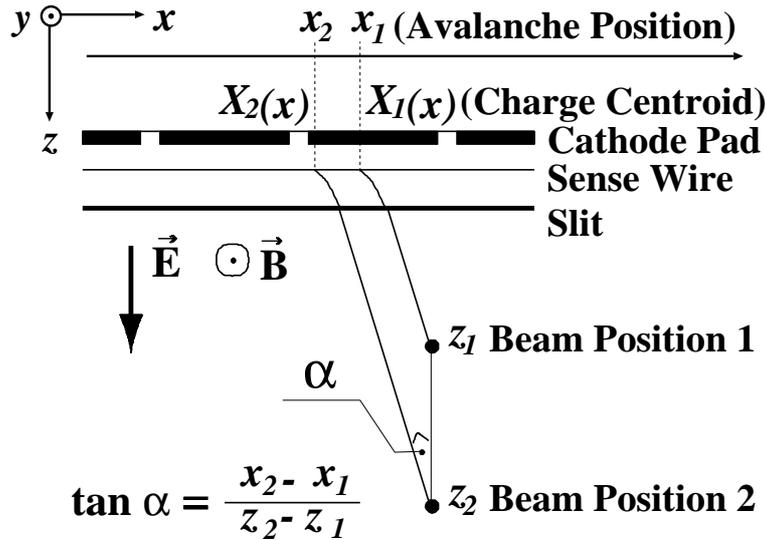


Figure 3.2: ローレンツ角の測定原理。

$\Delta z = z_2 - z_1$ を得ることができれば、ローレンツ角を求めることができる²。

しかしながら、3.1.2 節で述べた通り、CO₂ ベースのガスではこの x 軸方向のずれが大変小さいことが予想される。したがって、僅かなビームの位置のずれや不安定性などが、大きな誤差を生みかねない。そこで、この実験では、2 測定点を別々に測定するのではなく、1 本のレーザービームを平行な 2 本のビームに分離して、これらを同時に異なる z の位置に入射する仕様にした。この変更の大きな利点は、レーザーの打ち出すビームの位置がたとえ不安定であったとしても、分離された 2 本のビームの位置関係は完全にビームスプリッターの構造に依っているため、2 本のビームの位置の差をとればかならず一定の値が得られるという点である。この改良により、少なくとも 2 つのビーム入射位置の相対位置は安定しているとみなすことができるようになった。

一方、データ収集システム (DAQ) の面では、若干の問題が生じた。すなわち、2 本のビームが同時に入射されることにより、同じカソードパッドに 2 つのビーム入射点からの電子クラスターの信号が乗ってしまうという点である。従来の ADC を使った測定では、最初のクラスターの信号を書き出している間に、次のクラスターの信号が到達してしまう。回避策としては、2 つ目のクラスターが同じパッドに到達しないよう、ドリフト距離の差を大きく開けるという手があるが、CO₂ ベースのローレンツ角の小さなガスでは、チェンバーそのものがかなり大きくなってしまい、実現が難しい。また、その長いドリフト領域全てにおいて、十分安定な平行電場、平行磁場を供給し、カソードパッドの個性もそろえなければならないという、別の難点が生じてしまう。

そこで、この実験では、DAQ システムを FlashADC (FADC と略す) を用いたシステムに変更した (図 3.3)。FADC では、カソードパッドの電荷誘起量を時間の関数として記録出来る。2 つのクラスターが作る信号は、数 μs のオーダーで別れているので、 $16 \mu s$ の時間内の電圧を記録できる FADC を用いれば、たとえ同じカソードパッドに信号が乗っても、オフライン解析プログラムでこれらの信号を分離することが

²ただし、ここで若干の注意が必要である。ビームの入射位置が x 軸方向にずれていた場合、単純に $\Delta x / \Delta z$ をとると系統誤差が混入する。したがって、磁場 0 の時の $\Delta x / \Delta z$ を測り、後でその分を補正しなければならない。

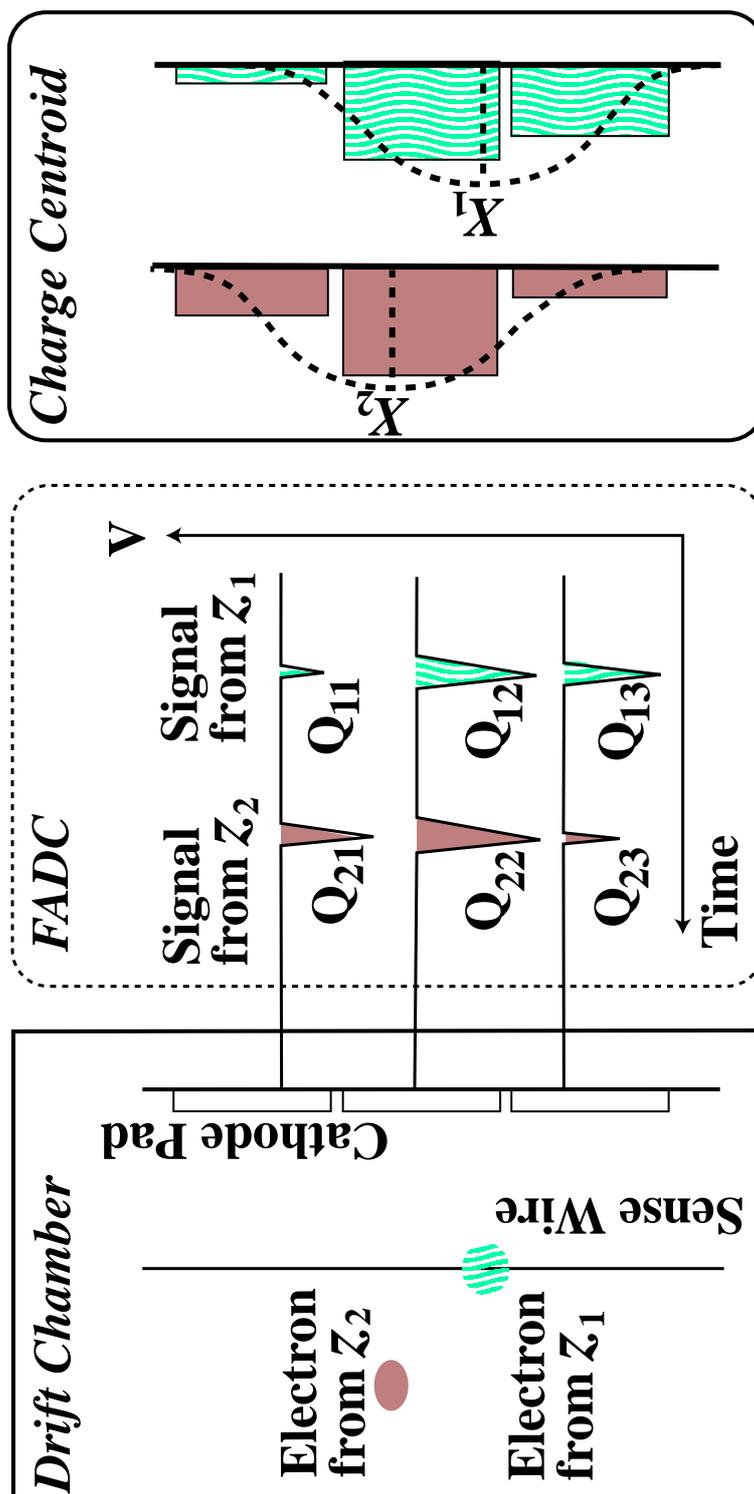


Figure 3.3: データ収集系の概念図。

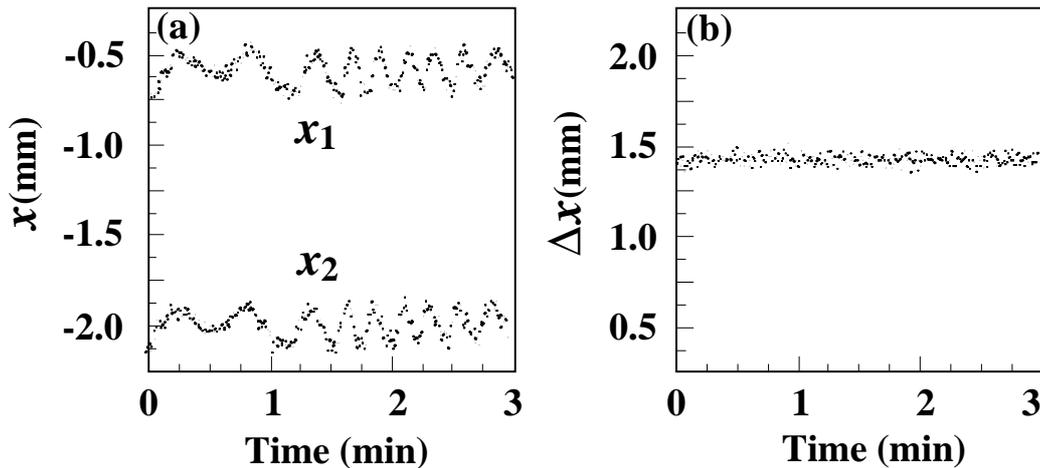


Figure 3.4: (a) $B = 1.2$ T で時々観測された 2 本のビーム位置 (x_1 and x_2) の不安定性の例。(b) x_1 と x_2 の差 (相対位置)。振動は相殺されている。

できる。

この平行紫外線ビームを用いた測定システムの利点をまとめると、次の通りである。

- レーザービームの、テストチェンバー に対する入射位置の不安定性を、2 本の平行ビームを使うことでキャンセルできる。図 3.4 は、この機構がいかにうまく働いているかを示したものである。(a) 図の示すように、2 本のビームで生成されたクラスターのそれぞれの到達位置は $300 \sim 500 \mu\text{m}$ もの幅で振動しているが、これらは同期して動いているため、到達位置の差をとればこの振動の効果を除外することができる³。
- 実際にレーザーによってイオン化が引き起こされている初期クラスターの生成位置間の距離 ($\Delta z = z_2 - z_1$) を、チェンバーの信号を用いて測定することが出来る点。一般に、レーザービームの幅よりもイオン化領域は小さいため、ビーム入射位置のうちの何処でイオン化が起きているかまではわからないのがこれまでの問題点であった。しかし、平行ビームを同時入射することにより、別のドリフト速度測定チェンバーで測定したドリフト速度を用いて、2 つのクラスターの到達時間の差から、クラスター間の距離を計算することができる。この距離は、ビームの入射位置の差ではなく、実際にクラスターが生成された位置の差となる。
- カソードパッドのグラウンドが同時に記録されるため、イベントごとにグラウンドの補正が可能になる点。
- 2 つのクラスターの到達位置が同じカソードパッドで測定されるため、読み出し系の Channel ごとの個性 (系等誤差) を気にしなくてよい点。

一方、2 測定点の同時測定による問題点もいくつか存在する。その中でもっとも重大なものは、1 番面のクラスターが電子なだれを起こしたときに生成された大量の陽イオンが、2 番目にやってくるクラスター

³このような到達位置の振動は、この一連の実験では高い磁場で露になった。原因として、電磁石そのものが高い磁場で振動していたこと、レーザービームの不安定性などが考えられるが、この 2 つのクラスターの到達位置が同期しているという事実をもって、これらの振動が完全にビームとチェンバーの関係によるものであり、ローレンツ角の機構とは関係ないことが明らかになった。

の進路に影響を与えてしまう可能性である。二つのクラスターがセンスワイヤーに到達する時間間隔が短いため、この問題は十分に議論されなくてはならない。この点については、3.3.1 節で詳しく述べることにする。

3.2 実験の準備

この節では、前節までのアイデアをいかにして実現したかについて述べる。測定システムは、次の4つの部分に分けることができる。

1. レーザービームシステムと光学系
2. カソードパッドを備えた Drift チェンバーとガスシステム、磁場など
3. データ取得システム (DAQ)
4. データ解析プログラム

全体のセットアップを図 3.5 に示す。以下、これらの4つの部分について、詳細を述べる。

3.2.1 レーザービームシステム

レーザービームシステムは、さらにレーザーを出力する部分と、光学系システムに分けられる。紫外線レーザーの出力には、Nd-YAG レーザーの4倍高調波(波長 266 nm)を用いた。ビームのエネルギーは最高 50 mJ、持続時間は約 5 nsec、出力周波数は 10 Hz である。今回の実験には少々エネルギーが強すぎるので、プリズムの表面反射を用いてビームの強さを 3% 程度にまで落とす⁴。

弱められたレーザービームは、焦点距離 3 m のレンズで絞られ、2つの鏡(45°)で2回反射する。2つめの鏡はマイクロメータステージに乗っており、 x 軸方向(センスワイヤー方向)に動かすことが出来る。次に、ビームは2つのプリズムが特殊な接着剤で貼り合わされた形のビームスプリッター [18] に入射する。ビームスプリッターは、プリズムの接着面で、入射ビームの一部を y 軸方向に反射し、残りはそのまま通過させる特性を持っている。 y 軸方向に反射されたビームは、再びビームスプリッターから 2 cm 離れた 45° の鏡で反射され、ビームスプリッターを通過したビームと平行にチェンバーに入射される仕組みである。

チェンバーに入射するビームの強さを調節するため、ビームスプリッターの後ろに ND フィルタを置く。ND フィルタを置いたあとは、必ず磁場 0 によるビームの入射位置のキャリブレーションを行わなければならない。ND フィルタに厚みがあるため、フィルタを置いた角度によって、 x 方向の位置が、傾けた角度に依存してずれる。

3.2.2 ドリフトチェンバー

ローレンツ角測定用チェンバー [19] の概要は、図 3.6 に示す通りである。チェンバーは、KEK-PS π 2 ラインの牛若電磁石の中に置いた。この電磁石は、 $54 \times 64 \text{ cm}^2$ の磁場生成面積を持ち、磁場方向には 30 cm の高さを持っている。生成出来る磁場は 1.6 T まで、チェンバーが置かれた中央においては、誤差 1% 以下

⁴もし別の方法があれば、ビームを弱めたあとに偏光しない方法を用いる方がよい。プリズムの表面反射を用いると、ビームが偏光してしまい、その後のビームスプリッターでうまく 1 対 1 に分光しないことがあるため。

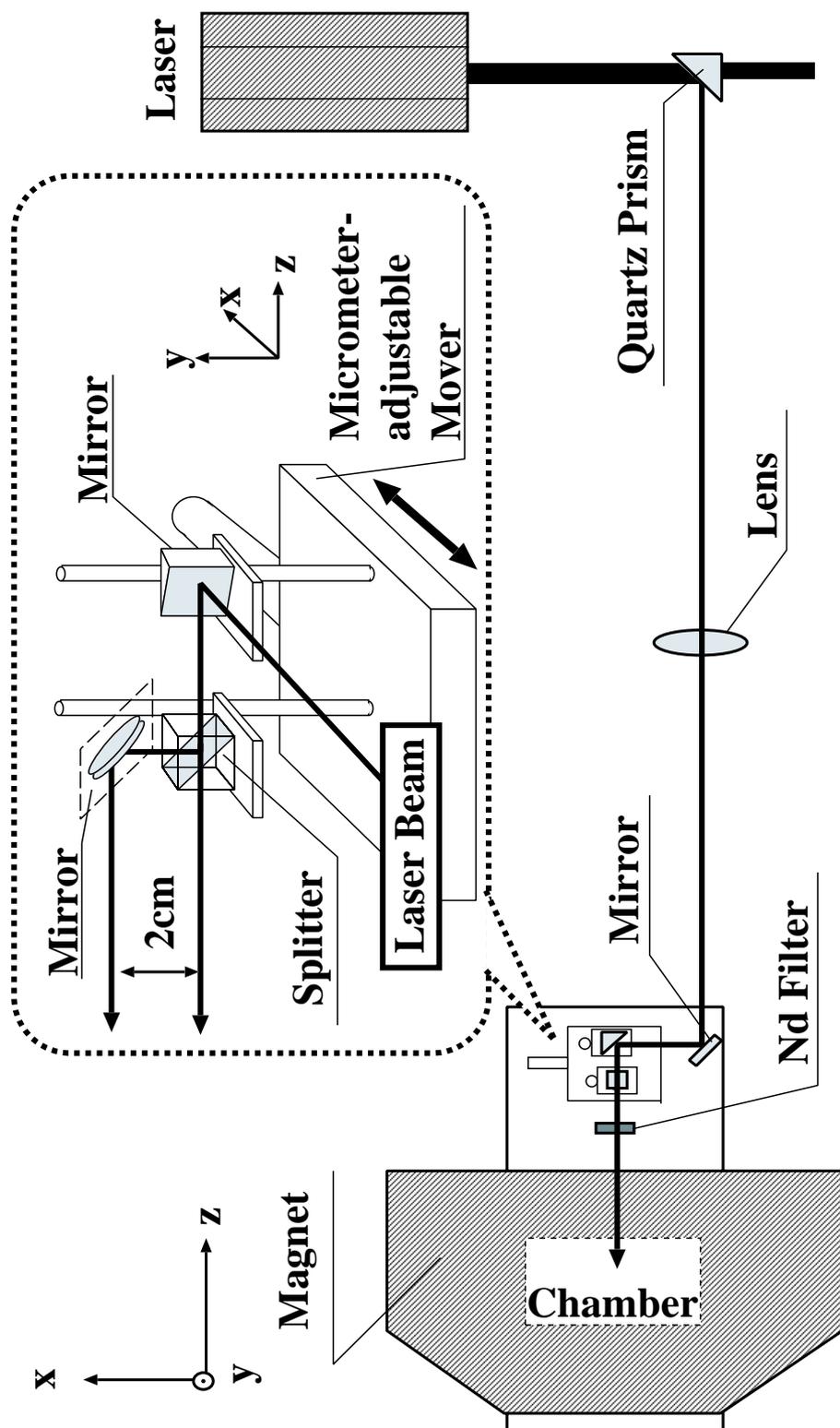


Figure 3.5: 実験の光学系見取り図。座標系の定義を含む。

で平行な磁場が保たれている。1.6 T 付近で電磁石の電流値と生成磁場のリニアリティが崩れるため、実際の測定は 1.5 T までとした。

図 3.6-(a) にある通り、2 本の平行ビームは上部の鏡によって反射され、磁場と平行な方向からチェンバーに入射する。チェンバーの上部はビームの入る部分のみ合成水晶窓になっており、紫外線レーザーを通す仕組みになっている。チェンバー内部は、 $\text{CO}_2/\text{isobutane}$ ガスで満たされており、外部のガスシステムに付属したマスフローコントローラーによって、混合比を (85 : 15)、(90 : 10)、(95 : 5) に変化させることができる。ガスの総流量は 100 cc/min に保たれ、温度と大気圧は実験中常にモニターされている。実際の温度と圧力は、それぞれ実験を通して、 $T = 291. \pm 1^\circ\text{K}$ と $P = 767 \pm 2 \text{ mHg}$ であった。

チェンバーのドリフト領域に入射した z 方向の位置の異なる 2 本のビームは、ビームによってガスをイオン化し、 y 軸に沿ってドリフト電子のクラスターを生成する。その後、役目を終えたビームは、チェンバー下部の鏡によって反射され、チェンバーの外へ捨てられる。

生成されたクラスターは、10 枚の銅板 (大きさ 30 mm \times 170 mm、厚さ 1.0 mm) で生成された電場中をドリフトする。10 枚の銅板は 5 mm 間隔で並べられ、隣り合う銅板は 2.20 M Ω の抵抗でつながれており、最もセンスワイヤーから遠い一番端の銅板に一定電場をかければ、全ての銅板間で等しい電場が得られるようになっている (図 3.6-(b))。これらの銅板の中央には、電子クラスターを通すため、10 mm \times 130 mm の穴があいている。もっともセンスワイヤーに近い銅板は、ドリフト領域とガス増幅領域のセパレータの役目を果たしており、穴は細いスリットになって、3 mm \times 130 mm となる。また、もっともセンスワイヤーから遠い銅板は、電子クラスターを通す必要がないため、穴はあいていない。

スリットからセンスワイヤーを含む領域は、ガス増幅領域である。 x 軸に平行して、太さ 30 μm の金メッキタングステンワイヤーが、スリットから 5 mm の位置に張られている。代表的な印加電圧は、2.4 kV である。 y 軸方向に 5 mm ずつ離れて、太さ 120 μm の金メッキモリブデンワイヤーが電場形成用に上下に張られており、こちらは接地されている。さらに、センスワイヤーからスリットと反対の方向に 5 mm 離して、金メッキされたカソードパッドを配置する。これらのパッドはそれぞれ幅 4.8 mm、高さ 20.0 mm であり、幅の方向を x 軸 (センスワイヤー方向) に合わせて、0.2 mm 間隔で x 軸方向に一列に配置されている。パッドの枚数は 27 枚であるが、今回用いたのは事前にキャリブレーションを行って優秀な応答を得られた中央の 3 枚である。

このようなシステムにおいて、磁場がない場合に電子到達位置を測定したときの、2 つのクラスターの到達位置の分布を図 3.7 に示す。いずれも σ が 30 μm 程度であり、きれいな正規分布をしているため、誤差 3% 以内でローレンツ角を求めるために必要な 50 μm の精度を達成するには、十分な位置分解能を備えていると言える。

3.2.3 DAQ システム

DAQ のブロックダイアグラムを図 3.8 に示す。

センスワイヤーと 3 つのカソードパッドからの信号は、まずチェンバー背後に取り付けられた電荷積分型のアンプで増幅され、その後 3 m のツイストペアケーブルを通り、ポストアンプ [20] で再度増幅される。カソードパッドからの信号については、まだ大きさが十分でないので、さらにアンプを用いて 8 倍に増幅する。これらの増幅を行ってから、信号は 8 ビットで 0 V から -1.0 V まで表せる Flash ADC (FADC)[21] に送られる。この FADC は、500 MHz でサンプリングを行い、1.6 μs 分のデータを記憶することができる。

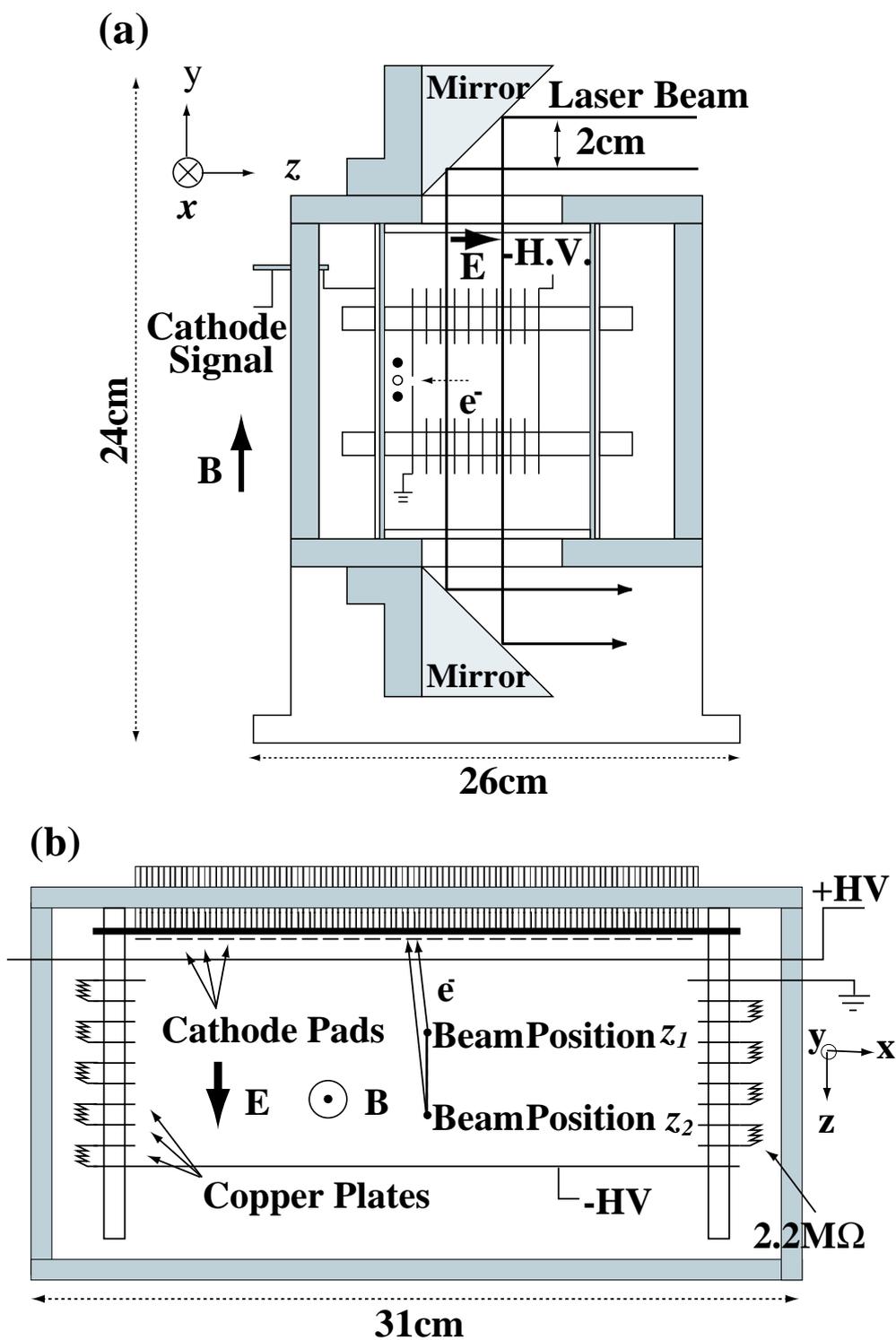


Figure 3.6: テストチェンバー

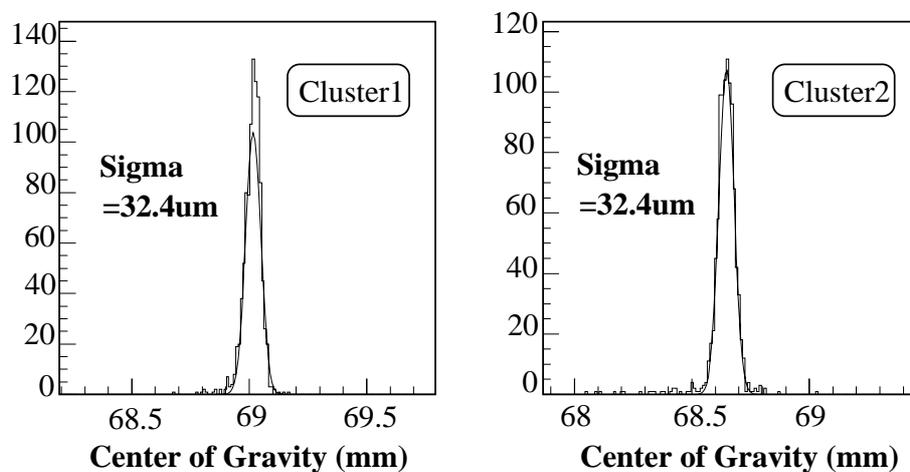


Figure 3.7: 電子クラスターの到達位置の分布。Center of Gravity が電子到達位置を示す。

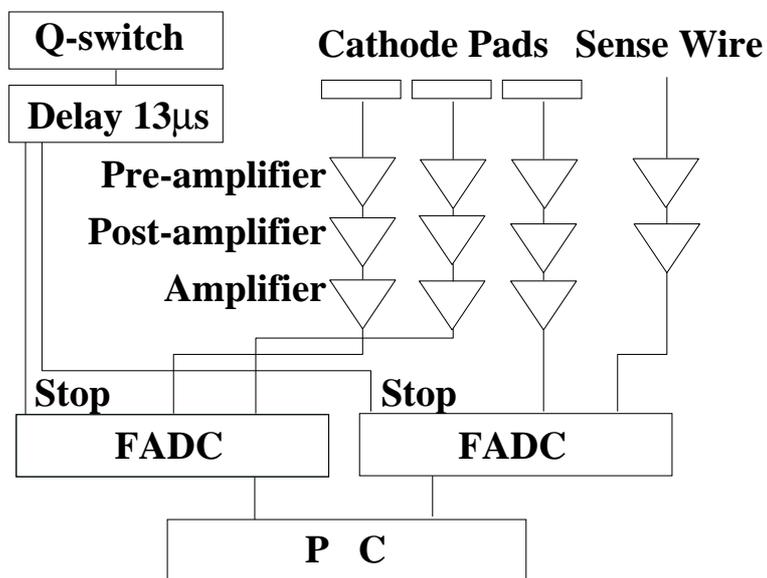


Figure 3.8: データ収集系のブロック図。

この出力を、CAMAC を通して PC に送り、オンラインプログラムで圧縮して記録する。

3.2.4 データ解析プログラム

データ解析に際しては、細心の注意を払って系統誤差を除外するため、これまで以上に細かいペDESTAL⁵の補正や、電荷積分の精密さが要求される。また、解析方法も、原理的に分解能が落ちる部分を補うべく、複数の解析を試してみる必要がある。

このように、解析段階において様々な試行錯誤を行う場合には、従来の Fortran 言語を用いた解析プログラムより、オブジェクト指向言語である C++ をベースにしたプログラムの方が有利である。そこで、新たに ROOT/JSF⁶ をもとに、FADC のデータを解析するためのプログラムを作成した⁷。以下に、この新しい解析プログラムの概要を述べる。

C++ への移行を行うに当たって、まず考えねばならないことは、解析のプロセスを適当な単位に分け、それぞれをモジュール化（カプセル化）することである。このことにより、ある解析プロセスを割り込ませたり、スキップしたり、あるいは複数の解析方法を用意しておいて差し換えたり、といったことが簡単になる。

モジュール化の単位は、あり得る解析方法全てに対応できるように決められなければならない。そこで、カソードストリップを持つチェンバーからの FADC の情報を解析するプログラムとして、次の 5 つのモジュールを用意した。

1. Unpacker
2. Cluster maker
3. Pad hit maker
4. Analysis

まず 1. は、DAQ から送られてきた圧縮データを解凍して、ROOT のオブジェクトに詰めるところまでを行う⁸。この部分を一つのモジュールにすることで、DAQ が変更された場合にも、この Unpacker の部分を書き直すだけで全体の変更が可能になる。

2. は、FADC のデータを 1 つの電子クラスターが作った信号ごとに分割するためのモジュールである（図 3.9）。この実験では、同じカソードパッドに別の位置からドリフトしてきた電子クラスターの信号が乗るため、これらを別々に分離して、クラスターオブジェクトに詰めるところまでを請け負う。すなわち、1 つのクラスターオブジェクトには 1 つの電子クラスターが作った信号のデータが入る。

3. は、カソードパッドを持つチェンバー固有のモジュールであり、3 つのカソードパッドに誘起された電荷の情報⁹を用いて、センスワイヤー方向のクラスターの到達位置を求める。到達位置を求めるためのアルゴリズムについては、3.3.1 章を参照。

⁵信号が入る前のノイズレベル。

⁶いずれも、C++ で記述されたプログラム記述用フレームワークである。ROOT については、[6] を参照。JSF(JLC Study Framework) は、ROOT を元に、JLC の解析用フレームワークとして開発された。[5] を参照。

⁷このプログラムは、後に JLC-CDC（実機）のための解析プログラムの原形となった。

⁸Fortran で言えば、データを外部から読み込んで、配列につめる作業に相当。

⁹2. のクラスターオブジェクトから波形を積分することで取得可能。

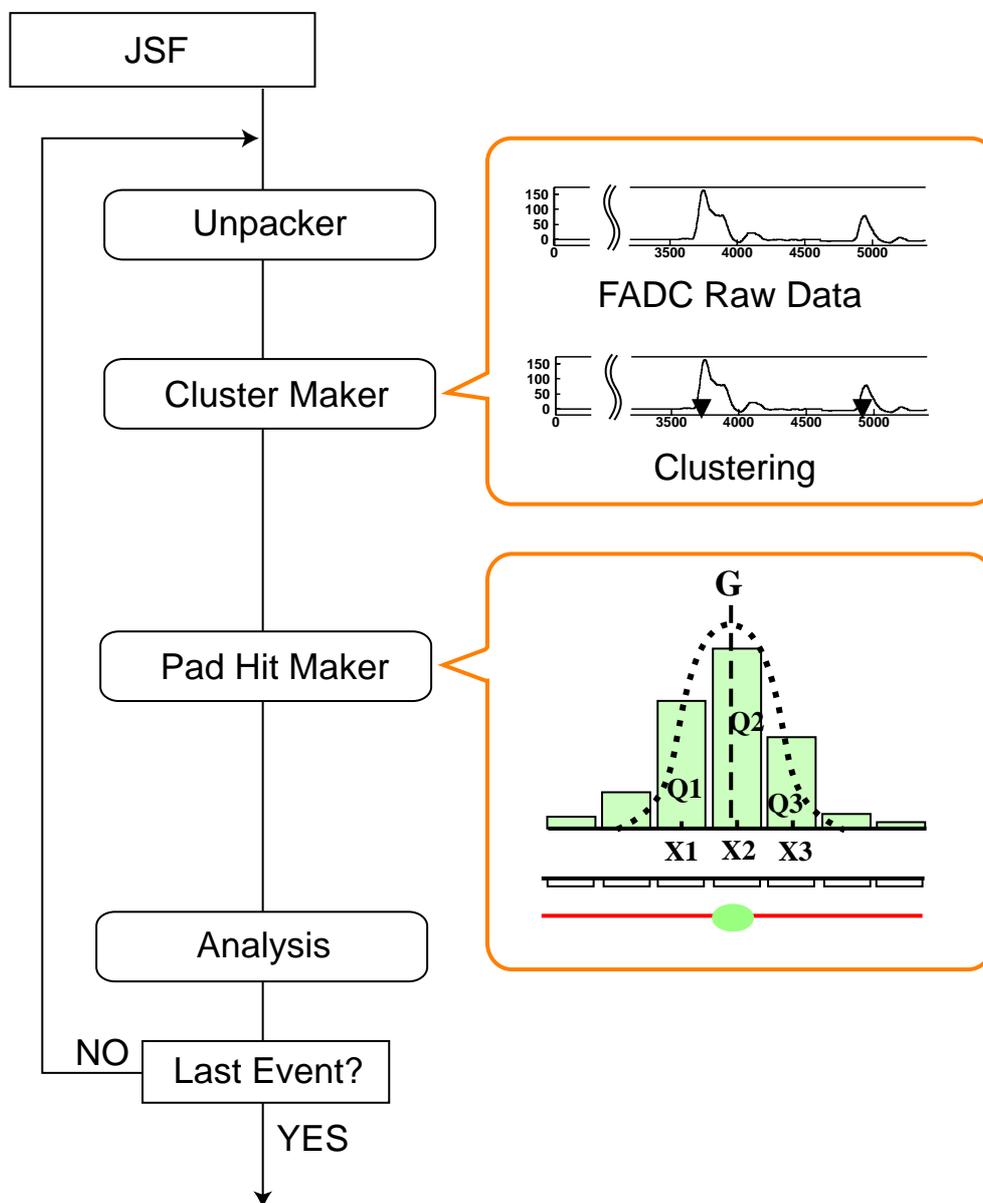


Figure 3.9: 解析の流れとモジュール。Cluster Maker の 印は、Cluster Maker が一続きの FADC データを 3 つの異なる電子クラスターによる信号と解釈し、分割したことを示す。

4. は、3. で求めたクラスターの到達位置を用いて、ローレンツ角の計算や温度補正、ヒストグラムの書出し等を行うモジュールであり、一般に解析はこの部分で行う。

JSF は、これらのモジュールを 1 イベントごとに上の順で呼び出す。したがって、解析は 1 イベントごとに行われることになる。このことは、ペDESTALの補正を、1 イベントごとに信号の前後に記録されているグラウンドのデータを用いて補正出来るなどの点で大変有利である。

3.3 解析と結果

3.3.1 解析

解析方法

第 3.1.3 節で述べた通り、ローレンツ角は、平行電場中にドリフト方向に Δz 離れた 2 点に電子クラスターを発生させ、これらのクラスターがセンスワイヤーに到達したときの到達位置のワイヤー方向のずれ Δx を測定することによって得ることができる。このうち、 Δz は、光学系のセットアップによって決定される。しかし、紫外線ビームの幅は、一般に実際の電子クラスターの生成位置よりも大きい。我々の実験では、スポットの直径が約 1 mm であった。図 3.7 に見る通り、実際の電子クラスターの検出幅は $40 \mu\text{m}$ 程度である。従って、より正確な Δz を得るには、磁場 $B = 0$ の条件下で Δz をドリフトするのに要する時間 (Δt) を測定し、別のドリフト速度測定用チェンバーで測定したドリフト速度 (v_D^0) を用いて、実際に電子クラスターが生成した 2 点の z 方向の距離を求めればよい ($\Delta z = v_D^0 \cdot \Delta t$)。

一方、電子クラスターの到達位置 (x_1 と x_2) に関する情報は、センスワイヤーの後ろ 5 mm の位置に配置されたカソードパッドに誘起される電荷量を FADC で読み取ることによって得られる。カソードパッドに誘起された電荷量の情報は、一般には次の式に従って位置の情報に変換される。

$$X = \frac{\sum_{i=1}^3 x^i Q_i}{\sum_{i=1}^3 Q_i} \quad (3.1)$$

ここで、 x^i と Q_i はそれぞれ i 番目のパッドの中心の位置とそのパッドに誘起された電荷量を表す。これを電荷重心法と呼ぼう。こうして得られる電荷重心 (X) は、このままでは実際の電子クラスターのセンスワイヤー到達位置 (x) に等しくない¹⁰。従って、予めワイヤー方向に沿って既知の位置 (x) から紫外線ビームを入射したときに検出される電荷重心 (X) を調べておく必要がある。この X から x へのマッピングをキャリブレーションカーブと呼ぶ。図 3.10 はこのキャリブレーションカーブの測定法を記したものである。我々の測定では、紫外線ビームの入射位置 (x) をマイクロメーターで $200 \mu\text{m}$ ずつ移動させ、そのときの電荷重心 (x) を測定してキャリブレーションカーブを得た。測定時の光学系は第 3.2.1 節に記したものと同様である。

図 3.11 は、そのキャリブレーションカーブの一例である。測定に使用するカソードパッド 3 枚のうち、中央の一枚の前にドリフト電子が到達する範囲を拡大している。

カソードパッドからの電荷量の情報位置の情報に変換する別のアプローチとして、カソードパッド 3 枚のうち、中央と左右どちらかの 1 枚の電荷比をとり、その電荷比を位置情報に変換する方法が考えられる。

¹⁰パッドが有限の大きさであり、間に隙間があることと、使用パッドの枚数が限られていることによる。パッドの幅を無限に狭くし、隙間を小さくして、全てのパッドを計算に用いた極限では、電荷重心とクラスターの到達位置は一致する。

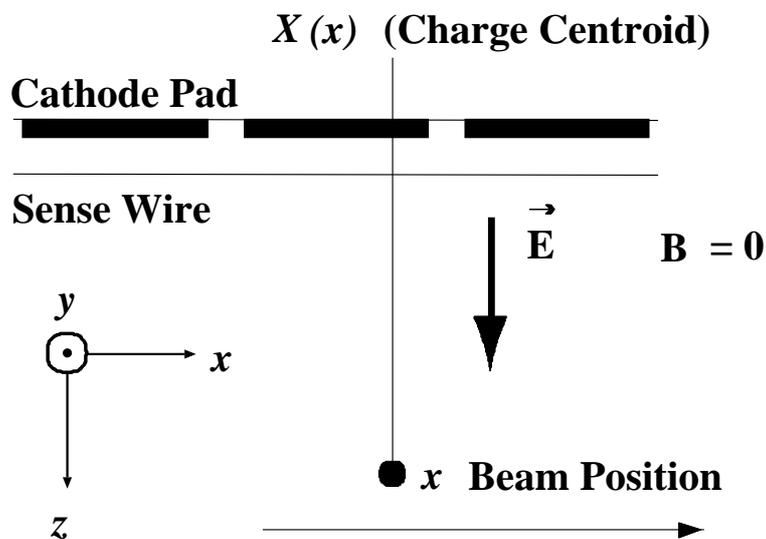


Figure 3.10: キャリブレーションカーブの測定方法

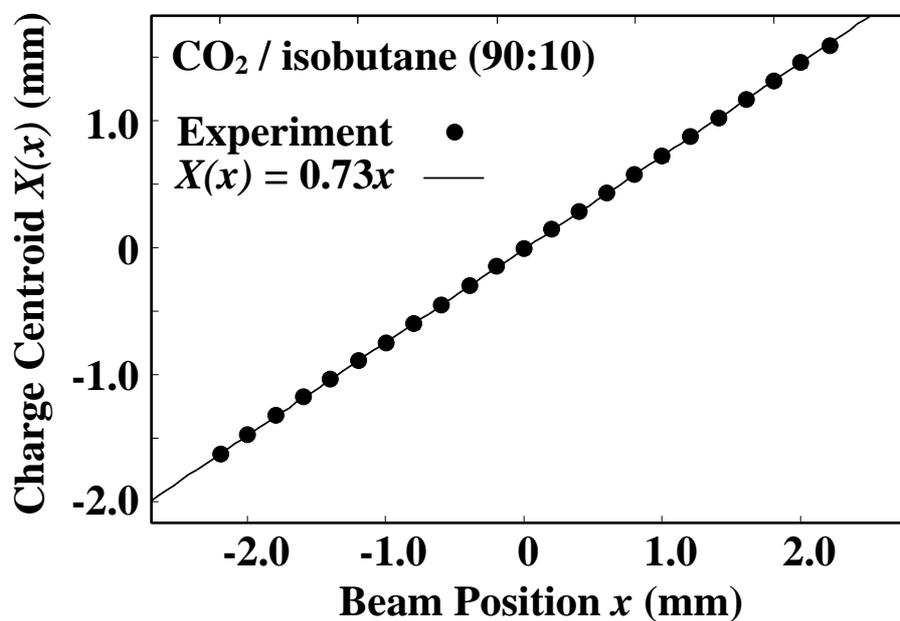


Figure 3.11: 電荷重心 (X) とレーザービームの入射位置 (x) の相関。これをキャリブレーションカーブとして用いる。

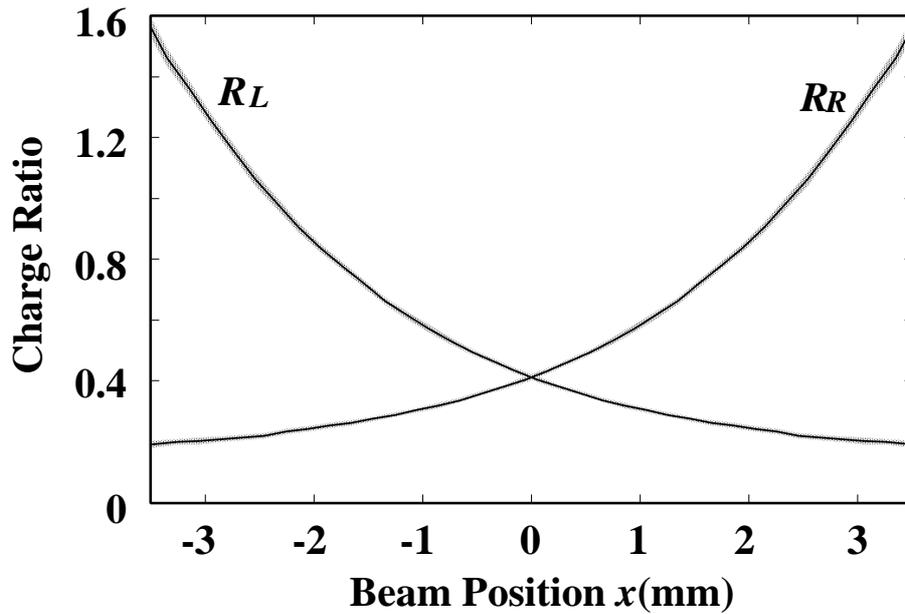


Figure 3.12: 電荷比 (R_L, R_R) とレーザービームの入射位置 (x) の相関。キャリブレーションカーブとして用いる。色付きの部分は、 $1\text{-}\sigma$ の誤差範囲を示す。

一回の測定で得られる電荷比は、3枚のパッドのうち左の1枚に誘起される電荷量を Q_1 、中央、右に誘起される電荷量をそれぞれ Q_2 、 Q_3 とし、 $R_L \equiv Q_1/Q_2$ と $R_R \equiv Q_3/Q_2$ の2つである。この R_L 、 R_R の感度は、ビームの入射位置に対してリニアではなく、ビームの入射位置が中央のパッドの一方の端に来ると最大で1となり、パッドの中央へ移動するに従って曲線的に小さくなっていく。図 3.12 は、図 3.11 と同じ測定データを電荷比の感度曲線で表したものである。この図の示す通り、一方の電荷比はパッドの中央を過ぎると更に小さくなっていくが、その時には別サイドの電荷比が成長を始めるので、両者は互いに補完する。従って、最終的な測定位置 x は、次のように決めるのがよい。

$$x = \frac{\frac{1}{\sigma_{x(R_L)}^2} \cdot x(R_L) + \frac{1}{\sigma_{x(R_R)}^2} \cdot x(R_R)}{\frac{1}{\sigma_{x(R_L)}^2} + \frac{1}{\sigma_{x(R_R)}^2}}. \quad (3.2)$$

この方法を、電荷比法と呼ぶことにする。

電荷重心法と電荷比法の分解能を比較してみよう。電荷比法では、前述の通り、中央パッドの両端で分解能が上がる。一方、電荷重心法では、中央パッドの一方の端に電子クラスターが到達すると、もう一方の端の隣のパッドの誘起電荷量が極端に下がり、S/N 比が悪化する。従って、電荷重心法では、中央パッドの中央で分解能が上がることになる。したがって、これら2種類の解析法は、互いに相補することになる。

平行紫外線ビーム使用時における、2nd. pulse への影響に関する考察

結果の考察に入る前に、平行紫外線ビーム使用時に懸念される問題の確認をしておく必要がある。まず、簡単に、ビームを1本入射したとき、どのようにカソードパッドに電荷が誘起されるかを考える。

一般に、誘起電荷の分布は、電子クラスターの到達位置だけではなく、電子クラスターが生成した電子なだれの形状にも左右される。電子なだれの形状は、種となる電子クラスターの形状に左右され、電子クラ

スターの形状は、ガスや平行電場の大きさに依存する拡散係数に影響される。また、特に、センスワイヤー近傍の電場が使用しているガスのストリーマーモード領域に差し掛かっている場合には、ワイヤーの表面電場が電子なだれの形に影響を与える。

これらのパラメータの測定結果への影響を見るために、本研究では以下のパラメータを変更しつつキャリブレーションの測定を繰り返し、ビームが1本の場合に、我々の実験の範囲では測定結果に影響を及ぼさないことを確かめた。

1. ドリフト電場の大きさ
2. CO₂/isobutane ガスの混合比
3. センスワイヤーの印加電圧

実際の測定は2本のビームを同時に使用するので、実際にはビーム2本の場合に想定しうる誤差について考えなければならない。ビームが2本の場合には、ビーム1本の場合の上記のパラメータに加えて、センスワイヤーから遠い2番目のビームからの電子クラスターが作る電子なだれの形に、何に影響を与えるかを考える必要がある。2番目の電子クラスターがセンスワイヤーに到達したときには、1番目の電子クラスターが生成した電子なだれの残骸（ガスが電離されて陽イオンになったもの）が残っている可能性が考えられる。これを、空間電荷と呼ぶ。空間電荷は、次のような形で2番目の電子クラスターに影響を与え得ると考えられる。

1. 2番目の電子クラスターの形そのものを変える
2. 2番目の電子クラスターの進路を曲げる

このうち、1番目の可能性は、1番目のクラスターのキャリブレーションカーブと2番目のクラスターのキャリブレーションカーブを比較し、全く差がないことから除外することができる¹¹。

2番目の可能性を除外するためには、もう一つ実験を行わなければならない。本実験では、磁場0Tの状況下でチェンバーに2本のビームを入射し、そのうちの最初に届く1本のビーム強度を少しずつ落としながら Δx を測定した。その結果、1番目のビーム強度は Δx に影響を与えず、2本のビームがドリフト方向に2 cm 離れている本実験のセットアップでは、ビームを2本同時に入射したことによる影響を考慮しなくてよいことが明らかになった。

3.3.2 結果

以上のように測定した Δz と Δx を用いて、CO₂/isobutane ガスの混合比別にローレンツ角を計算した。図 3.13-(a), -(b), -(c) は、ローレンツ角を電場の関数として、混合比(85 : 15), (90 : 10), (95 : 5)について図にしたものである¹。数値の一覧は、表 3.1 に記載した。

¹¹このことを明言するためには、両者が全く同じカソードパッドを用いて測定される本研究のようなセットアップを行う必要がある。測定器、使用されるDAQ全てが同じであり、かつ1ビームの時にはビームの入射位置以外に解析結果に影響を与えるものがないと確認できたため言えることである。

¹ローレンツ角は磁場 $B = 0$ で当然0にならなくてはならない。 Δx は2つの電子クラスターの到達位置の差であるから、入射ビームが若干電場方向と傾いていた場合には、磁場 $B = 0$ においても Δx にならず、ローレンツ角が0にならないように見える。勿論このときには、 Δz には入射ビーム間の距離ではなく、入射ビーム間の電場方向の距離を用いるべきである。

この結果は、磁場 $B = 0$ の場合のローレンツ角の平均をガス混合比ごとに計算し、その値をオフセットとして全体を平行移動させている。

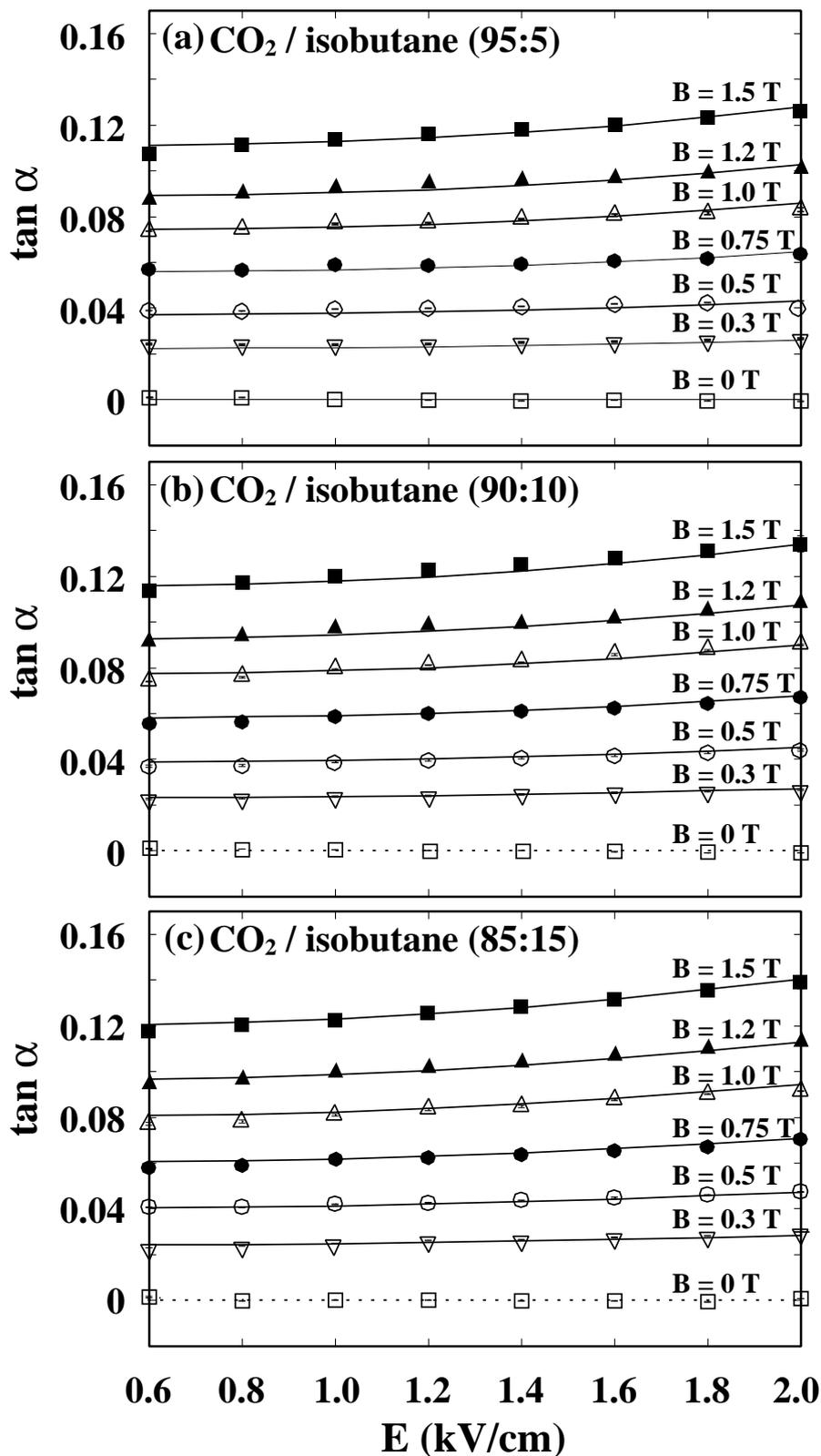


Figure 3.13: CO₂/isobutane 混合ガス (a) (95:5), (b) (90:10), (c) (85:15) におけるローレンツ角 (α) の正接 ($\tan \alpha$) と電場の関係。実線は GARFIELD/MAGBOLTZ による計算値。

CO ₂ /isobutane (85:15)		CO ₂ /isobutane (90:10)		CO ₂ /isobutane (95:05)	
E(kV/cm)	tan α	E(kV/cm)	tan α	E(kV/cm)	tan α
B = 0.3 T					
0.6	$(2.29 \pm 0.02) \times 10^{-2}$	0.6	$(2.25 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	0.6	$(2.43 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
0.8	$(2.39 \pm 0.03) \times 10^{-2}$	0.8	$(2.30 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	0.8	$(2.38 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.0	$(2.48 \pm 0.03) \times 10^{-2}$	1.0	$(2.35 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	1.0	$(2.39 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.2	$(2.61 \pm 0.03) \times 10^{-2}$	1.2	$(2.39 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	1.2	$(2.44 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.4	$(2.65 \pm 0.03) \times 10^{-2}$	1.4	$(2.47 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	1.4	$(2.49 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.6	$(2.73 \pm 0.03) \times 10^{-2}$	1.6	$(2.53 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	1.6	$(2.54 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.8	$(2.82 \pm 0.03) \times 10^{-2}$	1.8	$(2.58 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	1.8	$(2.60 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
2.0	$(2.96 \pm 0.03) \times 10^{-2}$	2.0	$(2.67 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	2.0	$(2.66 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
B = 0.5 T					
0.6	$(4.05 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	0.6	$(3.69 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	0.6	$(3.89 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
0.8	$(4.07 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	0.8	$(3.74 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	0.8	$(3.89 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.0	$(4.20 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	1.0	$(3.88 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.0	$(3.97 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.2	$(4.27 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	1.2	$(3.97 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.2	$(3.99 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.4	$(4.36 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	1.4	$(4.07 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.4	$(4.08 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.6	$(4.49 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	1.6	$(4.18 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.6	$(4.17 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
1.8	$(4.61 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	1.8	$(4.29 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.8	$(4.26 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
2.0	$(4.75 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	2.0	$(4.41 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	2.0	$(4.31 \pm 0.04) \times 10^{-2}$
B = 0.75 T					
0.6	$(5.80 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	0.6	$(5.56 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	0.6	$(5.73 \pm 0.06) \times 10^{-2}$
0.8	$(5.90 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	0.8	$(5.67 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	0.8	$(5.69 \pm 0.06) \times 10^{-2}$
1.0	$(6.14 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.0	$(5.87 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.0	$(5.90 \pm 0.06) \times 10^{-2}$
1.2	$(6.23 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.2	$(6.01 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.2	$(5.87 \pm 0.06) \times 10^{-2}$
1.4	$(6.36 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	1.4	$(6.10 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	1.4	$(5.96 \pm 0.06) \times 10^{-2}$
1.6	$(6.53 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	1.6	$(6.24 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	1.6	$(6.04 \pm 0.06) \times 10^{-2}$
1.8	$(6.72 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	1.8	$(6.45 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	1.8	$(6.19 \pm 0.07) \times 10^{-2}$
2.0	$(7.04 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	2.0	$(6.71 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	2.0	$(6.38 \pm 0.07) \times 10^{-2}$
B = 1.0 T					
0.6	$(7.72 \pm 0.09) \times 10^{-2}$	0.6	$(7.40 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	0.6	$(7.36 \pm 0.08) \times 10^{-2}$
0.8	$(7.81 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	0.8	$(7.58 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	0.8	$(7.45 \pm 0.08) \times 10^{-2}$
1.0	$(8.10 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.0	$(7.94 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	1.0	$(7.67 \pm 0.08) \times 10^{-2}$
1.2	$(8.34 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.2	$(8.11 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	1.2	$(7.73 \pm 0.08) \times 10^{-2}$
1.4	$(8.49 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.4	$(8.25 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	1.4	$(7.88 \pm 0.09) \times 10^{-2}$
1.6	$(8.75 \pm 0.09) \times 10^{-2}$	1.6	$(8.57 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.6	$(8.07 \pm 0.09) \times 10^{-2}$
1.8	$(9.02 \pm 0.09) \times 10^{-2}$	1.8	$(8.77 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.8	$(8.14 \pm 0.11) \times 10^{-2}$
2.0	$(9.15 \pm 0.09) \times 10^{-2}$	2.0	$(8.99 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	2.0	$(8.30 \pm 0.11) \times 10^{-2}$
B = 1.2 T					
0.6	$(9.41 \pm 0.09) \times 10^{-2}$	0.6	$(9.18 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	0.6	$(8.76 \pm 0.09) \times 10^{-2}$
0.8	$(9.65 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	0.8	$(9.38 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	0.8	$(9.04 \pm 0.09) \times 10^{-2}$
1.0	$(9.95 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.0	$(9.70 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.0	$(9.28 \pm 0.09) \times 10^{-2}$
1.2	$(1.01 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	1.2	$(9.85 \pm 0.10) \times 10^{-2}$	1.2	$(9.45 \pm 0.09) \times 10^{-2}$
1.4	$(1.04 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	1.4	$(9.91 \pm 0.11) \times 10^{-2}$	1.4	$(9.61 \pm 0.10) \times 10^{-2}$
1.6	$(1.07 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	1.6	$(1.02 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	1.6	$(9.71 \pm 0.10) \times 10^{-2}$
1.8	$(1.10 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	1.8	$(1.05 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	1.8	$(9.91 \pm 0.10) \times 10^{-2}$
2.0	$(1.13 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	2.0	$(1.08 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	2.0	$(1.01 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
B = 1.5 T					
0.6	$(1.18 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	0.6	$(1.14 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	0.6	$(1.08 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
0.8	$(1.20 \pm 0.01) \times 10^{-1}$	0.8	$(1.17 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	0.8	$(1.12 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
1.0	$(1.22 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.0	$(1.20 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.0	$(1.14 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
1.2	$(1.25 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.2	$(1.23 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.2	$(1.17 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
1.4	$(1.28 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.4	$(1.25 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.4	$(1.19 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
1.6	$(1.32 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.6	$(1.28 \pm 0.03) \times 10^{-1}$	1.6	$(1.21 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
1.8	$(1.35 \pm 0.02) \times 10^{-1}$	1.8	$(1.31 \pm 0.03) \times 10^{-1}$	1.8	$(1.23 \pm 0.01) \times 10^{-1}$
2.0	$(1.39 \pm 0.03) \times 10^{-1}$	2.0	$(1.34 \pm 0.04) \times 10^{-1}$	2.0	$(1.26 \pm 0.02) \times 10^{-1}$

Table 3.1: tan α のデータ

誤差には、系統誤差と統計誤差の双方を含む。我々の実験システムによるワイヤー方向の一般的な位置分解能は $\sigma_{\Delta x} = 40 \mu\text{m}$ であるので、統計誤差の方はほとんどの測定点において無視出来る。従って、系統誤差の原因となり得る要因を考えると、

1. ガスの温度と気圧の変動
十分小さく、無視出来る値である。
2. 2本のレーザービーム間の距離の測定誤差
光学的に測定した場合には $250 \mu\text{m}$ 以内におさまっており、更にこれらの磁場 0 T のときのドリフト時間の差から、無視出来る値であることを確認。
3. 光学系とチェンバーの位置のアライメント誤差
 Δz をドリフト時間の差から求めることにより、正確にイオン化が起きた場所の電場方向の距離を測っていることになるため、無視できる。
4. 電場の安定性
GARFIELD で 1% 以内の変動におさまっていることを確認。更に、チェンバーの 11 枚の銅板にも正しく電圧がかかっていることを確認した。
5. 磁場の安定性
実測で 1% 以内であることを確認。
6. 測定した電荷量から位置への変換で混入する誤差
従って、この誤差が全体の誤差にもっとも大きく影響すると考えられる。

この節の始めに議論したように、カソードパッドの電荷量を位置の情報に置き直す方法は、電荷重心法と電荷比法の2種類がある。この2種類の方法では、感度の良い場所が異なっており、一般に電荷比法がパッドの境界でもっとも良い感度を示すのに対し、重心法ではパッドの中心でもっとも高感度になる。今回の解析に際し、この2種類の方法を両方試した結果、誤差の範囲内ではあるが、若干の差がみられた。これら2種類の方法は互いに高感度の領域を相補するものであり、これらのうちの一方を最終的な結果とする明確な理由がない。そこで、最終結果にはこれら両者の平均をとり、両者の値の差の半分を系統誤差に加えた。

図 3.13-(a), -(b), -(c) の実曲線は、GARFIELD6(MAGBOLTZ-1、version1.16 を使用) による計算値である。本実験の結果は、GARFIELD6 の計算結果とよい一致を見せている¹²。

¹²GARFIELD には、MAGBOLTZ-1 を使用した GARFIELD6 と MAGBOLTZ-2 を使用した GARFIELD7 が存在する。MAGBOLTZ-1 が解析的な計算によりガス中の電子のドリフトシミュレーションを行うのに対し、MAGBOLTZ-2 はモンテカルロシミュレーションを行っており、本実験で要求される精度で信頼出来る値を得るにはかなりの時間がかかる。

MAGBOLTZ-1 を使用するにあたって注意すべき点は、解析計算に速度分布のルジャンドル展開の低次の $2 \sim 3$ 項のみを用いているため、ドリフト電子の速度分布がマクスウェル分布からはずれ、速度分布の軸対称性が失われると精度が悪くなる点である [22]。しかし本実験のように CO_2 ベースのガスをクールガスとして低電場で用いる場合には、上記の精度悪化の条件に合致しないと判断して MAGBOLTZ-1 を使用した。また念の為、いくつかの測定点については MAGBOLTZ-2 でも十分な精度で計算を行い、実際に MAGBOLTZ-1 の結果と一致することを確認した。

3.4 考察

3.4.1 電子の磁気偏向係数 ψ

測定したローレンツ角のデータと、ドリフト速度の測定値を用い、電子の磁気偏向係数 (ψ) を計算した。図 3.14 は、 ψ を $\text{CO}_2/\text{isobutane}(90:10)$ 混合ガス $B = 1.5 \text{ T}$ で電場の関数として表したものである。計算に使用した磁場 $B = 0 \text{ T}$ のドリフト速度 (v_D^0) は、図 3.15 の通りである。また、実測値を表 3.2 に示す。

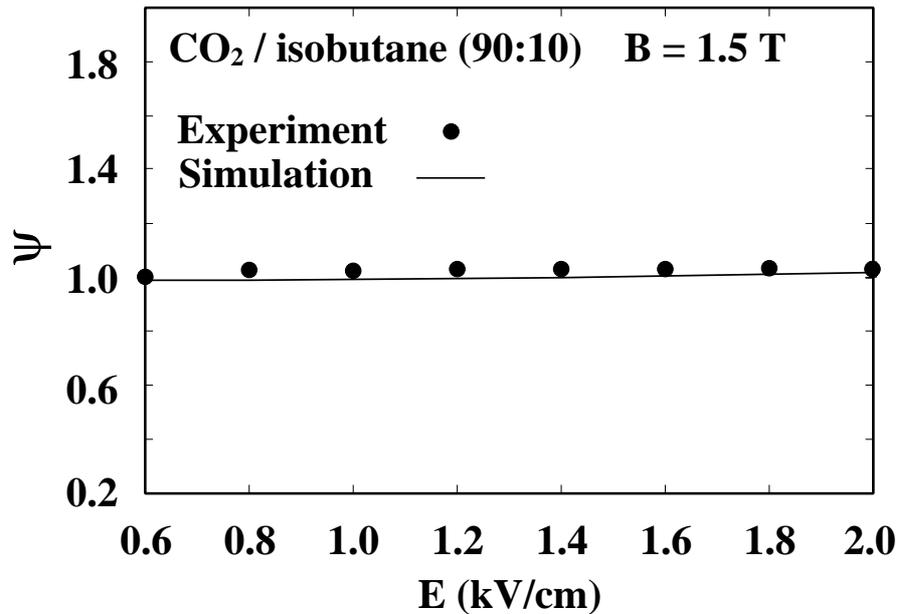
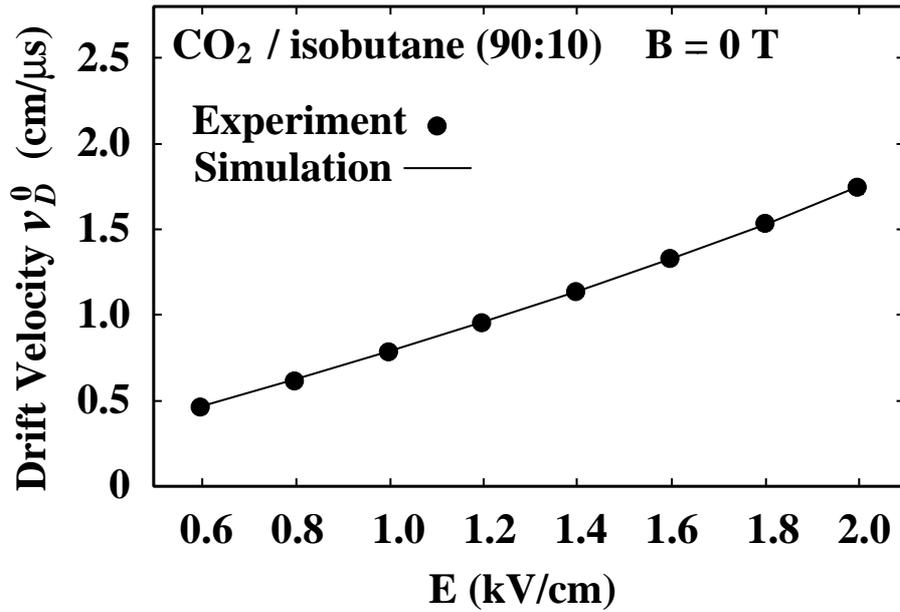


Figure 3.14: ψ を $\text{CO}_2/\text{isobutane}(90:10)$ 混合ガス $B = 1.5 \text{ T}$ における電子の磁気偏向係数 (ψ)

E (kV/cm)	v_D^0 (cm/ μs)
0.6	0.453 ± 0.002
0.8	0.607 ± 0.001
1.0	0.780 ± 0.001
1.2	0.950 ± 0.001
1.4	1.132 ± 0.001
1.6	1.323 ± 0.001
1.8	1.524 ± 0.004
2.0	1.735 ± 0.004

Table 3.2: $B = 0 \text{ T}$ の $\text{CO}_2/\text{isobutane}(90:10)$ ガスにおけるドリフト速度のデータ

図 3.14 にも示されている通り、 ψ の値は、測定したガス混合比、測定電場、測定磁場の全領域に渡って、 $\pm 5\%$ 以内で一定値を示した。ローレンツ角のガス混合比依存は図 3.16 に示す通りであり、イソブタンの混合比が上がるにつれローレンツ角が増加する度合いは、ドリフト速度がイソブタンの混合比が上がるにつれ増加する度合いと丁度一致している。これは、すなわち式 3.15 の ψ が 1 であることを示している。そこ

Figure 3.15: $B = 0\text{T}$ の $\text{CO}_2/\text{isobutane}(90:10)$ ガスにおけるドリフト速度

で、何故 $\text{CO}_2/\text{isobutane}(90:10)$ ガスについては、このように ψ が一定値を取るのかを考察した。

第 3.1.1 節で述べた通り、 $\psi = 1$ というのは、ドリフト電子が受ける力を簡略化したモデルにおいては、クールガスの場合に限り数学的にも予言される値である。この簡略化モデルというのは、電子がガス分子から受ける力の平均が、ドリフト速度 (3.2 式) の方向と正反対を向く、という仮定と、 τ で表される電子の分子との衝突間の平均時間が磁場に依存しない、という仮定に基づいていた。

しかし、一般には、電子が分子から受ける反跳力 (単位時間あたりの運動量変化) は、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_{\text{coll}} \rangle &\equiv m \langle \mathbf{A}(t) \rangle = - \int \nu_m(v) m \mathbf{v} f(v) dv \\ &\simeq -m \nu_m(v_0) \int \mathbf{v} f(v) dv - m \left. \frac{d\nu_m}{dv} \right|_{v=v_0} \int (v - v_0) \mathbf{v} f(v) dv, \end{aligned} \quad (3.1)$$

ここで、 ν_m は、速度 $|v|$ を持つ電子についての単位時間あたりの衝突頻度と運動量変化の割合の積 (momentum transfer collision frequency) であり、¹ $f(v)$ は、電子の (規格化された) 速度分布関数、 v_0 は $|v|$ の適切な展開点である。3.1 式の右辺第 1 項は、電子の速度平均であるから、その方向はドリフト速度の向きに等しい。第 2 項に関しては、 $(v - v_0)$ の項があるため、 ν_m が $|v|$ に依存しない場合や、 $f(v)$ がドリフト速度方向に対し軸対称性を持っている場合²を除き、必ずしもドリフト速度の向きに等しいとは限らない。更に、磁場は電子のエネルギー分布を変えてしまうので、 v_0 が変わり τ ($\simeq 1/\nu_m(v_0)$) も磁場に依存する。従って、一般には、 ψ は一定値をとらないと考えられる。

¹momentum transfer collision frequency は、次の式で表される。

$$\begin{aligned} \nu_m(|v|) &\equiv N|v| \int (1 - \cos \theta) d\sigma \\ &= N|v| \sigma (1 - \overline{\cos \theta}), \end{aligned}$$

ここで、 N はガス分子の密度、 $d\sigma$ は速度 $|v|$ を持つ電子が角度 θ だけ散乱される微分断面積である。

²たとえば磁場がない場合。実際には、 ν_m が一定の場合には、磁場が存在しても電子の速度はドリフト方向に対し軸対称性を持つ。

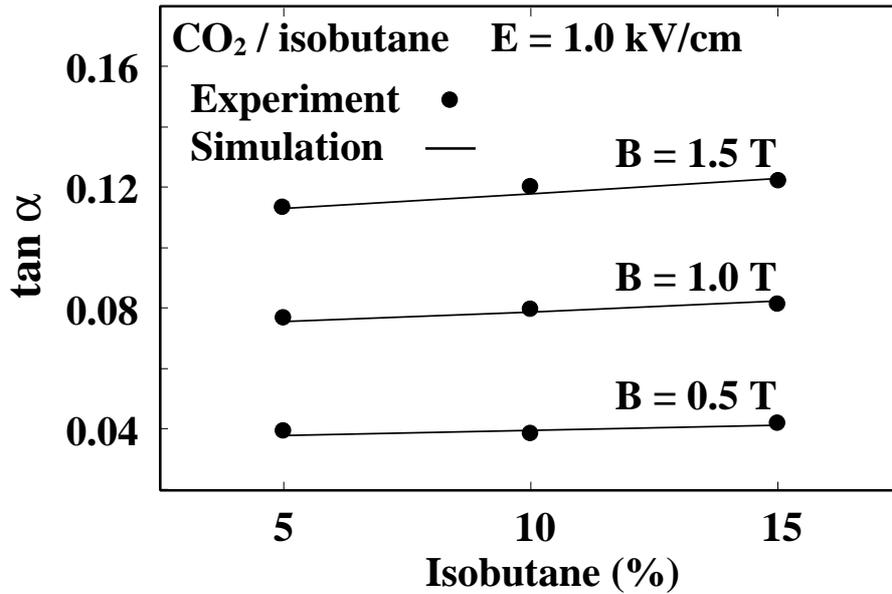


Figure 3.16: 電場 1.0 kV/cm における CO₂/isobutane(90:10) ガスの isobutane の混合比と $\tan \alpha$ の依存。実線は GARFIELD/MAGBOLTZ の計算結果である。

そこで、3.1.1 節の簡略化されたモデルを、 v_D に垂直な成分 ($\langle F_{\text{coll}} \rangle_{\perp}$) の項を 3.3 式に付け加えることで、もう少し現実に近付けて考えてみる。また、 τ もガス分子の密度を N として、 E/N と B/N に依存すると考える。すると、 $\langle F_{\text{coll}} \rangle_{\perp}$ の項は、電子の電荷と $v_D \times B$ の積に比例し、その比例係数を K と置くと、 $-eK v_D \times B$ と書ける。この項は E/N と B/N に依存する。従って、3.14 式に表される関係は、次のように修正される。

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= (1 + K) \frac{eB}{m} \tau \\ &= (1 + K) \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right) \left(\frac{B}{E} \right) v_D^0, \end{aligned} \quad (3.2)$$

ここで、 $\tau = \tau(E/N, B/N)$ かつ $\tau_0 = \tau(E/N, 0)$ である。従って、電子の磁気偏向係数は、次のように定義される。

$$\psi = (1 + K) \frac{\tau}{\tau_0}. \quad (3.3)$$

ここで、 K は殆どの場合において正である。ゆえに、 $\langle F_{\text{coll}} \rangle_{\perp}$ の項は、3.3 式の磁場 B を強く見せる。この効果は、磁場が小さい場合 ($\tau/\tau_0 \simeq 1$ の場合) にも残るので、 ψ は $B = 0\text{T}$ の極限でも 1 より大きくなり得る³。

本実験で測定した混合ガス及び電場の範囲では、電子の速度分布が近似的にマクスウェル分布であると見なせ、また、 ν_m が分布の範囲で一定であると見なせる [25]。このような状況下では、3.1 式の右辺第 2 項から、 K に対する次の近似式が得られる。

$$K \sim \cos^2 \alpha \left(\frac{\nu'_m(v_0)}{\nu_m(v_0)} \right)^2 \langle (\Delta v)^2 \rangle \quad (3.4)$$

³電子が電場に対し斜めにドリフトすることによる実効電場の減少を考慮すると、電子の速度分布のマクスウェル分布からのずれが減少するので、 K 及び τ の B/N 依存性、従って ψ の B/N 依存性も小さくなると考えられる [23]。

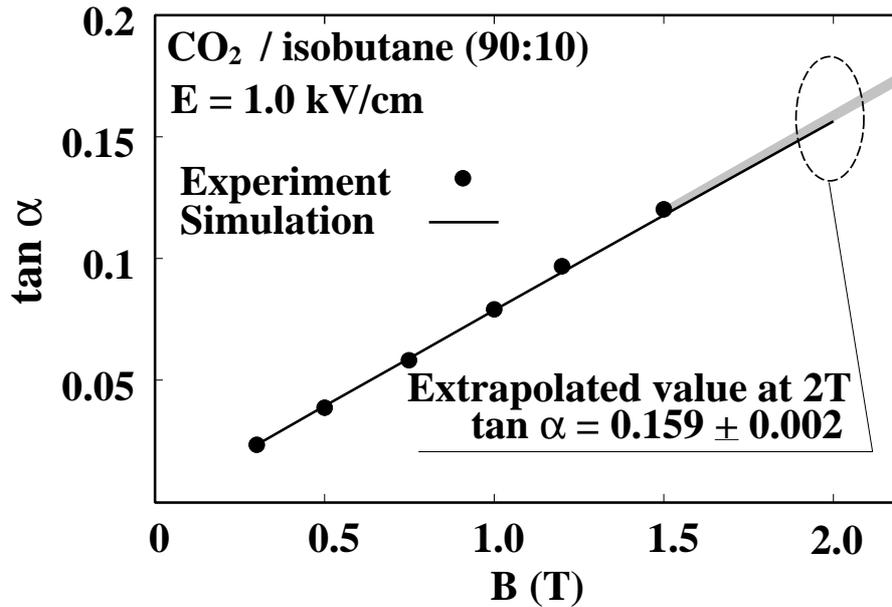


Figure 3.17: CO₂/isobutane(90:10) 混合ガスの電場 $E = 1.0$ kV/cm における $\tan \alpha$ と磁場の関係。 $B = 1.5$ T 以上の灰色の部分は、直線外挿から $1-\sigma$ の範囲を示す。実線は GARFIELD/MAGBOLTZ による計算値。

ただし、 $\langle (\Delta v)^2 \rangle \equiv \int (v - v_0)^2 f_0(v) dv$ であり、また、 $\nu'_m(v_0) \equiv \frac{d\nu_m}{dv} \Big|_{v=v_0}$ かつ $f_0(v) \equiv \int v^2 f(v) d\Omega$ である。 K は確かに正であり、 $\nu_m(v_0)$ が大きく、 $\nu'_m(v_0)$ が小さいことと電子のエネルギー分布の幅が狭いことから、1 よりも十分小さいと見積もられる。更に、磁場による電子のエネルギー分布の変化が少ないため、 τ と $\langle (\Delta v)^2 \rangle$ の磁場依存も少ない。これらのことから、本実験の場合、 ψ は 1 に近付くと考えられる。

ここでの議論は、電場が比較的低い場合にのみ正当化される。実際、電場が高い場合には、アルゴンベースの混合ガスの場合のように、 ψ が 1 からずれることは十分考えられる [23][24]。

3.4.2 より高い磁場への外挿

この章の始めにも述べた通り、JLC は磁場 2T もしくは 3T における稼働が予想されている。前節の考察により、CO₂/isobutane(90:10) 混合ガスにおいては、いわゆる cool gas の領域で使用する限り、 $\psi = 1$ となり、3.1.1 節で示した理論式が使用できるため、磁場に対してほぼ直線的にローレンツ角も増加すると考えられる。

そこで、磁場 2T における電場 1 kV/cm のときのローレンツ角を外挿により計算した。結果を図 3.17 に示す。 $\tan \alpha$ の値は、 0.159 ± 0.002 である。灰色の部分は、 $1-\sigma$ の外挿誤差を示す。

この値は、3 で示した GARFIELD の計算値とよく合っており、GARFIELD の計算に基づくセルの設計が適切であったことを示している。

そこで、次章より、このセル設計をもとにしたモンテカルロシミュレータの詳細を述べることにする。

Chapter 4

モンテカルロシミュレータの作成

概要

この章では、本論文の最も大きな主題であるフルシミュレータの開発について述べる。まず、高エネルギー実験で用いられるシミュレータの種類と役割について触れたあと、新たに作成するフルシミュレータに要求される特性を挙げる。続く節では、CDCのステレオレイヤーを実装するために必要な、Geant4[4]の枠組みの中で稼働するステレオミニジェットセル用ジオメトリプログラムの開発と、その動作テストの結果について述べる。4.3節では、JLC検出器グループが合同で使えるGeant4をベースにしたフルシミュレーションフレームワークである「JUPITER」の開発について、その構造と特長を交えながら概説する。更に4.4節では、JUPITERの出力結果を解析するイベント再構成プログラム「URANUS」と、これを継承して作成したイベント再構成シミュレータ「Satellites」について、両者の関係も交えながら構造を概説する。最後の節では、これらのシミュレータを用いてJLC-CDCの近接飛跡分離能に関するシミュレーションを行い、近接飛跡分離能が3TデザインのJLC-CDC単独の運動量分解能に及ぼす影響と、飛跡検出器全体での運動量分解能の見積もりを行う。

4.1 モンテカルロシミュレータの概要

4.1.1 役割と構造

モンテカルロシミュレーションは、高エネルギー物理実験に於いてもっとも基本的な部分を構成する。JLCのような大プロジェクトでは、まず始めに、目標とする重要な物理を明らかにしなければならない。このターゲットが決まると、次はビームエネルギー、ルミノシティ、バックグラウンドなどのマシンパラメータの設定、さらにそれを受けて、運動量分解能、飛跡再構成の精度、エネルギー分解能、粒子同定の精度など、検出器のパラメータの設定が行われる。これらの全てが、モンテカルロシミュレータの最初の仕事である。こうして得られたパラメータは、数々のR&Dを経て、最終的にはTDR(Technical Design Report)に統合される。モンテカルロシミュレータは、非常に大雑把なパラメータを決める解析的な数式を除けば、プロジェクトの重要な3つの根幹である物理、加速器、検出器のパラメータを相関づける唯一の手段であり、それゆえに、十分な計算速度と精度をもって、リニアコライダ実験の特性をシミュレートできるものでなくてはならない。

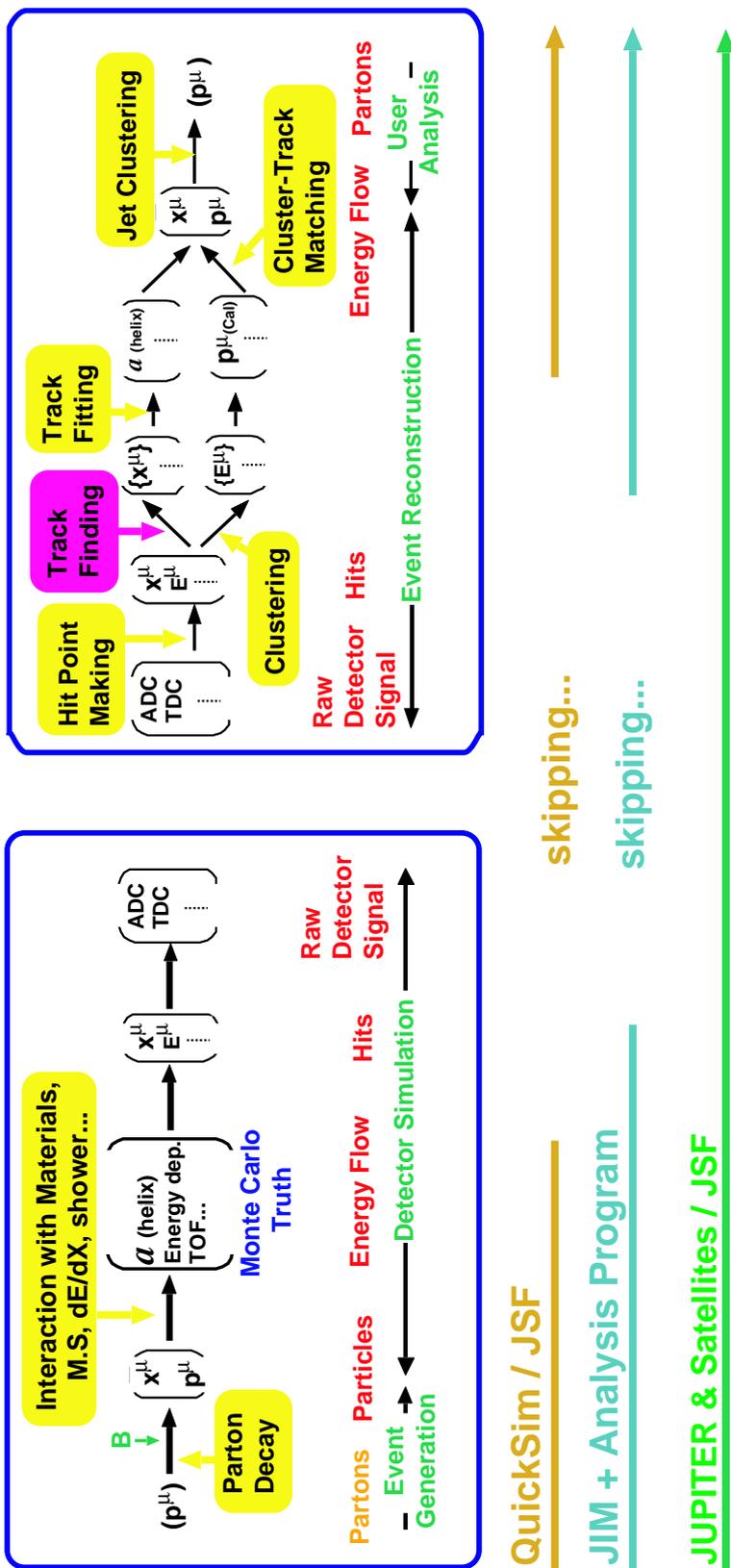


Figure 4.1: モンテカルロシミュレーションの流れ

モンテカルロシミュレータの構造を図 4.1 に示す。まずはじめに、ビーム相互作用と Initial State Radiation を経て生成されるパートン (4 元運動量で表される) からスタートする。パートンはすぐにシャワー、ハドロン化、崩壊などを起こし、最終的には安定粒子になる。これを 2 つの 4 元ベクトルで表す。これらの粒子は、検出器の中を、検出器中の様々な物質と相互作用しながら走って行く。このとき粒子は、飛跡検出器中では (荷電粒子であれば) 通常 Helix のパラメータで表される螺旋を描き、ヒットの形で飛跡を残す。カロリメータの中では、それぞれ粒子の特性に従ってエネルギークラスターの形でシャワーの痕跡を残す。更に、必要であれば、これらのヒットやクラスターを ADC や TDC の信号の形に変換することもできる。

ところで、この全く逆を辿ることが可能であることは、明らかであろう。この逆の過程は、ADC や TDC の信号から始まって、最終的にはビーム衝突点で反応が起こった直後のパートンにまで戻っていく。これが、イベント再構成と解析の作業である。飛跡検出器の場合には、まず ADC と TDC のデータから、検出器のどこを粒子が通ったかについての情報 (ヒット点) を作成する。次に、どのヒット点在同一の粒子から作られたものかについてのグループ分けを行い (トラックファインディング)、更に、グループ分けした点の集合をフィッティングして Helix パラメータに変換する (トラックフィッティング)。同様にして、カロリメータでも個々のタワーの信号からもクラスターを再構成する (クラスタリング)。このようにして再構成された飛跡とクラスターを対応させ、ビーム衝突点から放射されたエネルギーの流れの分解能を向上してから、再び 2 組の 4 元ベクトルで粒子の初期状態を表す。このような粒子の情報を多数集めて、ジェットの再構成を行い、最終的にはもとの 4 元運動量で表されるパートン再構成を目指す。

以上が、実験を、可能な限り忠実にモンテカルロシミュレーションに焼き直したときの手順である。このようなシミュレーションをフルシミュレーションと呼ぶ。しかし、シミュレータの使命はただ実験を忠実に再現することだけではない。このように計算機技術が発展した現在でさえ、コンピュータが 1 つのイベントを生成する速度は自然のそれに敵うべくもないが、それでもいくつかの過程を省略することによって、若干シミュレーション時間を早くすることが出来る。このとき、どの部分を省略するかによって、シミュレーションのレベルを変えることが出来る。JLC では、図 4.1 の下部に示した通り、シミュレーションレベルによって、クイックシミュレータ、JIM[3]、そして本論文の 2 つ目の主題である JUPITER&Satellites のシミュレータが存在する。次の節では、これらのうち特にクイックシミュレータと残り 2 種との違い、それぞれに課せられた役割などについて概説する。

4.1.2 検出器シミュレータの種類

クイックシミュレータ

クイックシミュレータとは、文字どおり、計算時間の短いシミュレータである。短い時間で統計を多くためる必要のある物理解析や、加速器や測定器の基本パラメータの設定等、パラメータをふりながらおおまかなデザインの設定を行うときなどに用いられる。クイックシミュレータが早いのは、図 4.1 に示したとおり、測定器に関するシミュレーションの多くをスキップしているからであるが、そのときにスキップした場所で混入し得るエラーをどのように組み込むかによって、2 通りのアプローチが存在する。ここでは、そのいずれも、Helix パラメータ以降のシミュレーションを行わないものとし、それら二つの特徴と役割について、主に飛跡最高性能部分を例に述べる。

まず第 1 は、Helix パラメータを、誤差行列を用いてほかす方法である。Helix までしか作らないシミュレータでも、全体で測定点がいくつになるか、1 点あたりの位置分解能がどれくらいあるか、等の情報があ

れば、解析的な式によって、ヒットからトラックを再構成したときにどのくらいの統計誤差が混入するかを計算できる¹。Helix の5つのパラメータ（通常 $d_\rho, \phi_o, \kappa, d_z, \tan \lambda$ で表される）をベクトル \mathbf{a} で表し、その誤差行列を E_a で表すことにする。測定における χ^2 は、

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{a}^T \cdot E_a^{-1} \cdot \Delta \mathbf{a}. \quad (4.1)$$

で表せるが、式の対称性から、 E_a は対角化できる。これを E_b と表す。

$$E_b^{-1} = O^T \cdot E_a \cdot O = \begin{pmatrix} 1/\sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\sigma_n^2 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

これを用いれば、 χ^2 は、

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{b}^T \cdot E_b^{-1} \cdot \Delta \mathbf{b}, \quad (4.3)$$

となる。ここで、 $\Delta \mathbf{b}$ は、

$$\Delta \mathbf{b} = O^T \cdot \Delta \mathbf{a}. \quad (4.4)$$

である。

ところで、 $\Delta \mathbf{b}$ の成分は互いに独立であるから、これらの成分は独立にガウス関数で振ることができて、

$$\Delta b_i = \sigma_i \cdot (\text{Gaussian random number with unit width}) \quad (4.5)$$

と書ける。4.4 式と 4.5 式から、 $\Delta \mathbf{a}$ が計算できる。したがって、Helix パラメータは $\Delta \mathbf{a}$ を用いて次のようにぼかすことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{a}_{\text{true}} + \Delta \mathbf{a} \\ &= \mathbf{a}_{\text{true}} + O \cdot \Delta \mathbf{b} \end{aligned} \quad (4.6)$$

注目すべきは、このようにパラメトライズすることによって、 \mathbf{a} の成分同士の相関を考慮することが出来る点である。

この方法は、検出器の基本パラメータ（CDC の内筒、外筒の大きさ、1 測定点あたりの位置分解能など）が分かっているならば、誤差行列を計算するだけでトラックの誤差を見積もることが出来るので、逆にこれらの基本パラメータを変化させたときに、どれだけトラックの精度が変化するかを見積もる作業に適している。したがって、検出器の基本仕様を設定する際に用いられることが多い。

第2の方法は、Helix パラメータをぼかす作業を、もう少し経験的手法によって行うものである。Helix パラメータを振る部分に、解析的な式から見積もった誤差ではなく、フルシミュレータによって見積もられた誤差を代入する。フルシミュレータでは、統計誤差だけでなく、トラックファインディング、トラックフィッティングの際に混入する誤差も見積もることができるので、このとき代入される誤差の値は、統計誤差と系統誤差、アルゴリズムからくる誤差を全て合わせた値である。第1の方法が一般に検出器の性能を良く見積もりすぎであるのに対し、この第2の方法ではより実験に近い形の誤差が考慮されている上、フルシミュレータよりは計算速度が圧倒的に早いことから、主に物理計算ではこの第2の方法がとられる。

¹したがって、この方法では、統計誤差以外の誤差がトラックの再構成に及ぼす影響を見積もることはできない。

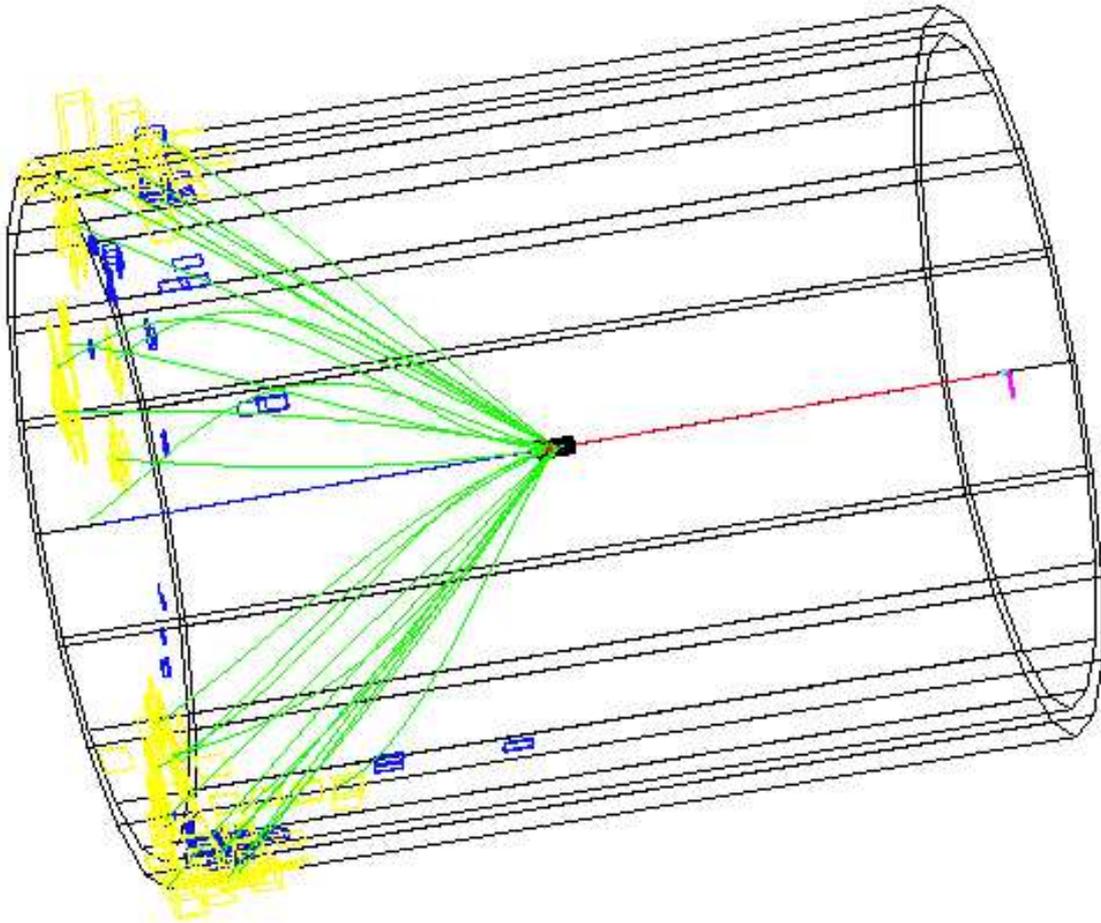


Figure 4.2: $e^+e^- \rightarrow ZH$ の 2 jet event. ヒッグスが 2 つの b クォークに、Z が 2 つのニュートリノに崩壊した場合。

JLC のクイックシミュレータは、この両者の折衷案ともいべき形をしており、基本的には第 1 の方法により誤差を計算するが、その誤差に後からより実際的な誤差を加えることができるようになっている。次節に述べるフルシミュレータからの誤差を適切に加味すれば、第 2 の方法で作られたシミュレータと同じ性能を発揮することができる。図 4.2 に、JLC のクイックシミュレータによる $e^+e^- \rightarrow ZH$ (重心系 350GeV) の Event Display を示す。

フルシミュレータ

クイックシミュレータが検出器の基本仕様を設定したり、物理計算を行う際に用いられるのに対し、フルシミュレータの使命はほとんど検出器の具体的な開発と、実際の実験における誤差の見積りに集中している。まず、フルシミュレータは、検出器の全ての物質 (構造) を、可能な限り実物に近い形でインストールしたものでなければならない。これによって、次の 3 つの特性が顕著になる。

1. 粒子と物質との多重散乱による誤差を正確に見積もることができる。

2. 検出の方法によって検出効率が落ちる部分の影響が、検出器全体に及ぼす影響を見積もることができ、具体的な検出器の構造やパラメータについての研究が可能になる。
3. 実際の信号検出の手続きを踏んでおり、実際の信号とほとんど同じ形のシミュレーションアウトプットが得られるため、イベント再構成のアルゴリズム開発が可能になる。

まず 1. は、クイックシミュレータの不足を補う意味で重要である。クイックシミュレータにも多重散乱の効果は入っているが、前述の通り Helix パラメータに対しぼかしを入れる、といった手法なので、物質の違い（例えば CDC の内筒と内側のガスなど）によって局部的に多重散乱が大きくなったりする効果は見積もることができない。したがって、検出に関係のない部分も、物質のあるところは全てインストールすることが重要である。

2. は、例えば CDC のセルにおける位置分解能の位置依存性などをあらかじめテスト実験で求めておき、この値をフルシミュレータに代入することによって、CDC 全体でどのくらいの分解能が得られるかについての情報が得られるという意味である。重要なことは、この解は一通りではなく、セルの配置によって変わり得るということである。巨大な検出器全体について、もっともよい運動量分解能が得られるセルの配置を試行錯誤できる場合は、フルシミュレータをにおいて他にはない。

3. は、イベントを再構成する際に混入する誤差を見積もり、イベント再構成のアルゴリズムを発展させる意味で非常に重要である。多重散乱による誤差が、物質と粒子の相互作用に起因する検出アルゴリズムに無関係の誤差であるとすれば、イベント再構成に於ける誤差は、検出アルゴリズムに直結した誤差である。したがって、これを完全になくすことはできないが、可能な限り減らす努力は行わなければならない。このシミュレータで培ったアルゴリズムは、そのまま実際の実験の解析プログラムに移植される。

JLC では、フルシミュレータとして、JIM と JLCSIM (いずれも Fortran77 による) が開発された。JIM は Geant3 をベースに開発され、測定器と粒子の反応からヒットを作るところまでをシミュレーションする。このヒットは、多重散乱によってトラックがふらつく効果は考慮されているが、測定段階で混入する誤差の入らない、Monte-Carlo Exact Hit (より一般的には Monte-Carlo Truth と呼ぶ) である。一方、JLCSIM は JIM を含む解析パッケージであり、JIM のデータはこの JLCSIM の中で解析される。検出器に起因する誤差もここでシミュレートされる。

4.1.3 New シミュレータに要求される機能

JIM/JLCSIM は、JLC のフルシミュレータとして現在も活躍中であるが、CDC と Intermediate Tracker の 3T デザインには、詳しい構造がインストールされていない。このため、これらの飛跡検出器においては、フルシミュレータとしての役目を果たしきれていないのが実情である。また、JIM/JLCSIM はソースコードが Fortran で書かれており、ベースとなっている Geant3 は既に開発を終了して、現在は C++ で記述された Geant4[4] に移行している。これらの事情から、昨今のオブジェクト指向技術の発展を鑑み、新たに Geant4 と C++ による、オブジェクト指向に沿った次世代のフルシミュレータ開発が急務となった。

新しいシミュレータは、まず初めの目標として、CDC の 3T デザインにおける飛跡検出器のフルシミュレーションを行えなければならない。と同時に、他の検出器グループが、自由にそれぞれの検出器部分をインストールできる仕様になっていなければならない。また、オブジェクト指向言語の特徴を生かし、部品を入れ替えたり、検出器のデザインパラメータを変更したりといった、検出器のデザインの変更が簡単に行

えるようになっていなくてはならない(デザインパラメータチューニングのため)。更に、イベント再構成段階で混入する誤差を正確に見積もるため、最終的にはほぼ実験データ解析用のプログラムと同じ行程をシミュレートできる仕様になっていなければならない。また、3T デザインが提案された原因ともなった、ビームラインからのバックグラウンドが検出器に与える影響を見積もるため、加速器の衝突点周辺の構造をもシミュレータに組み込み、バックグラウンド研究を加速器と統合して行えるようになっていなければならない。

CDC の観点からは、JIM に欠けていたステレオレイヤーの装備が最大の課題となる。ステレオレイヤーとは、ワイヤーをビーム軸方向から傾けて張ったレイヤーで、ステレオレイヤー中のドリフトセルは、大きさ、位置共に Z 軸に沿って変化する。Z 軸方向には分解能がない通常のレイヤー(アクシャルレイヤーと呼ぶ)と半径方向に交互に配置することで、飛跡の Z 軸方向の情報を得ることが出来る。これは、カロリメータとのクラスターマッチングを取るために z 方向の位置分解能 1mm を達成するには絶対に欠くことのできないものであるが、ステレオレイヤーにインストールされるステレオセルは、筒を縦に分割したセグメントを捻った形という複雑な形状をしており、これを代表するジオメトリオブジェクトは Geant3 の後継の Geant4 にも存在しない。

これらの要求をふまえ、本研究では、Geant4 に存在しないステレオセル用オブジェクトの開発と、JLC の検出器全体と加速器の衝突点周辺を含むフルシミュレータのためのフレームワークを作成し、CDC 部分に関して実装を行った。既に、このフレームワークを利用してパーテックスグループが実装を終えており、衝突点部分(IR)の研究グループも構造をインストール中である。カロリメータについても、これからこの新しいシミュレータに詳細な構造をインストールする計画が検討されている。フレームワークは、これらの加速器・検出器サブグループの要求をフィードバックしながら、現在も改良が続いている。図 4.3 は、このシミュレータのおおまかな構造と役割分担を示したものである。

JIM/JLCSIM の場合と同様、主に検出器物質と粒子の反応部分のプログラムを軽くするため、Monte-Carlo Truth を出力するところで一度区切る仕様になっている。Monte-Carlo Truth を生成する部分(JUPITER)は Geant4 をベースに開発した。イベント再構成部分(Satellites)は、ローレンツ角測定で開発したテストチェンバー用解析プログラムを土台にして、ROOT[6]/JSF[5]による1セルに5本のセンスワイヤーを持つCDCのためのプログラムを開発した。

次節では、まず新たに作成した Geant4 で稼働する新しいステレオセル用オブジェクト「J4TwistedTubs」について詳述し、更に続く節で次世代のJLC用フルシミュレータのフレームワーク「JUPITER」「Satellites」「URANUS」について述べる。

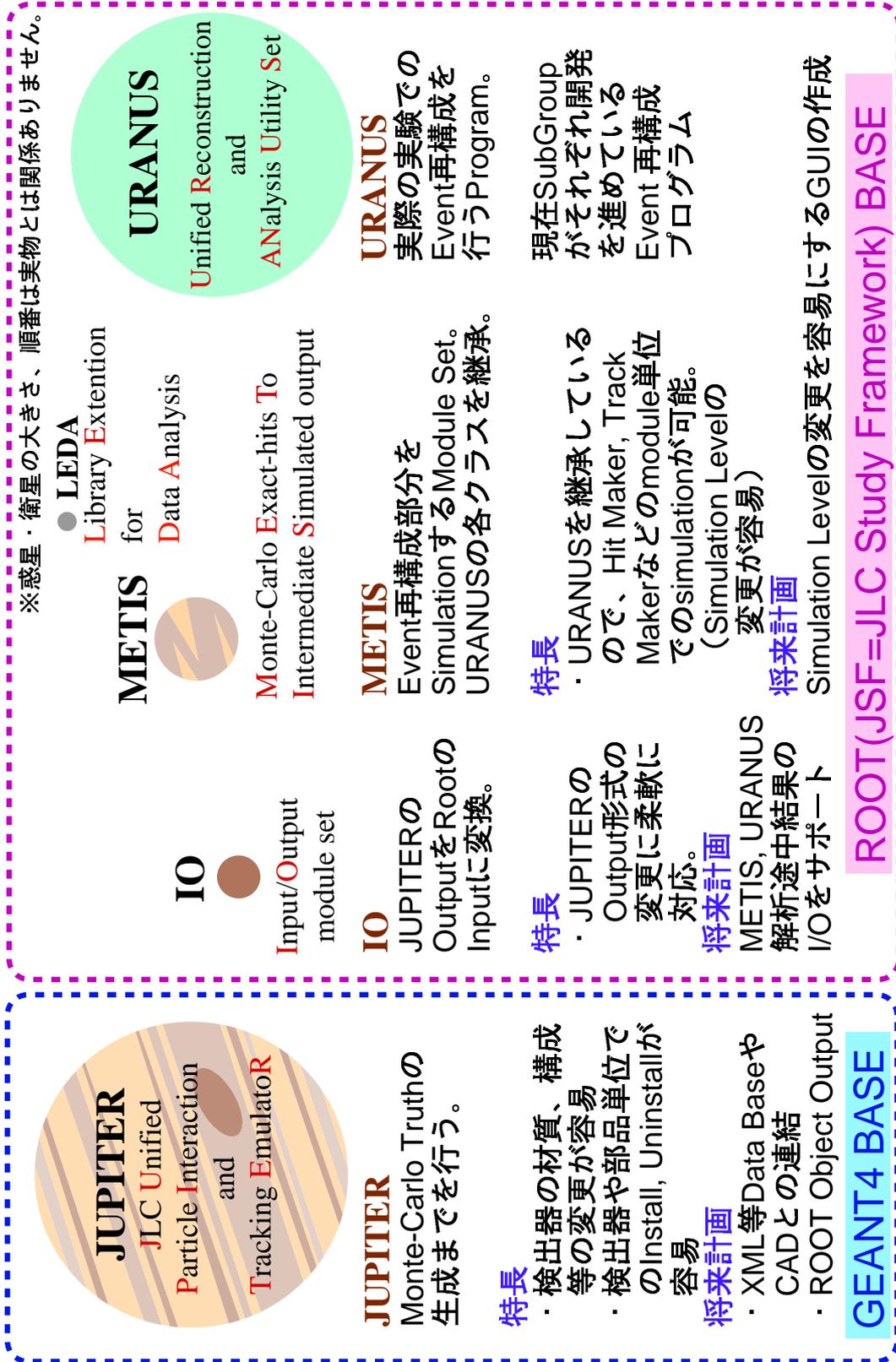


Figure 4.3: JUPITER、Satellites、URANUS の機能

4.2 Geant4 で稼働するステレオセル用オブジェクト J4TwistedTubs の作成

この節の概要

ステレオセル用オブジェクトの詳細に入る前に、ステレオセル (ステレオレイヤー) の特徴、ステレオセルを構成する一本のワイヤーのパラメータ表式、JLC-CDC におけるステレオレイヤーのパラメータ設定について触れておく。特に、ステレオワイヤーのパラメータ表式については、ここで用いる座標系をその後のステレオセル用オブジェクト J4TwistedTubs にも用いている。これらについての詳細は、NIM A428:403-412 にまとめられている。

ステレオセル用オブジェクト J4TwistedTubs に関しては、いかにしてステレオセルの半径方向の境界面を数式で表すかという点と、この面と面外の 1 点との最短距離をとる方法の開発が焦点となった。また、複数の面を組み合わせる 1 つの立体を作る機構、粒子が立体へ入射するか、掠めて飛び去るかの判断ルーチン等は、Geant4 の慣例によらない全くオリジナルのコーディングによって実現した。

完成した J4TwistedTubs は、テスト環境「Thebe」によってテストされ、geantino²、10GeV のミュオン、重心系エネルギー 350GeV の $e^+e^- \rightarrow ZH$ イベントにおいて十分なパフォーマンスを得ることができた。

4.2.1 ステレオレイヤーとは

概形と表式

ステレオレイヤーとは、円筒の軸方向に、軸と平行にワイヤーを張ったレイヤー (アクシャルレイヤーと呼ぶ) を、軸と垂直の方向に捻ったものである。捻ることにより、ステレオレイヤーに属するセンスワイヤーは、 Z 軸方向に傾きを持つことになる。この効果は、 z 軸方向に位置分解能を持たないアクシャルレイヤーに対し、ワイヤーの z 軸に対する傾き (ステレオ角) に依存する z 軸位置分解能を与える (図 4.4 参照)。ここから、2.4 式により、ビーム軸に垂直な面からの角度 (Dip Angle) の分解能が得られることがわかる。

注意すべき点は、図 4.5 の示す通り、レイヤーを捻ることにより、円筒の側面が軸と平行な面から一葉双曲面に変化することである。この結果、一葉双曲面のくびれたウエストの部分では、レイヤーそのものの構造が全体に収縮し、内半径が小さくなった上、セルの大きさもエンドプレート付近での大きさに対して小さくなっている。従って、2.5 式によれば、ステレオ角 α が大きい程よい角度分離能が得られるが、実際にはくびれたウエスト部が内側のレイヤーに接触しない程度におさめる必要がある。

このようなレイヤーのパラメータは、これらのレイヤーを構成する一本のワイヤーのパラメータで代表できる。図 4.6 は、1 本のワイヤーの終点を z 軸を中心に回転させたものである。このときの回転角 $\Delta\phi$ は、ワイヤーの始点から終点に向かって z 軸の正の方向に回したときに正の値をとるものとする。ステレオ角 α は、図中の A 点 (ワイヤーの終点) から z 軸と平行に下ろした直線とワイヤーとの角度で、 $\Delta\phi$ が正のと

²Geant4 で用意されている、相互作用を全く行わない仮想粒子。主にジオメトリのテスト用に用いられる。

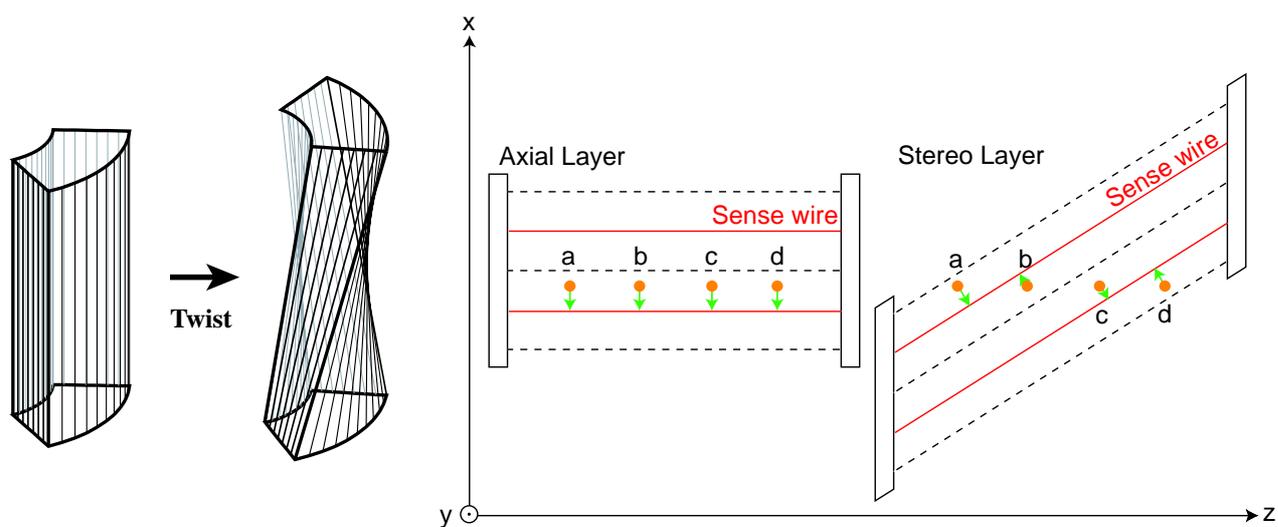
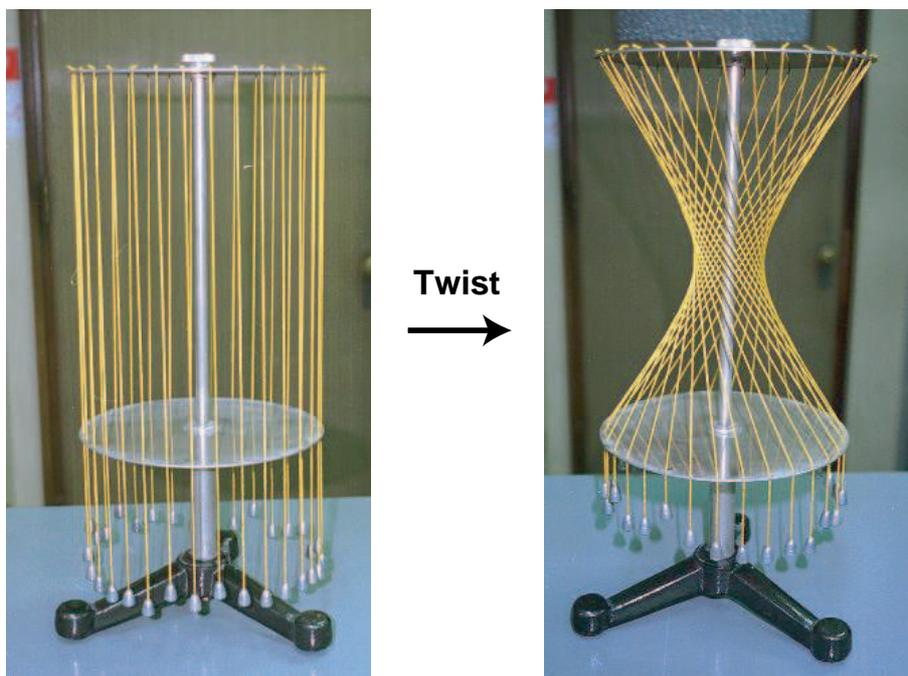


Figure 4.4: アクシャルレイヤーとステレオレイヤーの違い。xy 平面への射影が等しい4つの点 (a, b, c, d) は、アクシャルレイヤーでは全て同じセンスワイヤーで同じドリフト時間で検出され、z 方向の位置の違いを判別できない。一方、ステレオレイヤーでは、ドリフト時間の差や検出されたセルの ID を見ることによって、これら4つの点が z 方向の何処にあるかを知ることができる。



友田勝久氏の好意による
 (<http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/quadratic/>)

Figure 4.5: 円筒型に配置されたワイヤーを捻ると、側面は一葉双曲面になる。

き常に正と約束する。これを、 $\Delta\phi$ 、 z 、エンドプレートの半径 r 、チェンバーの長さ L を用いて表すと、

$$\begin{aligned} 2r_{z=\pm L/2} &= \frac{A_0 A_1}{\sin \Delta\phi/2} \\ \alpha &= \tan^{-1} \left(\frac{2r(z = \pm L/2)}{L} \sin \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) \right) \\ &\simeq \frac{r(z = \pm L/2)}{L} \cdot \Delta\phi, \end{aligned} \quad (4.7)$$

となる。ただし、近似値では $\Delta\phi$ が小さいとみなし、2次以降を切り捨ててある。

このワイヤー上の任意の点を、 z の関数として $\phi(z)$ と $r(z)$ で表すことを考える。ワイヤーの $z = 0$ の点までの ϕ を $\phi_{z=0}$ 、 $\phi_{z=0}$ から任意のワイヤー上の点までを ϕ' とすると、まず $\phi(z)$ は、

$$\begin{aligned} \tan \phi' &= \frac{A' A_{z=0}}{r_{z=0}} \\ &= \tan \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) \cdot \frac{A' A_{z=0}}{A_1 A_{z=0}} \\ &= \frac{2z}{L} \cdot \tan \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) \\ \phi(z) &= \phi(z=0) + \phi' \\ &= \phi(z=0) + \tan^{-1} \left[\left(\frac{2z}{L} \right) \tan \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

で表される。 $r(z)$ は、ピタゴラスの定理から、

$$\begin{aligned} r(z) &= \sqrt{(r(z=0))^2 + (A' A_{z=0})^2} \\ &= \sqrt{(r(z=0))^2 + (z \tan \alpha)^2} \\ &= \sqrt{(r(z = \pm L/2))^2 + (z^2 - (L/2)^2) \tan^2 \alpha}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

である。

z の変化に従って、どれだけレイヤーが収縮するかは、収縮率 $f(z)$ で表される。図 4.7 より、 $A_2 B_2(z)/AB(z = \pm L/2)$ が $f(z)$ に相当するので、 $f(z)$ は 4.7 式と 4.9 式を用いて、

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{r_B(z) - r_A(z)}{r_B(z = \pm L/2) - r_A(z = \pm L/2)} \\ &= \sqrt{1 + \left(\frac{z^2 - (L/2)^2}{L^2} \right) 4 \sin^2 \left(\frac{\Delta\phi}{2} \right)} \\ &= \frac{\sqrt{R^2 + (z^2 - (L/2)^2) \tan^2 \alpha}}{R}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

と書ける。ただし、 $R = r(z = \pm L/2)$ 、 $f(z = \pm L/2) = 1$ とおいた。

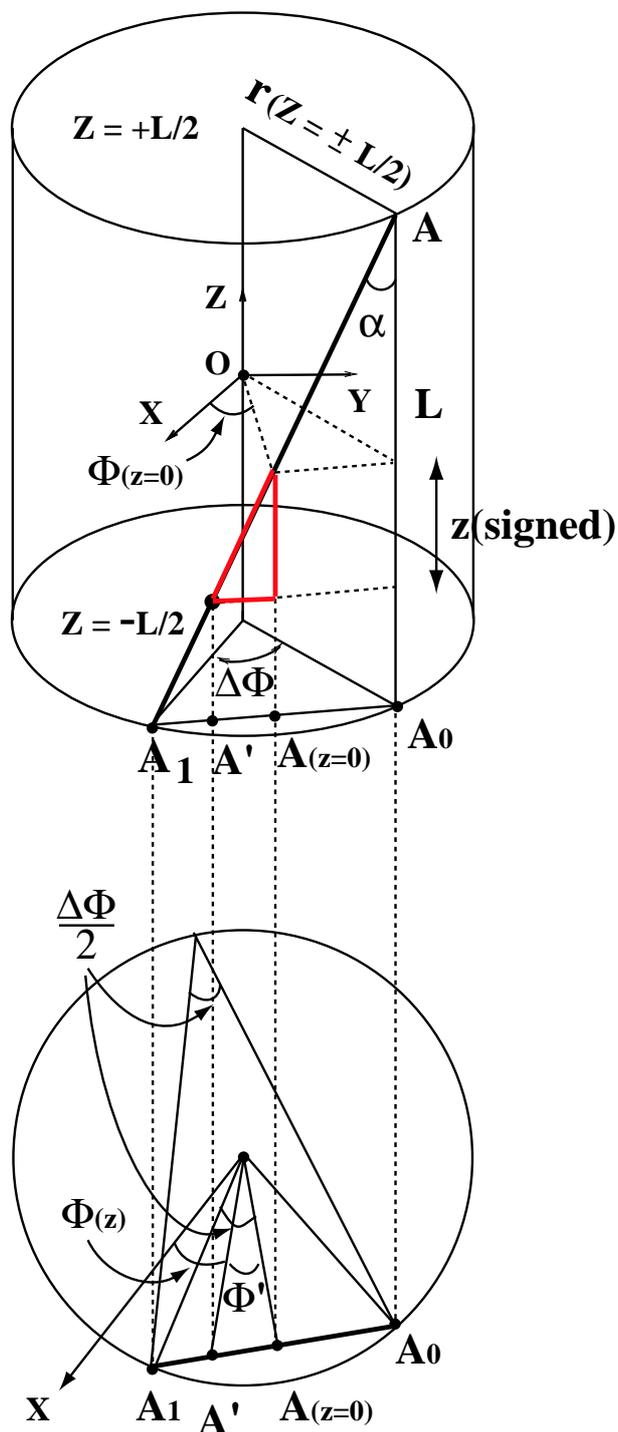


Figure 4.6: ステレオレイヤーのパラメータ

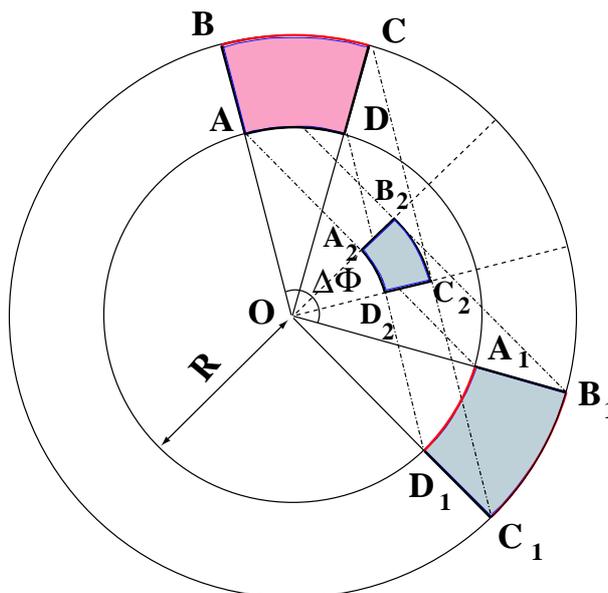


Figure 4.7: レイヤー（セル）の収縮率

4.2.2 J4TwistedTubs に要求される関数とクラス構造

Geant4 におけるジオメトリとトラッキング

Geant4 は、「GEometry ANd Tracking」の略であるが、その名の通り、基本的にはある構造（ジオメトリ）に粒子を打ち込んだときにその飛跡（トラック）がどのような形になるかをシミュレートするためのモンテカルロシミュレータである。詳細は Geant4 の公式マニュアル [27] に譲るが、Geant4 のトラッキングにはステップという単位が存在し、大別すると、1) 物理反応が起きた場合、2) ジオメトリの境界を横切った場合に 1 ステップを切る。このステップをつないでいくことで、トラックの全体の形が出来上がる。1) の物理反応が乱数に左右される一方、2) のジオメトリの境界は固定されており、粒子がどのような方向からやって来る場合にも、常に正確に境界と粒子の飛跡との交点を検出できなくてはならない。

Geant4 では、ユーザーが必要に応じて、特別な形をしたオブジェクトを作ることができるように設計されているが、この自作オブジェクトがプリインストールのオブジェクトと同等に機能するためには、上に述べたような機能を同時に与えてやらなくてはならない。Geant4 では、これらの機能を与える関数は、全てのジオメトリオブジェクトの基底クラスである G4VSolid に純粋仮想関数の形で与えられている。従って、ユーザーが新しいジオメトリオブジェクトを作るには、G4VSolid クラスを公開継承して新しいジオメトリクラスを作り、純粋仮想関数の部分を独自開発して実装する作業が不可欠である。

以下に、要求される純粋仮想関数とその役割を示す。なお、Geant4 の慣例に従い、今後ジオメトリを表すオブジェクトを Solid と記述する。

Inside(p)

粒子の現在位置 (p) が、Solid に対し内側、外側、表面のいずれにあるかを判定する

DistanceToIn(p)

粒子が Solid の外側に存在する場合にのみ呼ばれ、Solid の最も近い面までの最短距離 (そ

れよりも更に短い距離でも可)を返す。

DistanceToIn(p, v)

粒子が Solid の外側に存在する場合にのみ呼ばれ、粒子が速度ベクトル v に沿って直線的に進んだときの、Solid の境界と最初に交わる交点までの正確な距離を返す。

DistanceToOut(p)

粒子が Solid の内側に存在する場合にのみ呼ばれ、Solid の最も近い表面までの最短距離(それよりも更に短い距離でも可)を返す。

DistanceToOut(p, v)

粒子が Solid の内側に存在する場合にのみ呼ばれ、粒子が速度ベクトル v に沿って直線的に進んだときの、Solid の表面との交点までの正確な距離を返す。

SurfaceNormal(p)

粒子の位置 (p) から最も近い Solid の面の法線を返す

クラス構造

粒子の軌跡と Solid との交点がどのような式で表されるかは、Solid のそれぞれの面 (Surface) によって異なる。そこで、J4TwistedTubs クラスが使用するサブクラスとして、3種の面を表すクラスを用意した³。エンドプレート側の平面を表すクラスを J4FlatSurface、半径方向の境界を表す面のクラスを J4HyperbolicSurface、phi 方向の境界を表す面のクラスを J4TwistedSurface とし、これらが共通してもつべき性質を J4VSurface クラス(純粋仮想クラス)に集約した。図 4.8 が示す通り、1つの TwistedTubs を生成するには3種の面が2つずつ、計6つの面が必要である。したがって、J4TwistedTubs クラスは、まずこの6枚の面へのポインタをデータメンバに持たなければならない。また、これらの同種の2つの面は、Solid 本体からみて表面になる面が異なるため、これを fHandedness 変数で区別することにする。fHandedness の具体的な値は、図 4.9 の表す通りである。

次に必要な作業は、先に述べた仮想関数をどのように実装するかである。基本方針は、DistanceToIn、DistanceToOut 等に相当する関数を6枚の全ての面に対して実行し、その中から最も適切と思われる値を選び出す。一方、それぞれの面に附随するメソッド(関数)は、隣の面の情報及び面の裏表に関係なく作動すべきであり、Solid に対して粒子が入射方向に進んでいるのか、出る方向に進んでいるのかに依存する値の判断は、6枚の面を表す3つのクラスとは別の所で行う。この判断ルーチンは、J4TwistedTub に任せてもよいが、コードの簡略化のため、J4VSurface クラスに実装した。これにより、J4TwistedTubs クラスは、基本的にはどのようなタイプの面でも所持可能になった。

以下は、J4VSurface とその継承クラスに用意した主な関数群とその役割である。

J4VSurface クラス

³Solid を面の集合に分ける方法は Geant4 でも BREPS クラス群として提供されている (BREPS とは Boundary REPresented Solid の略)。しかし、これらのクラスは主に CAD のデータを移植するためのものであり、一から Solid を生成する用途に用いるには適さないと判断して使用しなかった。また、我々のステレオセルは phi 方向の境界に特殊な曲面を含む上、この面を密着させて Solid を配置する必要があるため、CAD によらず解析的にこの面と粒子飛跡との交点を得る方法を模索した。なお、JUPITER の Surface クラスと Geant4 の BREPS クラスは、実装する関数も使用法も異なっており、思想的に全く別物である。

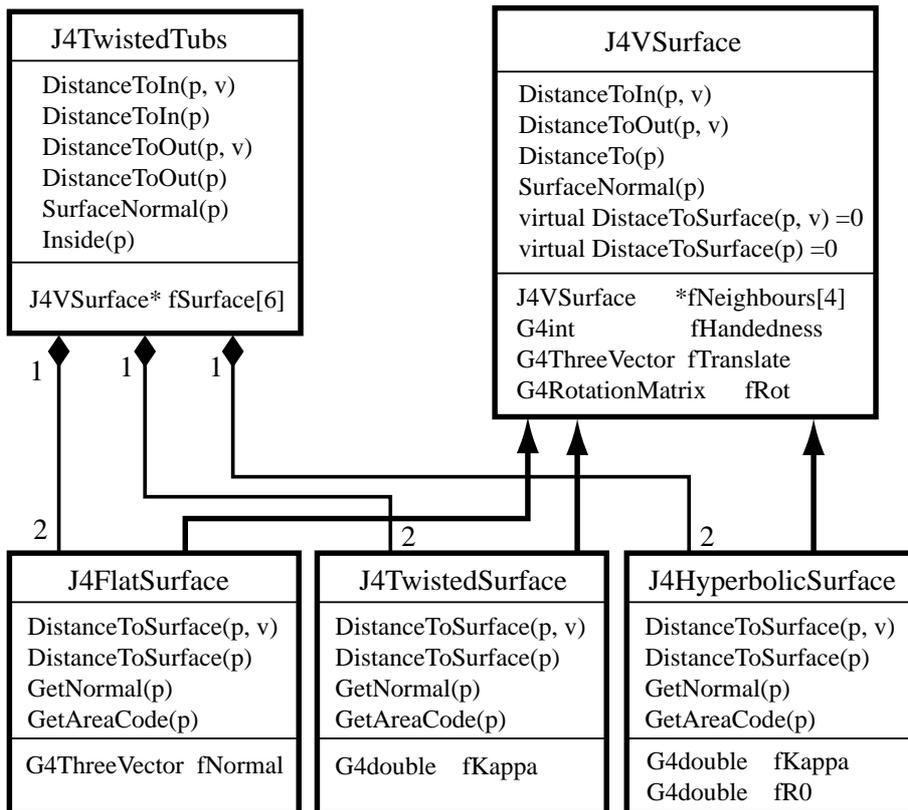


Figure 4.8: J4TwistedTubs の UML 図

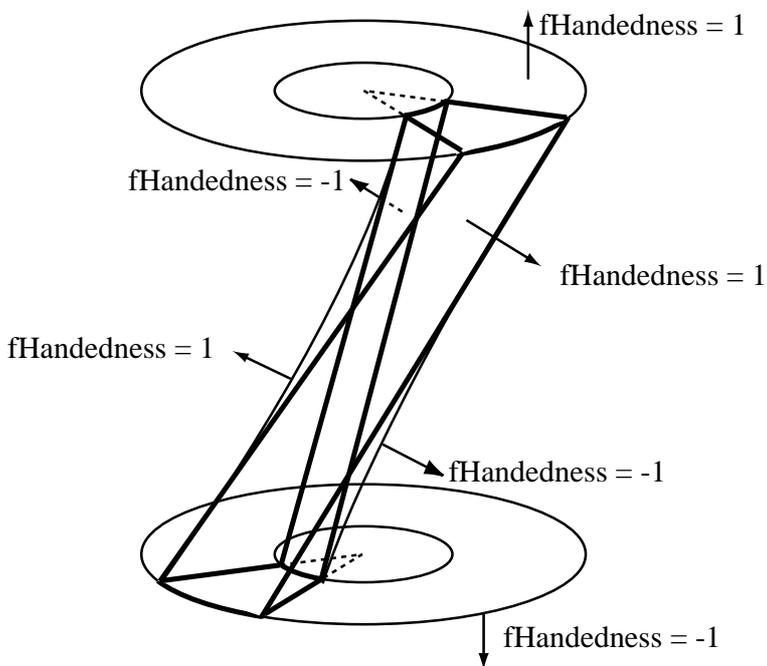


Figure 4.9: J4TwistedTubs の `fHandedness` 変数の値

DistanceToSurface(p), DistanceToSurface(p, v), GetAreaCode(p)

以上、全て純粹仮想関数。実装は継承クラスで行われる。

DistanceToIn(p, v)

DistanceToSurface(p,v) で戻って来た距離の正負、面の法線の向きに加え、交点が角に存在する場合には隣の面の法線の向きも考慮し、その値を採用するか否かを判断する。

DistanceToOut(p, v)

DistanceToSurface(p,v) で戻って来た距離の正負、面の法線の向きを考慮し、その値を採用するか否かを判断する。

DistanceTo(p)

現在は DistanceToSurface(p) で戻って来た値を返すのみ。

J4VSurface の継承クラス

DistanceToSurface(p)

ある点 (p) から平面までの最短距離を返す。面の法線の向きは問わない。

DistanceToSurface(p, v)

ある点 (p) から速度 (v) で進んだときの、面との交点と (p) の間の距離を返す。面の法線の向きは問わない。

GetAreaCode(p)

DistanceToSurface で計算した (p) から平面までの垂線の足、もしくは (p) の飛跡との交点の、TwistedTubs Solid との位置関係をコードで返す。つまり、これらの点が Solid の境界の中にあるか、外にあるか、境界上にあるかを返す。

次節からは、これらの関数をどのようにして実現したかを述べる。

4.2.3 J4TwistedTubs クラス

J4TwistedTub クラスは、G4VSolid を継承した、Geant4 の本体から直接呼ばれる関数群をもつクラスである。一般に、BREPSolid 以外の Solid は、直接立体と粒子の位置の関係を扱っており、その結果、特に DistanceToIn や DistanceToOut などの関数は、多数の場合分けを含んだ複雑なプログラムにならざるを得ない。J4TwistedTub クラスで作成する、筒を縦に割ったものを捻った形は、そのうちの4面が鞍点を含む曲面⁴であり、このような場合分けによるコードでは、開発時の複雑さは勿論、その後のプログラムの管理のし易さの面でも大きな困難がある。

そこで、J4TwistedTubs が専用で使用するクラスとして、J4VSurface クラスとその継承クラスを用意した⁵。この場合、粒子との位置関係を扱うのは面単位でよく、その部分のコードは全て Surface クラスが担ってくれるので、J4TwistedTubs 側では、Surface のメソッドが返してくる値のうちから最適値を選ぶだ

⁴鞍のように、一つの軸方向を見れば凹だが、もう一方の軸方向から見ると凸であるような曲面。

⁵これらのクラスは、J4TwistedTubs のプライベートクラスとしてもよいようなものであるが、現時点ではパブリッククラスになっている。

けでよい。DistanceToIn、DistanceToOut の場合、最適値は最小値をとればよい⁶。SurfaceNormal 関数では、DistanceToIn(p) の最も近い距離を返した面の法線ベクトルを返す。この結果、p の位置による場合分けは必要なくなった。

以下は、DistanceToIn(p,v) のコード (コメント部省略) である。DistanceToOut(p,v)、DistanceToIn(p)、DistanceToOut(p)、SurfaceNormal(p) もこれとほぼ同様のコードで対応出来、デバッグの手間が大幅に減少した。

```
//=====
/* DistanceToIn ( p, v ) -----
G4double J4TwistedTubs::DistanceToIn (const G4ThreeVector& p,
                                     const G4ThreeVector& v ) const
{
  //
  // Check last value. if p is same as last p, return last distance.
  //
  G4ThreeVector *tmpp;
  G4ThreeVector *tmpv;
  G4double      *tmpdist;
  if (fLastDistanceToInWithV.p == p && fLastDistanceToInWithV.vec == v) {
    return fLastDistanceToIn.value;
  } else {
    tmpp      = const_cast<G4ThreeVector*>(&(fLastDistanceToInWithV.p));
    tmpv      = const_cast<G4ThreeVector*>(&(fLastDistanceToInWithV.vec));
    tmpdist   = const_cast<G4double*>(&(fLastDistanceToInWithV.value));
    tmpp->set(p.x(), p.y(), p.z());
    tmpv->set(v.x(), v.y(), v.z());
  }
  //
  // Calculate DistanceToIn(p,v)
  //
  EInside currentside = Inside(p);
  if (currentside == ::kInside) {
    J4cerr << "J4TwistedTubs:DistanceToIn(p,v) is called from inside! abort." << J4endl;
    abort();
  } else if (currentside == ::kSurface) {
    // particle is just on a boundary.
    // if the particle is entering to the volume, return 0.
    G4ThreeVector normal = SurfaceNormal(p);
    if (normal*v < 0) {
      *tmpdist = 0;
      return fLastDistanceToInWithV.value;
    }
  }
  G4double      distance = kInfinity;
  // find intersections and choose nearest one.
  J4VSurface *surfaces[6];
  surfaces[0] = fLowerEndcap;
  surfaces[1] = fUpperEndcap;
  surfaces[2] = fLatterTwisted;
  surfaces[3] = fFormerTwisted;
  surfaces[4] = fInnerHype;
  surfaces[5] = fOuterHype;
  G4ThreeVector xx;
  G4ThreeVector bestxx;
  G4int i;
  G4int besti = -1;
  for (i=0; i< 6; i++) {
    G4double tmpdistance = surfaces[i]->DistanceToIn(p, v, xx);
    if (tmpdistance < distance) {
      distance = tmpdistance;
    }
  }
}
```

⁶最適値が Solid の境界上もしくは角にある場合は、計算の丸め誤差を考慮に入れたプログラミングの関係で、かならずしもこの原則に従っていない場合がある。

```

        bestxx = xx;
        besti = i;
    }
}
*tmpdist = distance;
return fLastDistanceToInWithV.value;
}
//=====

```

このアルゴリズムで懸念される点は、6つの面の総当たりによる時間ロスである。エンドプレートの2面を特別に扱うとしても、4つの面に対し距離を計算することになる。この点については、直前の計算値を関数の引数と組にして覚えておくことと、関数の冒頭で p と Solid との位置関係を明らかにすることで、実際に Surface の関数が呼ばれる回数を減らして対処した。現在、まだ若干の改良の余地は残っているが、通常の円筒形に対し 25%増し程度の計算時間でおさまっており、十分実用に耐える速度で稼働している。

4.2.4 J4VSurface クラス

J4VSurface クラスは、J4TwistedTubs を構成する Surface クラスのベースクラスである。J4VSurface クラスには、大別して以下の3つの役割がある。

Surface クラスが共通して持っているべきデータメンバの提供

具体的には、以下の通りである。

- 面がどの軸方向に張られているか (2つ)
- それぞれの軸方向の境界値 (最大、最小)
- 面のローカル座標が、J4TwistedTubs オブジェクトに対して、どれだけ移動・回転しているか
- 直前に計算した DistanceToSurface の情報 (p の座標とそのときの Surface 迄の距離など)
- 直前に計算した SurfaceNormal の情報 (p の座標とそのときの法線ベクトル)
- 面の四つの境界でそれぞれ接するとなりの面へのポインタ
- 面の4つの角の座標
- 面の4つのバウンダリ (境界線) を表す式の係数、バウンダリのタイプなど

これらの値を見ても分かる通り、J4VSurface クラスは、現時点においては、4つの角と4つのバウンダリを持つ Surface にしか対応していない。これを拡張して、角とバウンダリを1つ減らすオプションを加えるのは現在の構造でも将来的に可能であるが、増やす方向をサポートするには、若干のアルゴリズムの見直しが必要である。

Surface クラスが共通して使うツールの提供

いくつかの代表的なツールを挙げる。

DistanceToLine

点と直線と交点を求める。

DistanceToPlane

点と平面との交点を求める。引数には、平面上のベクトル2つとこれらの始点になる点もしくは面の法線と面上の1点を与えなければならない。

DistanceToBoundary

データメンバに持っているバウンダリと点の最短距離を求める。バウンダリタイプによって内部で異なった計算を行う。

AmIOnLeftSide

点 p が引数に与える方向ベクトルより、 ϕ 方向で負の領域にいる場合は 1、正の領域にいる場合は -1 を返す。 $0.5 * kAngTolerance (\pm 0.5 * 10^{-9})$ 分の誤差許容範囲を持ち、 $kAngTolerance$ 内で同じ方向にいる場合には 0 を返す。

DistanceToIn, DistanceToOut

これら 2 種類の関数は、J4VSurface の継承クラスには存在しない。これらの関数は、もともと Geant4 の Solid に要求される関数であるが、この関数の呼出しを受ける J4TwistedTubs 関数は、自分自身を構成する 6 枚の面に対してこの J4VSurface の DistanceToIn, DistanceToOut, もしくは DistanceTo 関数の呼出しを行う。J4VSurface では、これらの関数がよばれると、まず、純粹仮想関数の DistanceToSurface 関数を呼ぶ。すると、6 枚の面はそれぞれ J4VSurface の継承クラスのオブジェクトであるから、これらの継承クラスに実装された DistanceToSurface 関数が実行され、与えられた点 p と面との距離が戻ってくる。J4VSurface を継承したクラスの DistanceToSurface 関数は、面の裏表及び点 p が面の表裏どちら側にあるのかを区別しない。したがって、DistanceToSurface の戻り値から条件に合致するもののみを通すフィルタの役目は、J4VSurface が担うことになる。

フィルタのルーチンは、まず DistanceToSurface の戻り値 (1 つもしくは 2 つ) のうち、条件に合致しないものをふるい落としした後でより小さい値を返す仕様になっている。全てがふるい落とされてしまった場合には、J4VSurface の DistanceToIn, DistanceToOut メソッドは $kInfinity (10^{99})$ を返す。J4TwistedTubs 側では、これらの戻り値を Surface の数だけ集めて比較し、最も距離の小さいものを選ぶ。したがって、 $kInfinity$ の値が採用されるのは、全ての候補がクリアされた場合、すなわち本当に最適値が存在しなかった場合のみ、ということになる⁷。

フィルタリングは、以下の順序で行われている。ちなみに、面の境界とは、Solid を構成する面の淵 (角を含む) を意味する (図 4.10 参照)。

DistanceToIn(p,v)

1. DistanceToSurface(p,v) を呼び、面と粒子の飛跡の交点までの距離と交点 XX を求める (1 組ないし 2 組)。距離の小さい方からテストにかける。

⁷ただし、これが正しく機能するためには、DistanceToIn が Solid の内側から呼ばれたり、DistanceToOut が Solid の外側から呼ばれたりすることがあってはならない。このため、J4TwistedTub 側で DistanceToIn, DistanceToOut が呼ばれた直後に p の location を確認し、これらのあってはならない状況に陥ったときにはプログラムを abort して終了する仕様になっている。

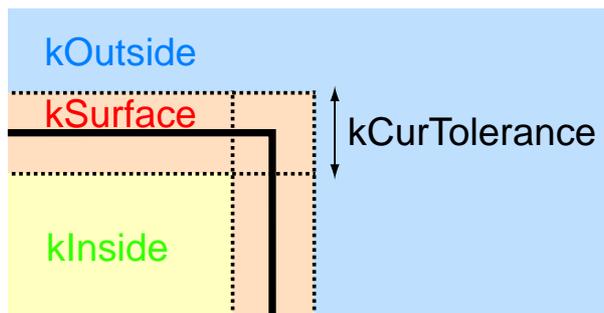


Figure 4.10: kInside, kOutside, kSurface の定義

2. 距離が正でないもの、交点 XX での面の法線ベクトルと粒子の速度の向き v の内積が正のもの、交点 XX の位置が面の境界の外 (kOutside) であるものは、以降のテストをスキップして次の交点のテストに移る。
3. 同時に、交点 XX の位置が面の境界の内側 (kInside) であるものは、戻り値をそのままバッファに記憶しておき、以降のテストをスキップして次の交点のテストに移る。
4. 交点が面の境界上 ($\pm 0.5kCurTolerance$, kSurface) にある場合は、粒子がその交点から本当に入射して来るのか、それとも境界をかすめて飛び去るのかを判断しなくてはならない。そこで、その境界で接するとなりの面 (1面、もしくは角の場合2面) と粒子の飛跡の交点 tmpXX を求め、これらのとなりの面に対しても粒子が入射の方向に飛来しているか否かを見る。このとき、交点は1つの面につき1つないし2つまる⁸ので、p までの距離の小さい交点からテストする。
 - 隣の面での交点 tmpXX が十分境界の内側 (kInside) であったら、そちらが本当の交点なので、現在注目している Surface のテストを終了し、戻り値として kInfinity を返す。
 - 隣の面での交点 tmpXX が面の境界上もしくは境界より外 (kOutside) にある場合は、XX と同じサイドの tmpXX のみを選んで、tmpXX で立てた隣の面の法線ベクトルと v との内積が正の場合には、粒子は Solid の外へ出て行く方向に進んでいるとみなして kInfinity を返す。
5. テストに合格した XX の戻り値のうち、距離が最小のものを返す。

DistanceToIn 関数のフローチャートを図 4.11 に記す。

DistanceToOut(p,v)

1. DistanceToSurface(p,v) を呼び、面と粒子の飛跡の交点までの距離と交点 XX を求める (1組ないし2組)。距離の小さい方からテストにかける。
2. 距離が正でないもの、交点 XX の位置が境界の外 (Outside) であるものは、以降のテストをスキップして次の交点のテストに移る。
3. 交点 XX での面の法線ベクトルと粒子の速度の向き v の内積が正のものはスキップして次の交点のテストに移る。それ以外のは Accept する。

⁸J4TwistedTubs の場合。J4TwistedTubs には、交点を求める方程式が3次以上のものはない。

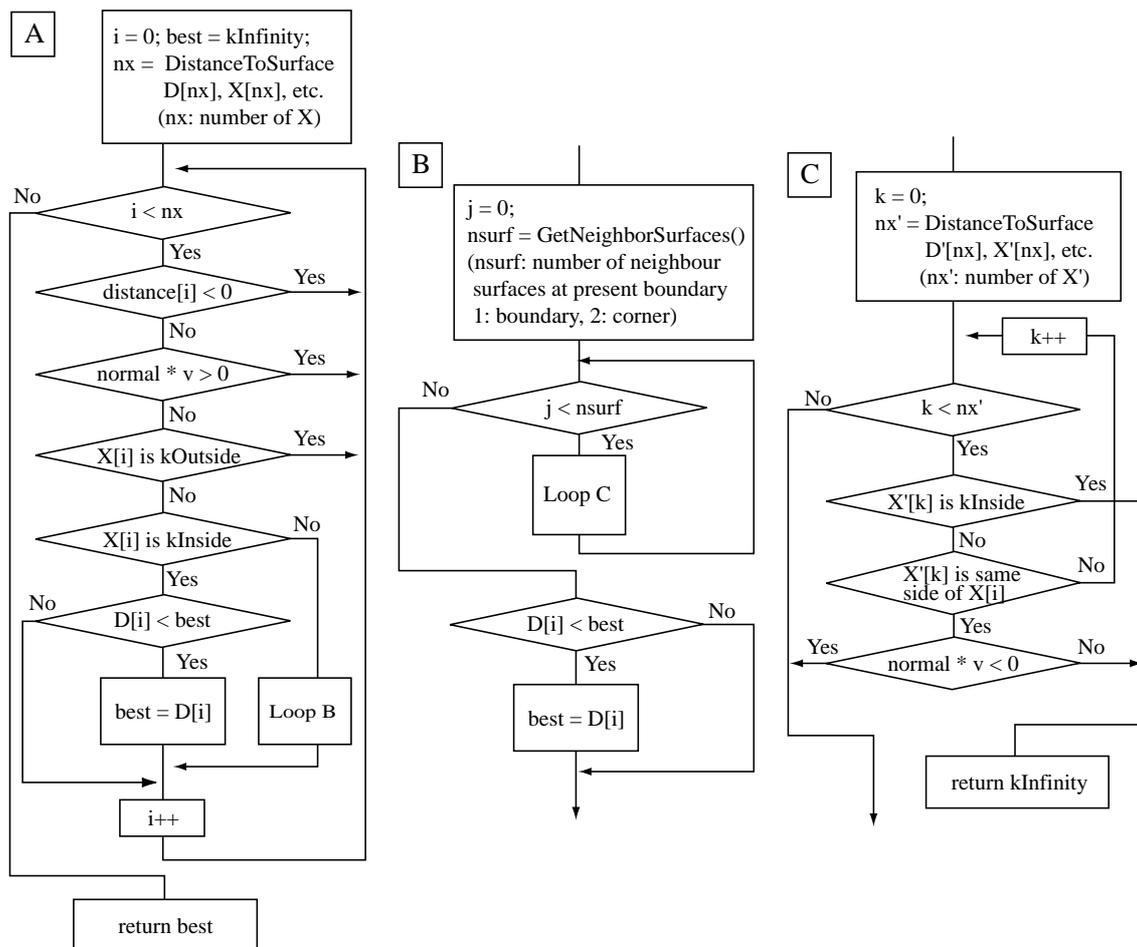


Figure 4.11: DistanceToIn 関数のフローチャート

4. テストに合格した XX の戻り値のうち、距離が最小のものを返す。

DistanceTo(p)

DistanceToIn(p) と DistanceToOut(p) に使用される。方向ベクトルを持たず、最短距離を求めればよいので、とくにフィルタリングの必要はない。現在は DistanceToSurface(p) を呼んでいるのみ。

4.2.5 J4HyperbolicSurface クラス

HyperbolicSurface の表式

HyperbolicSurface は、一葉双曲面と呼ばれる平面の一種で、双曲線の回転体である。しかし、この面を表す表式は、むしろこの平面が斜めに張られた直線の集合であることをよく示している。なお、HyperbolicSurface については、Geant4 に完全な双曲線の回転体 (phi 方向に切れ目のない) のオブジェクトを表す G4Hype クラスが存在し、一葉双曲面の表式、飛跡との交点の求め方、任意の点 p から HyperbolicSurface への最短距離の求め方、法線の計算に関しては、G4Hype のプログラムコードを参照した。

図 4.12 に示すように、一葉双曲面を構成するワイヤーの 1 本を取り上げる。このとき、このワイヤーと z 軸との角度はステレオ角 α である。このワイヤーを含む平面での、点 $p(p_x, p_y, p_z)$ の x-y 平面への射影点 $P_{z=0}$ と、ワイヤー上の $z=0$ の点の間の距離は、 α を用いて $z \tan \alpha$ と表せる。一方、ワイヤー上の $z=0$ の点とは、一葉双曲面のもっともくびれたウエストの部分であり、この最小内径を $r_{z=0}$ と表すとすると、ピタゴラスの定理から、点 p について次の式が成り立つ。

$$p_x^2 + p_y^2 = r_{z=0}^2 + p_z^2 \tan^2 \alpha \quad (4.11)$$

DistanceToSurface(p, v)

任意の点 $p_0(p_{0x}, p_{0y}, p_{0z})$ から速度 $v(v_x, v_y, v_z)$ で飛来する粒子と HyperbolicSurface との距離は、飛来する粒子の HyperbolicSurface の座標を $XX(p_{0x} + tv_x, p_{0y} + tv_y, p_{0z} + tv_z)$ とすると、次の二次方程式の解として求められる。

$$(p_{0x} + tv_x)^2 + (p_{0y} + tv_y)^2 = r_{z=0}^2 + (p_{0z} + tv_z)^2 \tan^2 \alpha \quad (4.12)$$

また、この交点における面の法線は、面の内側に立つ法線は、交点 XX の最終的な座標を $XX(XX_x, XX_y, XX_z)$ として、

$$n = (-XX_x, -XX_y, XX \text{ での接線ベクトルに垂直なベクトルの } z \text{ 座標}) \quad (4.13)$$

で表せる。XX における接線ベクトルは、4.11 式の左辺を ρ において $\frac{d\rho}{dz}$ を計算すればよく、

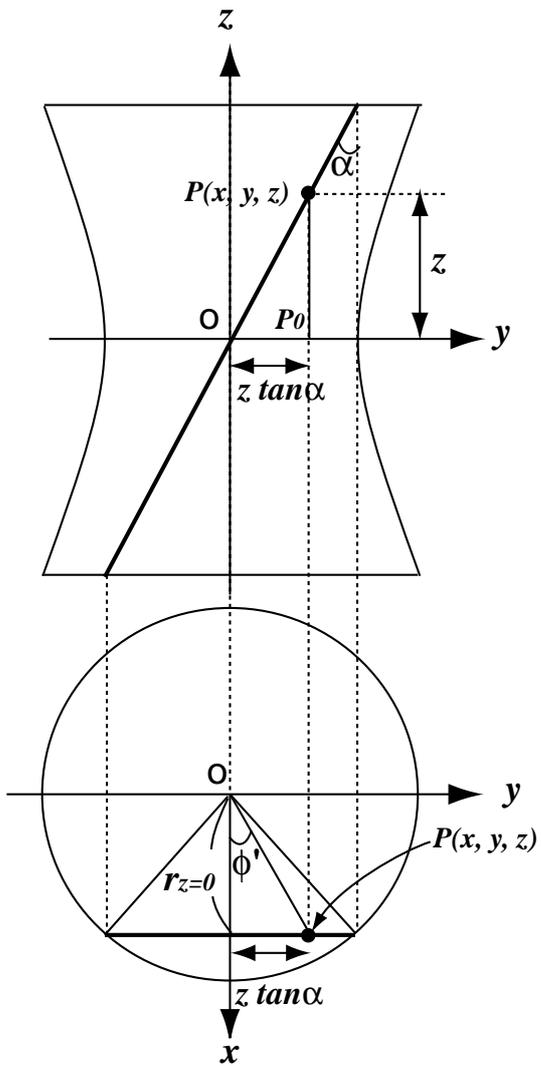


Figure 4.12: HyperbolicSurface のパラメータ

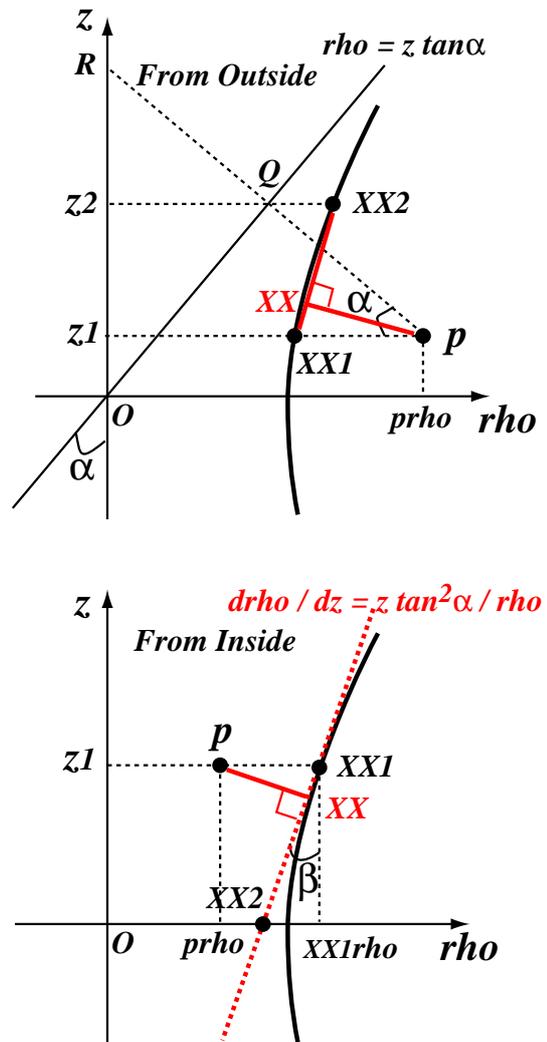


Figure 4.13: 点 p から HyperbolicSurface への距離

$$\begin{aligned}
\rho &= \sqrt{r_{z=0}^2 + XX_z^2 \tan^2 \alpha} \\
\frac{drho}{dz} &= \frac{XX_z \tan^2 \alpha}{r} \\
\frac{dz}{dz} &= 1 \\
\text{tangential vector} &= (XX_z \tan^2 \alpha, r)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

である。これに垂直なベクトルは、 $n_\rho = (r, -XX_z \tan^2 \alpha)$ であるが、この r というのは交点 XX の $z=0$ 平面射影にほかならず、 x, y 成分にばらして書けば (XX_x, XX_y) である。したがって、結局 XX における面の内側への法線は、

$$n = (-XX_x, -XX_y, XX_z \tan^2 \alpha) \tag{4.15}$$

となる。面の外側への法線は、この逆方向のベクトルになる。

DistanceToSurface(p)

任意の点 p から Surface への距離を求める関数である。勿論、正確に Surface への最短距離が求めればそれに超したことはないが、Surface が平面でない場合には、かならずしもその方程式の解は簡単ではない。Geant4 の本体から要求される DistanceToIn(p) や DistanceToOut(p) などの戻り値は、かならずしも正確な距離を要求しておらず、平面迄の正確な距離よりも短ければよいことになっている。したがって、Exact ではないが Best な解を求めればよい、という方針に立つと、HyperbolicSurface への最短距離は点 p が HyperbolicSurface よりも内側（中心側）にあるか、外側にあるかでアプローチが異なる。

p が HyperbolicSurface よりも外側にある場合

点 p が HyperbolicSurface よりも外側にある場合には、点 p から Surface へ下ろした垂線の代わりに、Surface 上に張られた弦への垂線の長さを返すことにする。従って、正しく弦の両端の点を選ぶことが重要である。

対称性を利用して、 p が $z > 0$ の領域のみ考える。このような領域では、弦の端点のうち1点は p と同じ z 座標を持つ Surface 上の点 XX_1 を選ばればよいことがわかる。この場合、垂線の足 XX の z 座標は、 p が $z=0$ 平面上にあるときに XX_1 と一致し、最小値をとる。2点目の XX_2 は、 XX の z 座標が XX_2 の z 座標を決して超えないようにとらなければならない。ところで、 XX_1 と XX_2 を結んだ直線の傾きは、定義により決して HyperbolicSurface の漸近線 $\rho = z \tan \alpha$ を超えない。したがって、 XX_2 の z 座標は、 p からこの漸近線へ下ろした垂線の足の座標から得ればよいことがわかる。 XX_2 の z 座標 z_2 は、

$$\begin{aligned}
z_2 &= OQ \cos \alpha \\
OQ &= OR \cos \alpha \\
OR &= z_1 + prho \tan \alpha
\end{aligned} \tag{4.16}$$

から求めることができる。

p が HyperbolicSurface よりも内側にある場合

p が HyperbolicSurface よりも内側にある場合には、点 p と同じ z 座標を持つ Surface 上の点 XX_1 を計算し、そこでの接線ベクトルを求め、この接線と p との最短距離をもって Surface への最短距離の代用とする。

4.14 式より、図 4.13 の β は

$$\tan \beta = z \tan^2 \alpha / \rho \quad (4.17)$$

で表せる。 XX_2 は、この場合、接線ベクトルと $z = 0$ 平面との交点をとればよい。 $\tan \beta$ を使うと、 XX_2 も簡単に計算できるので、あとは XX_1 と XX_2 を結んだ直線と p の距離をとればよい。

GetAreaCode(p)

DistanceToSurface(p,v) で求めた Surface と粒子の飛跡の交点や、ある Surface 上の一点と、TwistedTubs Solid の境界との位置関係 (kInside, kSurface, kOutside のいずれか) を返す。交点の計算は、無限大に広がる面との交点を求めているので、その交点が Solid の表面の範囲におさまっているか否かを判別する必要がある。Surface クラス群は、データメンバに 4 つの角の座標と、4 つのバウンダリの起点、方向ベクトル、バウンダリのタイプ (直線か円弧か) を持っているので、これらの情報と交点の情報を照らし合わせて、交点と Surface との位置関係を 32 ビットのコードで表す。

J4HyperbolicSurface の場合、z の増加につれて、kInside と判断される有効領域が phi 軸方向に増減・回転する。従って、まず交点の z 座標の位置での phi 軸方向の有効領域を GetAreacodeInPhi(p) 関数で求め、この戻り値と z 軸方向の有効領域を合わせて最終的な位置関係を割り出している。

4.2.6 J4TwistedSurface クラス**TwistedSurface の表式**

TwistedSurface は、平面を phi 方向に捻った形をしている。注目すべき点は、この曲線も直線の集合であるという点である。HyperbolicSurface と同様に、ワイヤー方向に直線を含むと同時に、直線 AB が回転しながら A'B' まで移動する、という意味で半径方向にも直線を含む。

図 4.14 は、この平面に含まれるワイヤーの 1 本を表したものである。このとき、座標系は、ワイヤー上の $z=0$ の点が、x 軸に乗るように取ると約束する。すると、ワイヤー上の点 p の x 座標、y 座標は、図中の角度 ϕ' を用いて、

$$\frac{y}{x} = \tan \phi' \quad (4.18)$$

と置けるが、この $\tan \phi'$ は 4.8 式より、 $\frac{2z}{L} \cdot \tan(\frac{\Delta\phi}{2})$ である。そこで、 $\frac{2}{L} \cdot \tan(\frac{\Delta\phi}{2})$ を κ とおくと、p の座標 (x, y, z) は、

$$\begin{aligned} x &= R_c \\ y &= R_c \tan \phi' \\ &= R_c \kappa z \\ z &= z \end{aligned} \quad (4.19)$$

と書ける。

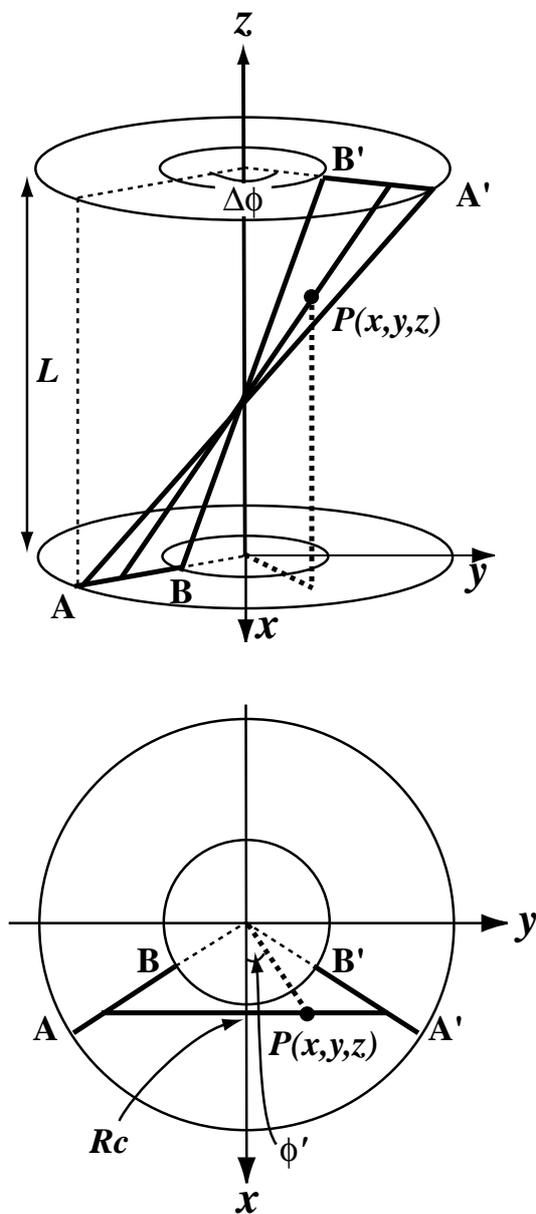


Figure 4.14: TwistedSurface のパラメータ

DistanceToSurface(p, v)

任意の点 $p_0(p_{0x}, p_{0y}, p_{0z})$ から速度 $v(v_x, v_y, v_z)$ で飛来する粒子と HyperbolicSurface との距離は、飛来する粒子の HyperbolicSurface の座標を $XX(p_{0x} + tv_x, p_{0y} + tv_y, p_{0z} + tv_z)$ とすると、次の二次方程式の解として求められる。

$$(\kappa v_x v_z)t^2 + ((v_x p_{0z} + v_z p_{0x})\kappa - v_y)t + \kappa p_{0x} p_{0z} - p_{0y} = 0 \quad (4.20)$$

注意すべき点は、この二次方程式の解が、 $x < 0$ の場合を含んでいる点である。直線のワイヤーを傾けて張ることの出来る角度は、どのような場合であっても最大 $\Delta\phi = \pi$ までである。このことを考慮に入れると、 $x = R_c$ は必ず正でなくてはならない。また、 $\Delta\phi$ は、ワイヤーの始点から終点までの捻り角であるが、4.20 式は z 方向にも無限大の広がりを持っているので、 z 方向の境界も考慮しなければならない。これらの値の選択は、実際に解を求めてから行えばよいので、4.20 式では R_c の代わりに x を用いている。

この面の法線を求めるには、面を表す式の変数を 2 つとり、2 変数方向の面の接ベクトルを求め、これら 2 つのベクトルに垂直なベクトルを求めればよい。4.19 式から、2 変数には z と x を取ればよいことがわかる。従って、 z 方向の接ベクトル e_z と x 方向の接ベクトル e_x は、

$$\begin{aligned} e_z &= \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial z} = R_c \kappa \\ \frac{\partial z}{\partial z} = 1 \end{pmatrix} \\ e_x &= \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial z} = 1 \\ \frac{\partial y}{\partial z} = \kappa z \\ \frac{\partial z}{\partial z} = 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

と書ける。従って、法線を求めたい点 XX が決まれば、4.21 式より 2 つの接ベクトルを計算し、この接ベクトルの外積をとれば法線が求まることになる。

DistanceToSurface(p)

任意の点 p から TwistedSurface への距離を求める方程式は、正確に扱おうとすると 4 次方程式になる。そこで、J4HyperbolicSurface の場合と同じく、なるべく真の最短距離に近く、かつ必ず真の最短距離よりも短い距離を求めることにする。

簡単のため、TwistedSurface と点の距離を、TwistedSurface に近い平面と点の距離に近似する。図 4.15 は、この平面を選ぶ手順を表したものである。TwistedSurface は、鞍点を含む面であり、例えば図 I の対角線 AC 方向は p 点から見ると凹であるが、BD 方向には凸となる。また、この同じ面を裏側から見ると、AC 方向に凸、BD 方向に凹になる。そこで、まず TwistedSurface の半径方向の境界線 m 、 n 上の点 A 、 C を、これら 2 点の z 座標が点 p の z 座標を挟むようにとる⁹。次に、これら A 、 C から z 軸を通り z 軸に垂直な線をひく。この直線は TwistedSurface 上に完全に乗るので、この直線ともう一方の境界との交点をそれぞれ B 、 D とする。A、B、C、D が決まったら、AC、BD のうち、点 p から見て面が凹になる方向に対角線をひく。必ず真の最短距離よりも短い距離を返さなければならないので、この対角線の選び方が本質的に

⁹実際には、まず点 p から m 、 n に垂線を下ろし、その足をそれぞれ A 、 C とする。ここで、もし点 p の z 座標が A と C の囲む z 座標の範囲から外れていたなら、点 p と同じ z 座標をもつ境界線上の点を計算し、 A または C をその座標に置き換えている。

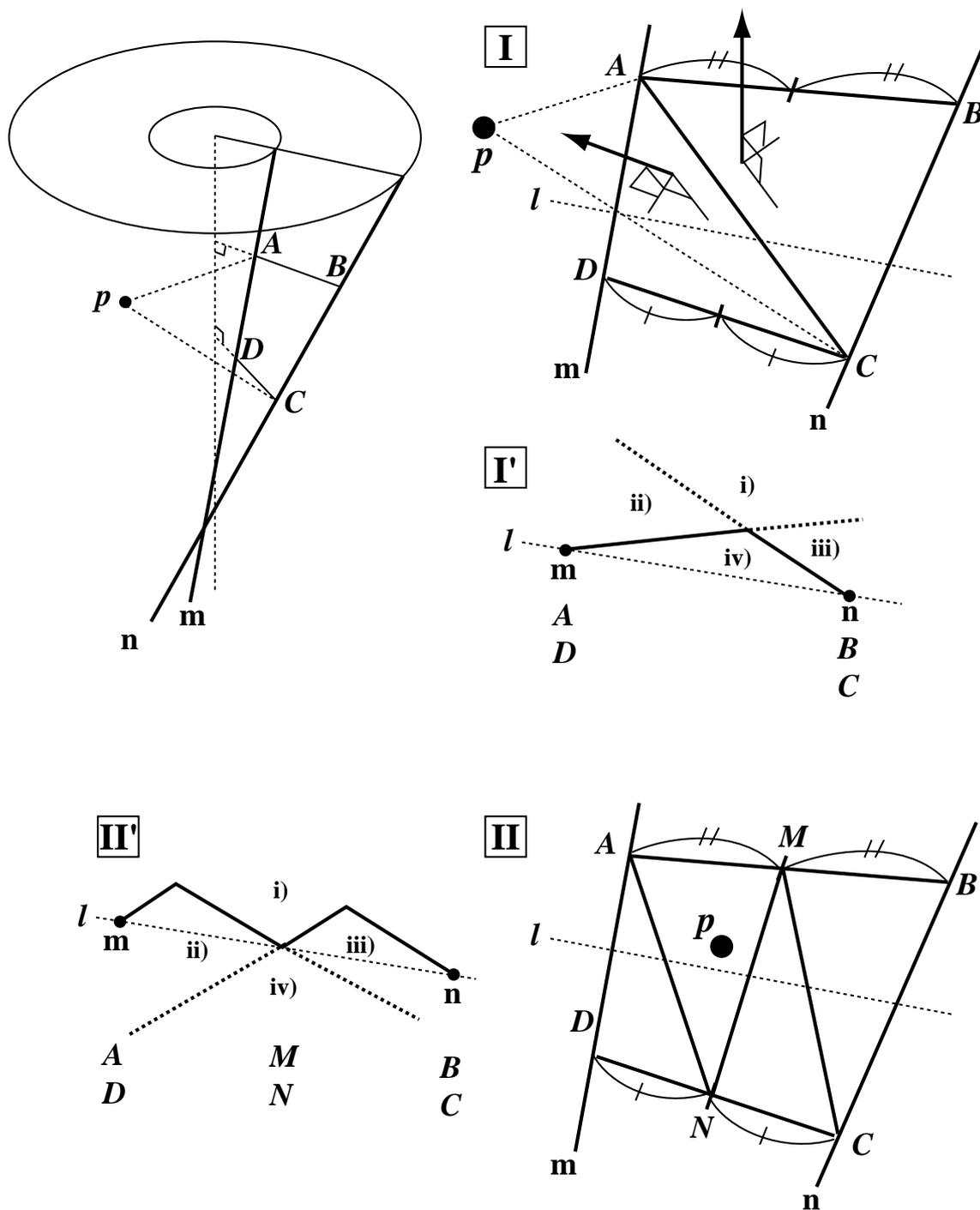


Figure 4.15: TwistedSurface と点の間の距離の求め方

重要である¹⁰。ここでは、ACの方向に引いたものとする。このようにして引いた対角線ACと、AB、CDのベクトルを使って、2つの平面ADC、ABCが定義出来る。これらの法線ベクトルの方向は、図4.15-Iに示す通りであり、かならずTwistedSurfaceに対し、点pの存在する側を向いていなければならない。

ここから、点と平面との距離を求める作業は、図4.15-I'に示す点pの場所によって次の二通りに別れる。

A) 図4.15-I'の領域i), ii), iii)にpがある場合

この場合は、正の距離を返すもののうち最も小さい値をとればよい。領域i)では、平面ADC、ABC共正の距離となるので、これらのうち小さいものを返す。領域ii)では、平面ADCに対しては正の距離を返すが、平面ABCに対しては負の距離になる。実際に欲しい値は平面ADCへの正の距離の方なので、負の値は無視する。領域iii)でも同様である。

B) 図4.15-I'の領域iv)にpがある場合

この場合には、どちらの平面への距離も負になってしまうので、平面を切り直さなければならない。そこで、AB、CDの中点をそれぞれM、Nとすると、直線MNはTwistedSurfaceに完全に乗るので、Iと同様に、四角形ADNM、MNCBから平面ADN、AMN、MNC、MBCを定義出来る。このうち、平面ADN、MBCは、既にIでテスト済みであるので、ここでは平面AMN、MNCへの距離のみ計算すればよい。図4.15-I'に示す点pの場所によって、ここからの作業はまた2通りに別れる。

B-1) 図4.15-II'の領域i)にpがある場合

この場合には、平面AMN、MNCへの距離のうち、より小さい方をとれば良い。

B-2) 図4.15-II'の領域ii), iii)にpがある場合

これらの場合には、図4.15-I'におけるiv)の場合と同等のことが起こっているとみなせるので、再び四角形ADNMもしくは四角形MNCBをとり、これらを半分に割って同じ作業を繰り返す。どちらの四角形を選ぶかは、平面AMN、MNCへの距離を見ればよく、点pは負の値を返す平面側に存在するので、点pの存在する側の平面を含む四角形を分割する。

B-1) 図4.15-II'の領域iv)にpがある場合

対角線の引き方の定義により、この領域に点pがあってはならない。現在のコードでは、もしここに点pが存在する場合には、プログラムをabortして終了する仕様になっている。

このB)のルーチンは、B-2)の場合に再帰的に呼ばれるようにすべきである。そこで、J4TwistedSurfaceクラスは、B)の作業を行う関数として、DistanceToPlane関数を持っている。DistanceToPlane関数は、B-2)

¹⁰正しい対角線を自動的に選ばせるのは、実はそれほど単純ではない。現在のコードは、次のようなテストを行い、合格しなかったものは間違った対角線をひいたとみなして値の入れ替えを行っている。

1. $\Delta\phi$ が正のとき1、負のとき-1
2. 点pがTwistedSurfaceの $-\phi$ 側にいるとき1、 $+\phi$ 側にいるとき1、Surface上にあるとき0
3. Aのz座標-Cのz座標

上の1~3をかけ合わせ、正なら合格、0のときは、2が0なら距離0で値を返し、3が0なら直線ACとの交点までの距離を返す。負の場合は不合格とみなし、AとD、CとBの値を入れ替える。

の場合に自分自身を再帰的に呼出し、最終的に B-1) の状態に到達したところで値を返す。DistanceToSurface 関数は、図 4.15 - I' の領域 iv) に p が存在する場合に、DistanceToPlane 関数を呼び出すのみで求める距離を得ることができる。

GetAreaCode(p)

HyperbolicSurface と同様に、ある Surface 上の一点と、Surface の境界との位置関係を返す。TwistedSurface の場合、x-z 平面で見ると、領域の形は長方形になるため、境界の判定は単純に x と z の範囲を見るだけでよい。

4.2.7 J4FlatSurface クラス

FlatSurface の表式

J4FlatSurface クラスは、平面を代表するクラスであり、アルゴリズムとして特に新しいものはないため、詳細は割愛する。ただし、座標系は、常に面の法線が z 軸方向を向き、面上の点の z 座標が 0 になるように置くものとする。

4.2.8 J4TwistedTubs のテスト

テスト用環境「THEBE」

作成した J4TwistedTubs が正しく作動することを確かめるために、テスト用の環境 THEBE (Test Home for Examining Bugs and Errors) を整備した¹¹。次節で述べる JUPITER のベースクラス群にデバッグ用のメソッドを加えたものであり、これらのデバッグメソッドを有効にするにはコンパイルの時に `__THEBE__` 環境変数を与えればよい。THEBE で使えるデバッグメソッドは以下の通りである。

J4cerr, J4endl のサポート

J4cerr は、J4cerr アウトプットストリームで出力されたエラーメッセージの、トラック単位、Event 単位の出力先変更を可能にする。現在サポートされている出力先は、標準出力、ファイル書出し、`/dev/null`¹²への出力である。切り替えは、コマンドラインから指定可能である。

テスト用ビームのサポート

Solid のテストには、定点から 360 度方向にランダムに打ち出すビームに加え、Solid の周辺 360 度から定点に向けてランダムに打ち込むビームが必要である (DistanceToIn のテストのため)。THEBE 環境では、Solid の大きさから自動的にビームの発射位置を計算し、Solid 内部の定点に向けて打ち出すビームを装備している。

テスト用セットアップには、CDC のレイヤーの一部分を簡易化してインストールした。外側から、Geant4 標準の G4Tubs で作った円筒状のレイヤー、その内側に $\Delta\phi = \pi/3$ 、捻り角 $\pi/3$ の TwistedTub 型の MotherVolume、その内側に、MotherVolume と同じ捻り角で $\Delta\phi = \pi/6$ の TwistedTub 型 DaughterVolume を

¹¹後に述べるように、JUPITER の周辺プログラムには木星の衛星名がつけられているが、THEBE も木星の第 4 衛星である。

¹²UNIX の書き捨て用デバイス。このデバイスを指定すると、実際にはメモリ上への書出しを行わないので、エラーメッセージが累積してファイルサイズが膨張しハードディスクを食いつぶす危険を回避できる。

2つ置いた。また、計算時間の比較のために、MotherVolume、DaughterVolumeをG4Tubsで作成したものを用意した。

geantino によるテスト

geantinoはGeant4に標準装備されている、相互作用を起こさない仮想粒子である。Geant4では、粒子が物理反応を起こしたときと、検出器を横切ったときにステップを切ることになっているため、geantinoが作るヒット情報は、検出器と飛跡の交点のみということになる。従って、自作のSolidが正しく作動することを確かめるには、まずgeantinoを入射して正しいヒット情報が得られることを確かめる必要がある。

図4.16は、MotherVolumeの周囲360度から、geantinoを10000イベント入射して得たヒット点である。10000イベント全てが、正しくTwistedTubの表面にヒット点を生成した。

pythia イベントによるテストとG4Tubsとの比較

geantinoは、磁場とも相互作用しないため、geantinoによるテストでは、粒子がSolidの境界を掠める場合や、デルタ線などの低いエネルギーの粒子が小さくカールして何度もSolidの境界を跨ぐ場合などに正しい動作をするか否かを確かめることができない。そこで、実際にCDCのシミュレーションで用いる $e^+e^- \rightarrow ZH$ 、重心エネルギー350GeVのヒッグスイベントをpythia[28]で生成し、テストを行った。

この場合、CDCを突き抜けるトラック(横運動量1GeV以上)は1イベントにつき30~50本程度であるが、このテスト環境では外側のカロリメータがないため、比較的低いエネルギーのトラックはSolidの外で回転して再度Solidに入射する。DaughterVolumeが大雑把に見積もって $\pi/3$ をカバーしていると考えると、1イベントにつきDaughterVolumeを突き抜けるトラックの数は5~8本程度、回転して戻って来るトラックを考えると1イベントにつき約10本程度はDaughterVolumeを通過すると考えられ、1000イベントでは約10000トラックのテストが行える。PowerMachintosh 800MHz (Dual CPU)で実際に走らせた結果、計算時間11647秒で正常終了した。

同時に、J4TwistedTubsの計算時間を調べるため、MotherVolumeとDaughterVolumeをGeant4標準装備のG4Tubs(円筒形を ϕ 方向に分割したもの)に置き換えて、同じくヒッグスイベント1000イベントを入射した。総計算時間は9242秒、J4TwistedTubsを使ったプログラムより25%ほど早く終了した。この程度の時間差は十分実用に耐える範囲であり、まだ若干スピードアップのための改良の余地を残すものの、J4TwistedTubs本体のアルゴリズムはこれで定着したと言える。

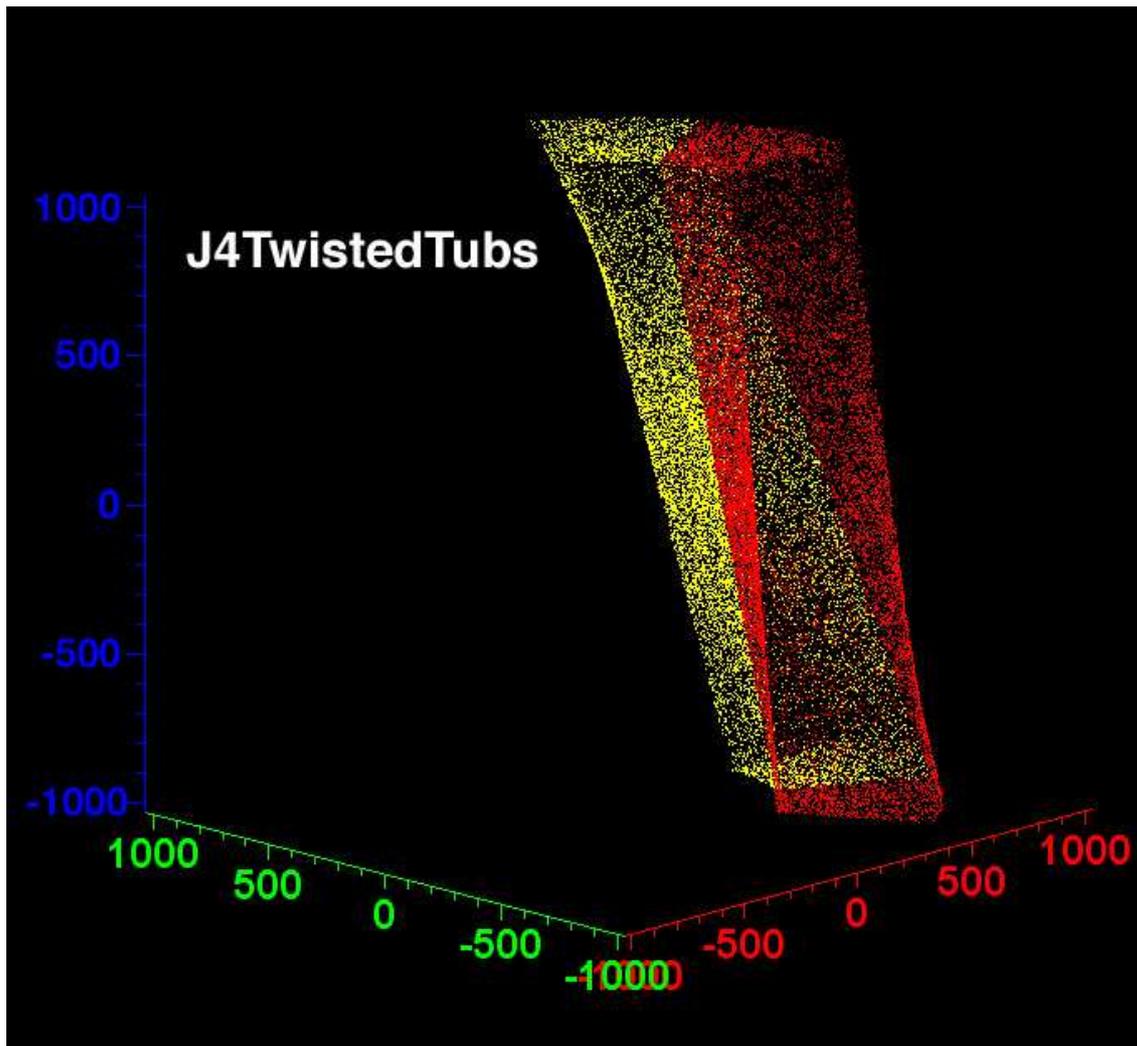


Figure 4.16: J4TwistedTubs で作った DaughterVolume と geantino の交点。黄色の DaughterVolume は赤の DaughterVolume をコピーして配置した。

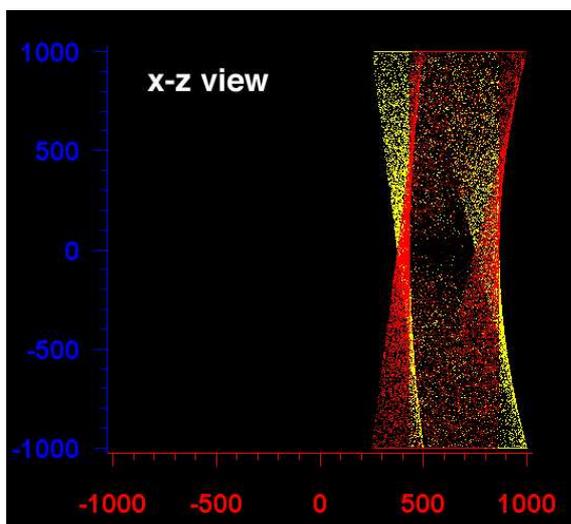


Figure 4.17: x-z 射影

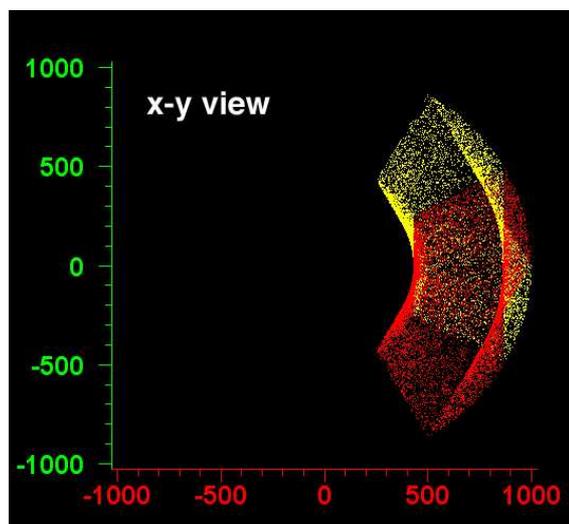


Figure 4.18: x-y 射影

```

*****
*****_event_number_999_*****
*****
EventAction :: HCTE = 2
EventAction::EndOfEvent is called
J4VSD::OutputAll: nhits = 546 for SDName ExpName:Geom:GeomMother:GeomDaughter_0
J4VSD::OutputAll: nhits = 257 for SDName ExpName:Geom:GeomMother:GeomDaughter_1
EventAction::OutputAll finished
*****
*****_event_999_finished *****
*****
* Output of Accumulated Time *****
* -----+-----+-----+-----+
* Timer Name                               Real[s]   System[s]   User[s]
* -----+-----+-----+-----+
*           J4EventAction:EventTimer       11646.5    0           11284.5
*           J4TwistedTubs:Inside            183.54     0           186.96
*           J4TwistedTubs:DistanceToIn      2944.09    0           2847.06
*           J4TwistedTubs:DistanceToInWithV  64.96      0           61.71
*           J4TwistedTubs:SurfaceNormal     32.56      0           31.67
*           J4TwistedTubs:DistanceToOut     78.29      0           73.16
*           J4TwistedTubs:DistanceToOutWithV 19.07      0           18.74
*****
#events generated= 1000
JUPITER(Idle)[/][2]:[]

```

Figure 4.19: J4TwistedTubs をインストールしたテストプログラムでの、ヒッグスイベント 1000 イベントの計算時間。EventTimer の欄が総計算時間、その下は各関数での総計算時間である。

```

*****
*****_event_number_999_*****
*****
EventAction :: HCTE = 2
EventAction::EndOfEvent is called
J4VSD::OutputAll: nhits = 186 for SDName ExpName:Geom:GeomCylindricalMother:GeomCylindricalDaughter_0
J4VSD::OutputAll: nhits = 109 for SDName ExpName:Geom:GeomCylindricalMother:GeomCylindricalDaughter_1
EventAction::OutputAll finished
*****
*****_event_999_finished *****
*****
* Output of Accumulated Time *****
* -----+-----+-----+-----+
* Timer Name                               Real[s]   System[s]   User[s]
* -----+-----+-----+-----+
*           J4EventAction:EventTimer       9241.9     0           9086.48
*           G4Tubs:Inside                   0          0           0
*           G4Tubs:DistanceToIn             375.11     0           415.45
*           G4Tubs:DistanceToInWithV        8.25       0           8.14
*           G4Tubs:SurfaceNormal            0          0           0
*           G4Tubs:DistanceToOut            69.11     0           70.76
*           G4Tubs:DistanceToOutWithV       8.63       0           8.59
*****
#events generated= 1000
JUPITER(Idle)[/][2]:[]

```

Figure 4.20: J4TwistedTubs の部分を全て G4Tubs に変更した場合のヒッグスイベント 1000 イベントの計算時間。

4.3 Monte-Carlo Truth 生成プログラム JUPITER の作成

この節の概要

この節では、新しいフルシミュレータのフレームワークである JUPITER について述べる。まず JUPITER の特徴について述べた後、JUPITER の主なベースクラスについて概説する。最後に、実際に CDC の実装を行い、実際に pythia で生成した $e^+e^- \rightarrow ZH$ のイベントを走らせた際のイベントディスプレイを紹介する。

4.3.1 特長

JUPITER とは、JLC Unified Particle Interaction and Tracking EmulatoR の略である。前述の通り、物質と粒子の反応部分のシミュレーションを Geant4 に依っているが、Geant4 は近年、宇宙線分野、医学から地雷発見などの平和利用まで、広く使用されるプログラムに発展しており、Geant3 に比べ、より高エネルギー実験色の薄い汎用プログラムになった。従って、個々の事例に応用する際、特に JLC のような大型プロジェクトで使用する際には、よりユーザーが使用しやすいように、アプリケーションを開発する必要がある。表 4.1 は、主な高エネルギー実験プロジェクトのうち、Geant4 をもとに独自のアプリケーションを開発した例である (もともとあるフレームワークの一部として開発された例を含む)。

測定器/プロジェクト名	アプリケーション名
ATLAS	Athena
BaBar	Bogus
Tesla	Mokka
NLC	JLDG4
JLC	JUPITER

Table 4.1: 測定器 (プロジェクト名) と Geant4 ベースのアプリケーションの対応

JUPITER では、JLC の測定器パラメータがまだ完全に決定していない点、今後のバックグラウンドの研究によっては、大幅なデザイン変更があり得ることなどから、次の 3 点の特性を要求された。

1. 複数の研究グループが同時に開発可能であること。
2. 可能な限り、実器のデザインに近付けるため、検出器のコーディングそのものが簡単であること。
3. 検出器デザインの変更が簡単であること。特定の測定器や、測定器の一部のインストール/アンインストール、置き換えを含む。

これらの要求が如何にして実現し得るかを、以下に示す。

複数のサブグループによる同時開発

JLC には、パーテックス、Intermediate Tracker、CDC、カロリメータ、ミュオンチェンバーの測定器開発グループがあり、さらにビーム衝突点グループ、ソレノイド磁石などの測定器以外の研究グループがあ

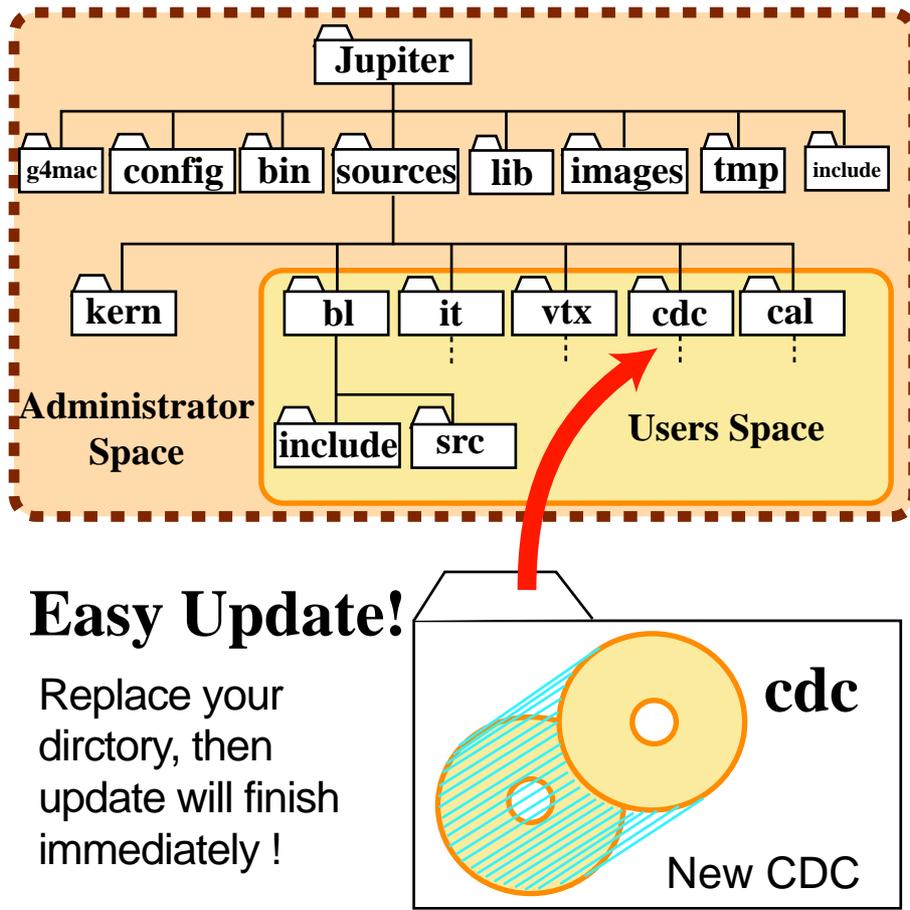


Figure 4.21: JUPITER のディレクトリ構造

る。これらのサブグループが同時にシミュレータの開発を行えるようにするためには、これらのグループが担当する部分を完全に独立になるように分けてしまうのが良い（各検出器のモジュール化）。

図 4.21 は、これをもっとも単純明快な形で実現したものである。各サブグループには、それぞれのディレクトリ（ワークスペース）を割り当て、自分のディレクトリの中のファイル以外の変更は、原則として行えないようにした。これにより、各サブグループは、いつでも好きなときに自分の担当する検出器のアップグレードを行うことができる。アップグレードは、ただディレクトリごと新しいものに置き換えるだけでよい。

シミュレータの管理者は、kern（kernel の略。意味するところは木星の核である）ディレクトリの管理を行い、各サブグループに物質を置いてよいスペースを配分する。kern ディレクトリには、Geant4 を走らせる為のクラス（Event, Run, Physics に関係するクラス）、視覚化のためのクラス、メインプログラムなどが置かれており、この kern クラスだけで、実験室がひとつ置かれているだけのミニマムセットを作成し、イベントを走らせることができる。

プログラムコーディングの簡易さ

一般に、このようなシミュレータを開発するのは、実験家であってプログラマーではない（既に実験開始が決まっている大型プロジェクトを除く）。実験家は多忙であり、時間もコストもかかるビーム実験をいかにして効率よく行うかを知る為にシミュレータを作成し、シミュレーションを行うのであるから、シミュレーションを作成する場面で時間がかかってしまえば、その魅力は半減してしまう。

まず第1に要求されることは、検出器の構造を細部まで作り込む作業の回数を可能な限り減らすことである。同じ構造を持つものを組み立てるのはただ1度でよく、あとはその形をもつオブジェクトを大量に量産すればよい。これはまさしく、ユーザー定義型を提供する C++ のもっとも得意とするところであり、この特性をいかに生かすかが、アプリケーション構築のキーポイントになる。

第2には、マニュアルを熟読しなくても、そこそこのコーディングが行えるだけのプログラミングコンセプトを提供することである。勿論、細かいシミュレーションを行うにはマニュアルは不可欠であるが、時間がない実験家が、単純な検出器部品の構造をコーディングするのに、分厚いマニュアルを読破しなければならないようでは使いにくいことこの上ない。Geant4 は大変優れたプログラムであるが、汎用に開発されているが故に、非常に細かい機能に分けてクラスが定義されており、ひとつひとつを眺めてみてもそれが構成する具体的な物体、概念等（オブジェクトと呼ぶ）が見えにくい。そこで、JUPITER では、プログラミングそのものが、なるべく実際の実験における検出器の組立、インストールなどと同じ感覚で行えることを目標とする。実際検出器部品をそのままオブジェクトとみなしてコーディングすれば、あとは実際の実験で行う作業を表す関数を呼べばよいように設計する。

検出器デザインの柔軟性

Geant4 には、検出器のジオメトリを記述するための様々な道具が揃っている。4.1.2 節で述べたように、フルシミュレータには、検出に関係ない大変複雑な形をした部分も詳細に入れることが必要になるため、このような部分は、一般に、CAD 等のアプリケーションを用いて記述したものを Geant4 のオブジェクトに変換する形がとられる。

しかし、検出器の構造は、パラメータチューニング（グローバル、ローカルの両方を含む）のために頻繁に変更される。1 レイヤーに含まれるセルの数を変更する度、内部のセンスワイヤーの配置情報も含めて、いちいち CAD で書き直していたのでは、大変な時間の無駄である。また、検出器を構成する部品は、一般に円柱や箱形で表現できるような単純な形をしたものが多く、必ずしも CAD の助けを借りる必要はない。更に、JLC では、Intermediate Tracker のようにまだ具体的な内部構造が決まっていない検出器も存在する。このような場合に、まず Intermediate Tracker の部分に物質の層をいれておき、具体的なデザインが設定された時点で、層の内部に詳細な構造を作り込めることが重要である。これらのことが簡単に出来るためには、検出器の部品が適切な階層構造を持ち、様々な命令（関数）が階層の終端まで再帰的に呼ばれて、検出器全体に伝わるような形を取るのが好ましい。

これらの全ての要求を C++ というプログラミング言語で実現するための解は、サブグループのユーザーが必ず継承すべきベースクラスを作成することである。これらのベースクラスを継承して検出器を作り込んでいくことによって、ユーザーは実際検出器を組み立ててインストールする感覚でプログラムを作成できる。次節では、このベースクラスについての詳細を述べる。

4.3.2 ベースクラス構造

JUPITER のベースクラスは、大きく分けて、次の3つの区分に分けられる。

1. 検出器のジオメトリカルな部品 (Detector Component) が共通して持つべき特性を集約したベースクラス (J4VComponent、J4VXXXDetectorComponent)
2. 検出器の反応部分 (Sensitive Detector) に関する共通特性を集めたクラスと、Monte-Carlo Exact Hit を扱うベースクラス (J4VSensitiveDetector、J4VSD、J4VHit)
3. 物質の定義と管理を行うクラス (J4VMaterialStore、J4XXXMaterialStore)

これらのクラス同士の UML 図を、図 4.22 に示す。なお、頭に J4 がついているのが JUPITER のクラス、G4 がついているものは Geant4 のデフォルトのクラスである。

J4VComponent クラス

J4VComponent は、全ての検出器部品 (広くは加速器部分の部品も含まれる) の親となるベースクラスである。J4VComponent クラスは、検出器を構成するそれぞれの部品 (コンポーネント) のひな型の原形として働くが、そのひな型は固定された形、材質のコンポーネントを量産できるだけでなく、少しずつ大きさの違うコンポーネントを生成したり、材質の違うコンポーネントを生成したりすることもできる。

J4VComponent クラスは、Geant4 の用語でいう PhysicalVolume 1 つに対し、1 つのオブジェクト¹³を作るよう設計されている。これは、Geant4 で測定器のジオメトリを定義する際に必ず必要な3つのオブジェクト (Solid、LogicalVolume、PhysicalVolume) のうち、もっとも実際の測定器部品に近い特徴を備えているからである¹⁴。以下に、J4VComponent クラスのデータメンバと、代表的な関数 (機能) について述べる。

データメンバと自動ネーミング機能

表 4.2 は、検出器の部品がもっているべき属性と、J4VComponent クラス中での表現の対応を示す。なお、*がついているものは対応するコンポーネント (オブジェクト) へのポインタを所持していることを示す。このうち、名前は、個々のコンポーネントを特定するために大変重要であるが、それゆえに重複した名前をつけると大変なことになる。したがって、JUPITER では全てのコンポーネントの名前は J4VComponent クラスが重複しないようにつける仕様になっている。

名前を正しくつけるためには、コンポーネントを生成するひな形である DetectorComponent クラスが、自分自身からいくつのオブジェクトが作られるかを知っていなければならない。また、これらの情報をひな形が所持することによって、円筒の分割によって部品を作ったりする場合に作業を簡略化出来る (例: 1 レイヤー中に N 個詰められたセルの幅を自動計算させるなど)。

そこで、これらの値をデータメンバに加える。更に、プログラムの操作上検出器部品に付加しておいた方が便利なものを加えて、表 4.3 に示す。ただし、ここでの数とは、同じ階層に属するコンポーネントの数 (同じ親コンポーネント中にインストールされる兄弟コンポーネントの数) を示す。

¹³ オブジェクト指向のオブジェクトだが、ここでは測定器の個々の部品を表すコンポーネントだと思ってほぼさし支えない。

¹⁴ Solid は検出器部品の形のみを定義する。LogicalVolume は、Solid に材質、感応領域であるか否か、絵を描かせたときに表示するか否か、などの情報を合わせたものである。PhysicalVolume は、LogicalVolume にそれが置かれる位置、回転角度などの配置情報を合わせたものである。従って、ビームラインにインストールされた検出器は配置情報を持つので、PhysicalVolume が一番近い。

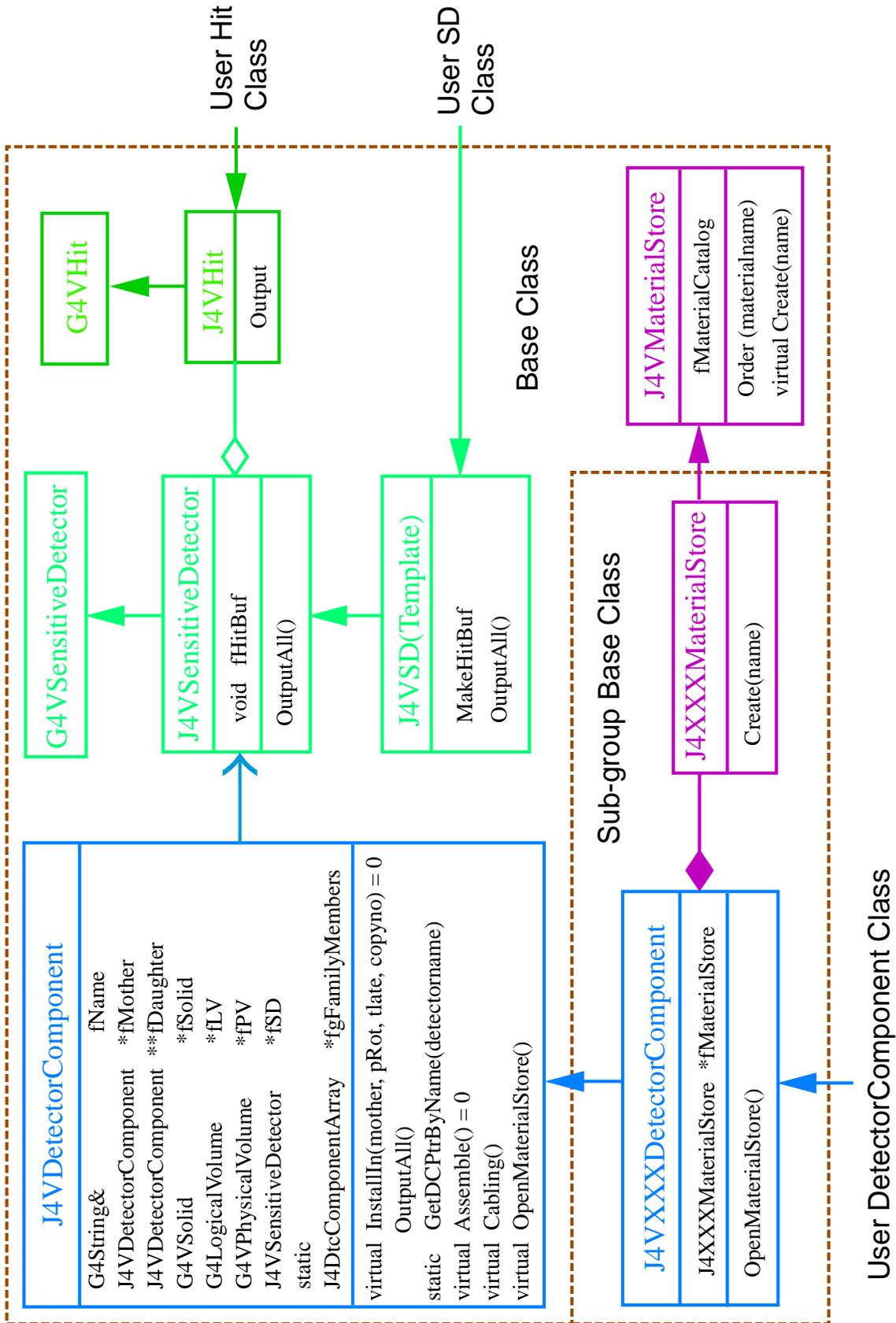


Figure 4.22: JUPITER の Base class

検出器コンポーネントの持っているべき属性	クラスの中での表現	
名前	G4String	fName
形、形状	G4VSolid*	fSolid
材質	G4LogecalVolume*	fLV
位置情報	G4VPhysicalVolume	fPV
内包する検出器コンポーネント	J4DtcComponentArray	fDaughters

Table 4.2: 検出器が持っているべき属性とクラス中のデータメンバの対応

検出器コンポーネントに付加された属性	クラスの中での表現	
自分自身がインストールされる親コンポーネント	J4VComponent	fMother
同クラスで作られる形等の違うコンポーネントの数	G4int	fNbrothers
形等の違ったコンポーネントのうちの何番目か	G4int	fMyID
同クラスで作られる同形のコンポーネントの数	G4int	fNclones
同形のコンポーネントのうちの何番目か	G4int	fCopyNo
測定器全体に含まれるコンポーネントのリスト	J4DtcComponentArray	fgFamiryMembers

Table 4.3: J4VComponent クラスに付加されたデータメンバ

まず、形や材質の違うコンポーネントを考える。例としては、たとえば1セルの中に含まれる5本のワイヤーに割り当てられた DriftRegion などが挙げられる。これらは、Sense ワイヤーを内包し、同じ原理でトラックの通過位置を検出するものであるから、同じひな形から作られるべきであるが、セルは扇形をしているので、5つの DriftRegion は微妙にドリフト領域の大きさが違う（仮に兄弟コンポーネントと呼ぶ）。これらの大きさの変化をパラメトライズするためには、全体でいくつの兄弟コンポーネントがあるかを表す変数と、自分自身がそのうちの何番目かを記憶させる変数とを、コンポーネントのひな形が持っていることが望ましい。このことによって、大きさなどのパラメトライズの部分を完全にひな形クラスの中に閉じ込めることができる。

次に、まったく同じ形、同じ材質のクローンコンポーネントを、配置する場合を考える。単純にコピーを並べる場合には、上と同じ議論でクローンの数と自分が何番目かを表す数があればよい。クローンの数を指定するのは、測定器の部品には全体の何分割かで一つの形が決まるものが多いからである。

更に、特別な場合として、ある単純な形を平面で等分割し、すきまなく並べる場合を考える。この場合には、Geant4 側でレプリカ (G4Replica) というクラスが用意されており、これを用いることで若干プログラム実行時のメモリを減らすことができる。レプリカは、円筒、箱形などを与えられた分割数で等分割して配置するコンポーネントの作り方であるが、実体は分割された1つ分の PhysicalVolume が存在するだけであり、この一つの PhysicalVolume がトラックのやってくる場所に移動して、あたかもたくさんのクローンコンポーネントが存在するかのように働いている。したがって、コンポーネントのひな形が持つべき数は、レプリカに対してはクローンの総数だけでよい。更に、fCopyNo に-1を入れることによって、生成されたコンポーネントがレプリカによって配置されるものであることを示す¹⁵。

¹⁵Geant4 では、(コピーを含め) 単純に親オブジェクトの中に娘オブジェクトを配置する場合 G4PVPlacement を使うが、Replica と PVPlacement を同じ親オブジェクトの中に同時に配置することを禁じている。したがって、fNclones に入る数は、コピーによるクローンの総数か、レプリカによるクローンの総数かのいずれかである。

最後の `fgFamilyMembers` は、この `J4VComponent` クラスから作られたオブジェクト全てに対し1つしかない配列であり、`J4VComponent` から継承して作られた全ての検出器コンポーネント（オブジェクト）へのポインタを記憶している。つまり、`J4VComponent` クラスは、実験室にどんな名前の検出器コンポーネントが存在するかを知っているのである。そこで、名前から逆に個々の検出器コンポーネントへのポインタを辿る `GetDtcComponentByName` 関数を用意し、検出器のヒットを書き出すか否かをコンポーネント単位で設定したいとき等に使えるようにした。類似の機能は `Geant4` にも存在するが、この関数の利点は戻り値のポインタが `J4VComponent` 型のポインタであり、`J4VComponent` にインプリメントされている便利な関数が自在に使える点にある。

Assemble 関数

`Assemble` 関数は、名前の通り、検出器コンポーネントの組み立てを行う関数である。`Geant4` の用語でいえば、`LogicalVolume` をセットするところまでを行う。検出器コンポーネントは、その内部にまだ内部構造があれば、その内部構造を作り込んだところで形が完成するのであるから、内部にインストールされるコンポーネントを作成¹⁶するのは、基本的にはこの `Assemble` 関数の中である。

検出器コンポーネントの組立は、実験ではインストールよりも随分前に行うことが多いが、かならずしもこの点においてまで実験を模倣する必要はなく、インストールの直前で組み立てが仕上がっていればよい。したがって、基本的に `Assemble` 関数は後に述べる `InstallIn` 関数の中で呼ばれるべきものであり、外部に公開する必要のないものである。そこで、`Assemble` 関数はプライベート関数に設定した。これにより、検出器コンポーネントのジオメトリ・材質等についての完全な情報隠蔽が行われ、あるコンポーネントの内部の構造変更がその他のプログラムに影響を及ぼさない仕様になっている。

InstallIn 関数

`InstallIn` 関数は、自分自身を親コンポーネントにインストールするための関数である。引数に親コンポーネントへのポインタをもらい、主に、その中にどのような形態でインストールされるのかを記述する¹⁷。引数に位置や回転をとることも出来るので、親コンポーネントの `Assemble` 関数の中で、位置を指定して娘コンポーネントの `InstallIn` 関数を読んでやれば、親コンポーネントの望みの位置にインストールすることが可能である。この関数は親コンポーネントから呼ばれるため、当然パブリック関数である。実際のコーディングの一例を、図 4.23 に示す。

J4VXXXDetectorComponent クラス

表題の `XXX` には、サブグループ名が入る。ユーザーは、各サブグループに一つ、`J4VComponent` クラスを公開継承してサブグループ独自のベースクラスを作り、全ての検出器コンポーネントは、このサブグループ専用のベースクラスを公開継承しなくてはならない。

`J4VXXXDetectorComponent` クラスの役目は3つある。一つは、名前の中にサブグループ名を入れることである。これにより、もしコンポーネントに他の検出器グループと重複する名前（例えばレイヤーなど）を指定しても、全体では違った名前がつけられることになる。

¹⁶ プログラム用語で言えば、`new` 演算子で娘オブジェクトを生成すること。

¹⁷ 現実的には、`PVPlacement` を呼ぶか、`Replica` を呼ぶかの二者択一である。`Geant4` にはもう一つ `PVParametrized` というオブジェクトの置き方があるが、これは内部構造をもつオブジェクトではうまく作動しない上、実行メモリを気にしなければ `PVPlacement` で代用出来るので、`JUPITER` ではサポートしていない。

```

//*****
//-----
// constants (detector parameters)
//-----
G4String J4CDCDriftRegion::fName("DriftRegion");

//*****
//-----
// Class Description
//-----

    ⋮

//=====
// * Assemble -----
void J4CDCDriftRegion::Assemble()
{
    if(!GetLV())
    {
        // define parameters

        G4double len =
            ((G4Tubs *)GetMother()->GetLV()->GetSolid()->GetZHalfLength();
        G4double motherRmin =
            ((G4Tubs *)GetMother()->GetLV()->GetSolid()->GetInnerRadius();
        G4double motherRmax =
            ((G4Tubs *)GetMother()->GetLV()->GetSolid()->GetOuterRadius();
        G4double phi =
            ((G4Tubs *)GetMother()->GetLV()->GetSolid()->GetDeltaPhiAngle();

        G4int    nbrothers = GetNBrothers();
        G4int    myid      = GetMyID();
        G4double thick    = (motherRmax - motherRmin)/(nbrothers + 2);
        G4double rmin     = motherRmin + thick * (myid + 1);
        G4double rmax     = motherRmin + thick * (myid + 2);

        // MakeSolid -----//
        OrderNewTubs (rmin, rmax, len, phi );

        // MakeLogicalVolume ---//
        MakeLVWith(OpenMaterialStore()->Order(_CDCDRIFTREGIONMATERIAL_));

        // SetVisAttribute ----//
        PaintLV(_CDCDriftRegionVisAtt_, G4Color(0.,1.,1.));

        // Install daughter PV //
        // Install Sense Wire //

        fSenseWire = new J4CDCSenseWire(this);
        fSenseWire->InstallIn(this);

        SetDaughter(fSenseWire);
    }
}

//=====
// * InstallIn -----
void J4CDCDriftRegion::InstallIn(J4VDDetectorComponent* mother, G4RotationMatrix* pRot,
                                G4ThreeVector& tlate )
{
    Assemble(); // You MUST call Assemble(); at first.
               //

    SetPVPlacement(0,0);

    SwitchOn();
}

    ⋮

```

Full name is made from it
(ex. ExpName:CDC:Layer01:Cell:DriftRegion1)

Assemble() is a private method

Making G4Solid

Making G4LogicalVolume

Setting VisAttribute

Making a SenseWire object

Install the SenseWire object into DriftRegion object

Setting the SenseWire object as a daughter of DriftRegion object



InstallIn(mother, pRot, tlate) is a public method

When a mother component calls this function, the DriftRegion object is installed in (0,0,0) point without rotation

Figure 4.23: DetectorComponent クラスのコーディングの一例

あとの二つは、各サブグループに一つあればよいクラスを開くという役目である。クラスの中には、複数存在すると混乱を来すものがある。代表的なものが定義を行うクラスであり、検出器パラメータや検出器の材質を定義するクラスがこれに相当する。前者を `ParameterList` クラスとし、後者を別に `MaterialStore` クラスとする。これは、後者がコンポーネントの物質を合成するためのマテリアル工場を持っており、単なるパラメータリスト以上の仕事を行うためである。これらのクラスについては、後に言及する。

勿論、各サブグループ独自に付け加えたい機能があれば、このクラスの中で定義することによって、同じサブグループに属する全ての検出器コンポーネントでその機能が使えるようになる。

J4VSensitiveDetector、J4VSD、J4VHit

これらの3つのクラスは互いに連携して働くので、3つで一つの機能を提供すると考えてさし支えない。

Geant4 では、測定器の感応部分 (Sensitive Region) に対し、`G4VSensitiveDetector` の指定を行う。`SensitiveDetector` は、`LogicalVolume` に対して定義され、`LogicalVolume` の範囲内に粒子が飛び込んで来たときに、何らかのヒット情報を生成し、このヒット情報を `G4VHit` クラスのオブジェクトに詰めた上で、バッファに記録する役目を負う。

バッファに記録されたヒット情報は、イベントの終わりに出力される。このとき、書出し命令を行うのは `G4EventAction` クラスであり、このクラスはシミュレータ全体の動作に関わるクラスなので、当然サブグループユーザの触れない kern ディレクトリの中におさめられている。ここで、`G4EventAction` にユーザがアクセスしなくてもヒットの書出しを行えるようにしたのが、この3つのクラスからなる仕組みである。

まず、`G4EventAction` の中からは、`J4VComponent` クラスの `OutputAll` 関数が呼ばれる。この関数は、全ての検出器コンポーネントを再帰的にスキャンし、`SensitiveDetector` に指定されたコンポーネントがあれば、そのコンポーネントの `SensitiveDetector` の `OutputAll` 関数を呼び出す。`SensitiveDetector` の `OutputAll` 関数は、自分が持っているバッファからヒットオブジェクトを一つずつ取り出し、そのヒットオブジェクトの `Output` 関数を呼ぶ。こうして、ヒットオブジェクトに詰め込まれたヒット情報がアウトプットされる。

この仕組みがうまく働くためには、全てのサブグループの `SensitiveDetector` は `J4VSD` クラスを公開継承して作られねばならない。また、`Hit` クラスも同様に、`J4VHit` を公開継承して作られる必要がある。

J4VMaterialStore、J4XXXMaterialStore

これらは、検出器の物質を定義し、提供するためのクラスである。`J4XXXMaterialStore` の `XXX` の部分には、サブグループ名が入る。

Geant4 では、検出器の物質を自分で定義できる仕様になっている。ガスの混合比を変えたり、特殊合金を作ったりといったことも可能である。検出器のデザインを試行錯誤する段階で、物質を構成する材料の混合比を少しずつ変えてみたり、あるいは温度や圧力を変えてみたりすることは十分あり得る話であるが、その度に管理者に頼んで望みの物質を作ってもらうのは面倒である。

そこで、管理者は基本的な材料カタログを提供するのみとし、各サブグループではカタログにない材料を自分で合成出来る仕様にした。`J4VMaterialStore` クラスは、仮想関数で `Order` 関数と `Create` 関数を持つ。これを継承して `J4XXXMaterialStore` クラスを作り、`Create` 関数のみ物質を定義して実装すると、材料の `Order` を受けたときにまず `J4VMaterialStore` に行ってカタログの中を探し、そこになければ自分の `Create` 関数の中を見て物質を合成する、といった作業を行わせることができる。

このしくみは、全体で統一して使用されるべき物質は管理者の管理とし、サブグループに対し、他の検出器部分に影響を与えるような勝手な物質定義を許さない、という意味でも重要である。

4.3.3 メインプログラム

さて、各サブグループのユーザーが手を加えることのできるファイルは基本的に各サブグループのディレクトリのみだが、この他に、唯一若干の変更が許されているファイルがある。それがメインプログラム Jupiter.cc である。

メインプログラムでは、どの検出器をインストールするか、どの検出器のスイッチをオンにするか（ヒットの書出しを行うか）、どのようなイベントを発生させるか等を操作することができる。特に Hit の書出しについては、前述の `GetDtcComponentByName` 関数を用いて、名前から特定のコンポーネントへのポインタを得、ダイレクトにヒットの書出しをオンにしたりオフにしたりすることができる。これは、検出器の一部が故障して信号を出力できなくなった場合のシミュレーション等を可能にする¹⁸。

ちなみに Geant4 では、プログラムを走らせている間ならば、同様の作業が可能な仕様になっている。このメインプログラムは、その機能をソースコードの段階で簡単に行えるようにしたものである。

4.3.4 CDC の実装

これらのベースクラスを用いて、実際に CDC の実装を行った。使用したパラメータを表 4.4 に示す。

CDC の検出器コンポーネントの作成、インストールは、全て `J4CDCDetectorComponent` を継承し、`Assemble`、`Install` 関数を使って行った。図 4.24 はこの作業の流れを表したものである。DriftRegion コンポーネントは、`Assemble` された時点ではまだ配置情報を持っていない（`J4VPhysicalVolume` へのポインタが null になっている）が、親コンポーネントに `InstallIn` された時点で位置情報が付加される。図では DriftRegion の作成から始まっているが、図 4.23 のコードにあるように、DriftRegion は SenseWire を new で作成し、中央に配置して作られる。更にセルは DriftRegion の作成と配置を行い、レイヤーはセルの作成と配置を行う。従って、最初に CDC の中にレイヤーの作成と配置を行うと、そこから再帰的に内部構造が作り込まれていく。この様子を図 4.25 に示す。コーディングの順番は図の通りだが、実際にプログラムが走ったときにオブジェクトの作られる順番は CDC Layer Cell DriftRegion SenseWire の順番である。

このようにしてインストールされた CDC と Intermediate Tracker、バーテックスグループによるバーテックスの実装図を、図 4.26 に示す。カロリメータにはまだ筒状の物質がインストールされているのみであるが、4.1.3 節で述べたとおり、カロリメータグループによる具体的な構造の実装が検討され始めており、また IR グループにおいては、既に実装が開始されている。

4.3.5 Pythia によるヒッグスイベントの生成と JUPITER によるシミュレーション

CDC の構造がインストールされた段階で、JUPITER によるヒッグスイベントのシミュレーションを行った。Geant4 には HEPEvt 形式のインターフェースがあるので、ExampleN04 に付属する `pythia_main.f` に手を加え、Pythia で重心系 350GeV の $e^+e^- \rightarrow ZH$ イベントを生成、HEPEvt 形式で出力を行った。こ

¹⁸ コンポーネント単位（すなわち PhysicalVolume 単位）であるので、Replica でならべたもののスイッチをオフにすると、Replicate された部分の全てが不感領域になってしまう。

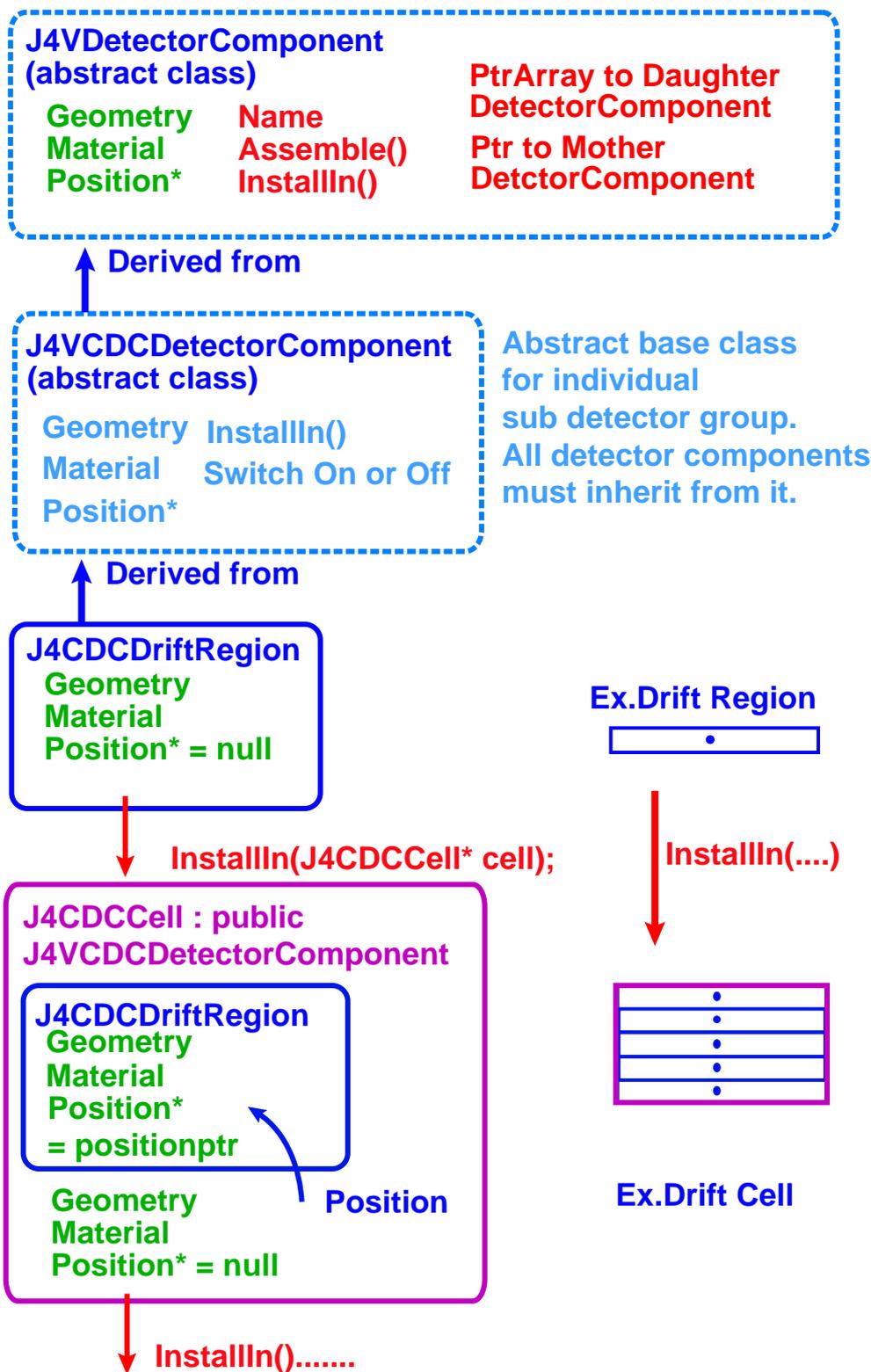


Figure 4.24: 検出器コンポーネント（部品）の作成手順

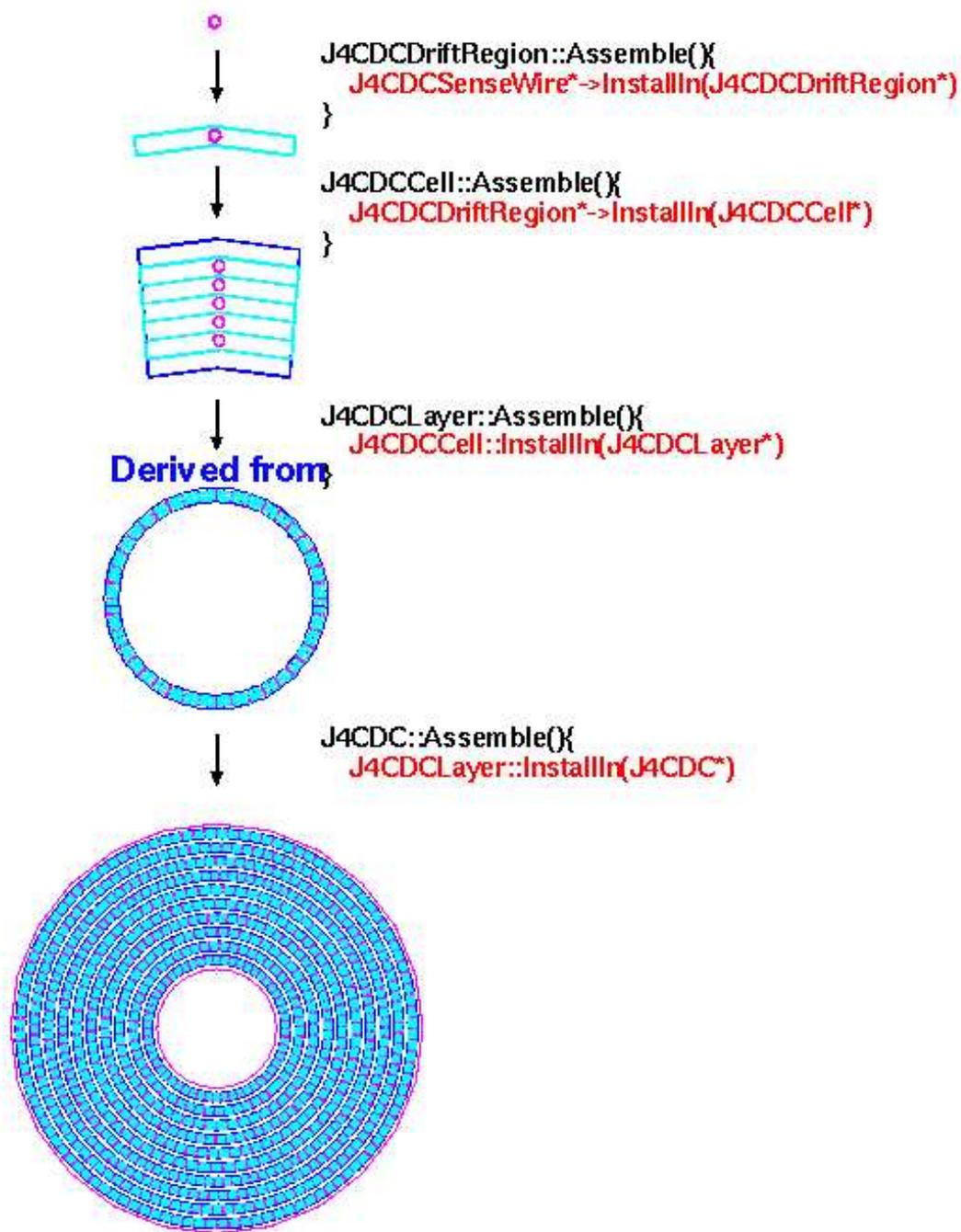


Figure 4.25: CDC のインストール

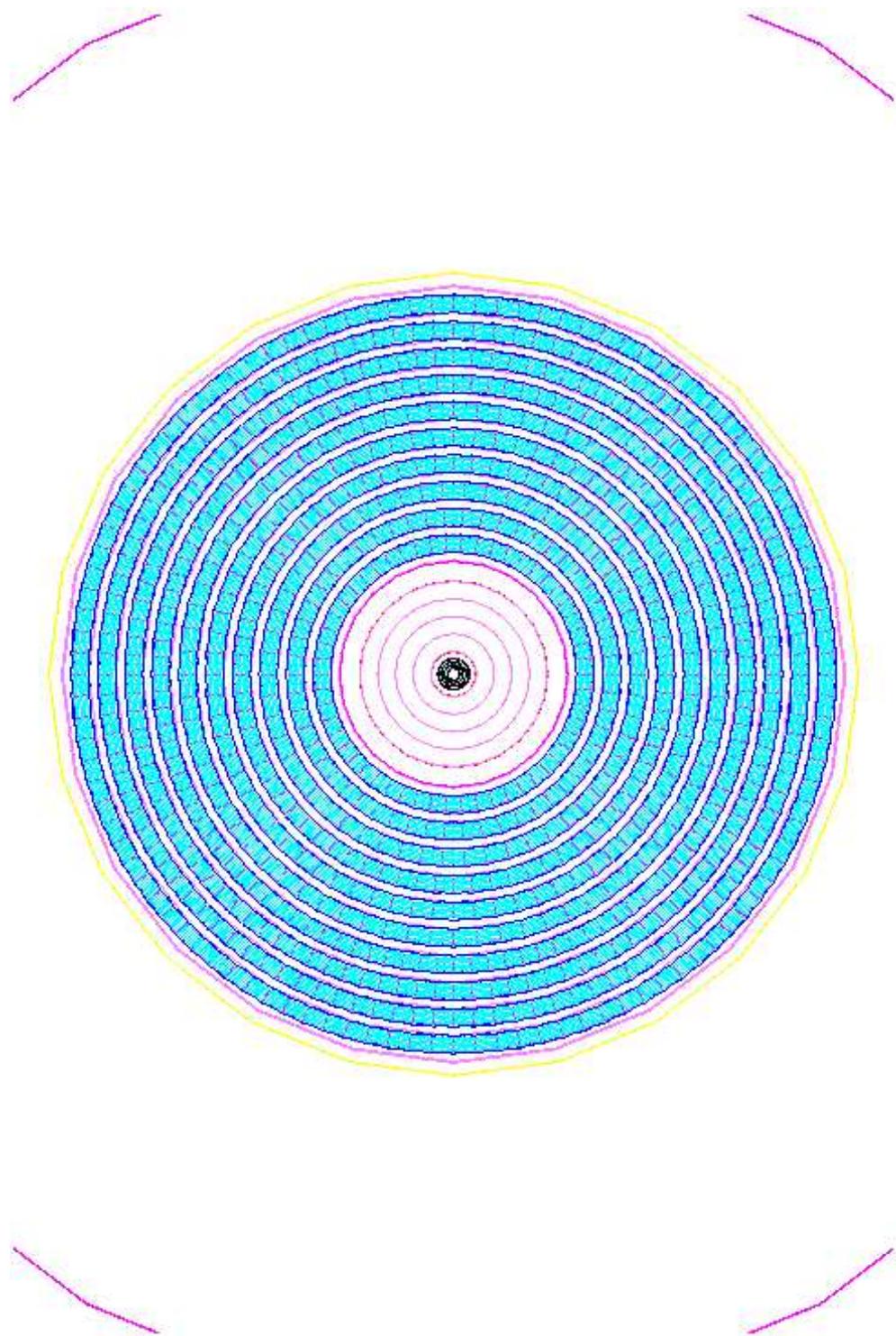


Figure 4.26: パーテックス、Intermediate Tracker と CDC

項目	パラメータ値
CDC 内部	
内筒半径	45cm
外筒半径	156cm
ビーム方向長さ	310cm
材質	アルミニウム
CDC 内部	
ガス	CO ₂ /isobutane 90:10
総レイヤー数	10 層
レイヤー中のセル数	第 0 層 42 個 第 1~3 層 63 個 第 4~6 層 84 個 第 7~9 層 105 個
セルの半径方向長さ	7cm
セル内のセンスワイヤー数	5 本
センスワイヤーの太さ	直径 30 μ m
センスワイヤー材質	タングステン

Table 4.4: CDC (3T デザイン) のインストールに使用したパラメータ

の出力ファイルを読み、PrimaryGeneratorAction クラス中でイベントをセットしてプログラムを走らせたときのイベントディスプレイが図 4.27 である。Z が 2 つのニュートリノ対に崩壊し、ヒッグスが 2 つの B クォークに崩壊した場合の、典型的な 2 ジェットイベントの図である。4.1.2 節の図 4.2 と比較すると、物質と相互作用してヒットを作っている JUPITER とクイックシミュレータとの違いが明らかである。

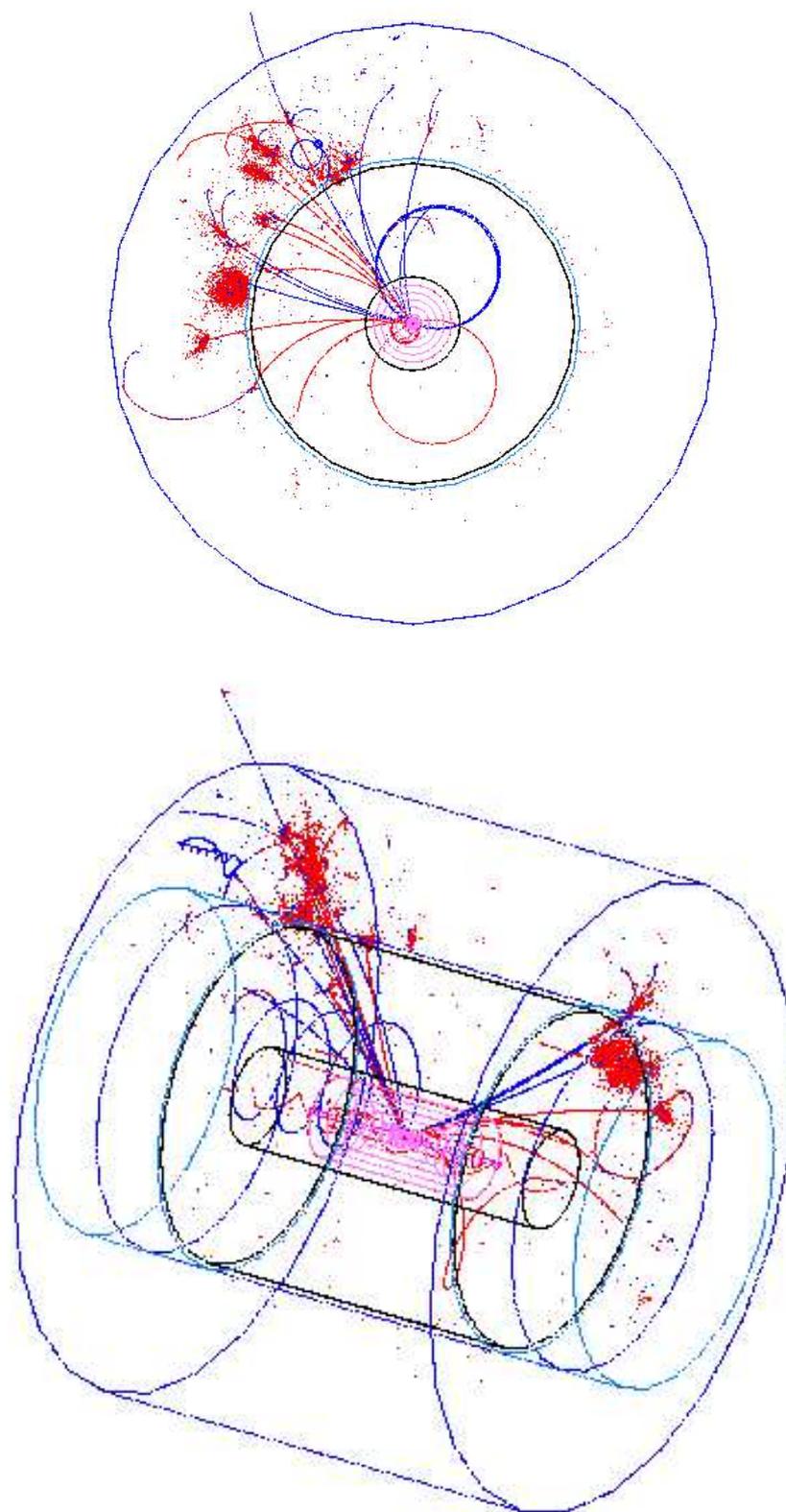


Figure 4.27: $e^+e^- \rightarrow ZH$ の反応における 2 Jet event display.

4.4 イベント再構成プログラム URANUS とそのシミュレータ Satellites の作成

この節の概要

4.1.2 節で述べたように、イベント再構成部分のシミュレータの開発は、イベント再構成プログラムの開発にほぼ等しい。JLC のサブグループはこれまでに多くの R&D 実験を行っており、これらの実験の解析で培われたテクニックは、そのままイベント再構成シミュレータに用いることができる。

CDC グループの場合、ローレンツ角測定実験を境に、オフライン解析プログラムを、従来の Fortran ベースから ROOT/JSF フレームワークによる C++ ベースに移行した。ローレンツ角解析プログラムは、カソードパッドの解析モジュールが存在する一方で、複数のセンスワイヤーからの読み出しとトラッキングに対応していなかったが、最初のモジュール化の区分けが適切であったおかげで、クラスターを作るところまでを再利用して 3 つのセル構造を持つ Baby Chamber の解析プログラムを作成することが出来た。

新しいイベント再構成シミュレータ Satellites は、この Baby Chamber 解析プログラムをもとに作成したイベント再構成プログラム URANUS を継承して作成され、URANUS と自由に連携しながら動かせる形になっている。この節では、これらのプログラムの詳細と関係の方法について述べる。

4.4.1 CDC におけるイベント再構成と URANUS

URANUS は、United Reconstruction and ANalysis Utility Set の略である。名前の示す通り、将来的には他のサブグループ検出器と統合して、イベント再構成と解析を受け持つ。JLC では、イベント再構成プログラムのためのフレームワークとして既に JSF が存在するので、JUPITER の場合のように改めて開発しなければならないサブグループ共通のベースクラスはほとんどない¹⁹。したがって、ここでは CDC 部分の実装に焦点を絞って述べることにする。

CDC における飛跡再構成は、図 4.28 の手順で行われる。

1. FADC データをクラスターに分ける (クラスタリング)。
2. クラスターの立ち上がりの時間を読む。FADC の横軸 (時間軸) のチャンネル 0 が、トラックがセルを通過した時刻 t_0 に一致していれば、クラスターの立ち上がりの時刻と $\text{CO}_2/\text{isobutane}$ ガスのドリフト速度を用いて、トラックがセンスワイヤーからどれだけの距離の位置を通ったか (Hit point) を知ることができる。これをヒットメイキングという。
3. 得られたヒットを 1 セル分集めて、同じトラック起源と思われるヒットを選び出す。クラスタリングで間違っ生成してしまったクラスター起源のヒットは、ここでふるい落とされる。これをトラックファインディングという。
4. トラックファインディングで選ばれたヒットをフィッティングする。

¹⁹シミュレータ部分には、データの形式を統一するためのフレームワークを用意している。実際の実験データのためのフレームワークは、各サブグループのイベント解析プログラムが出揃った段階で整備される予定。現状では、イベント解析に JSF を用いているのは CDC グループのみである。

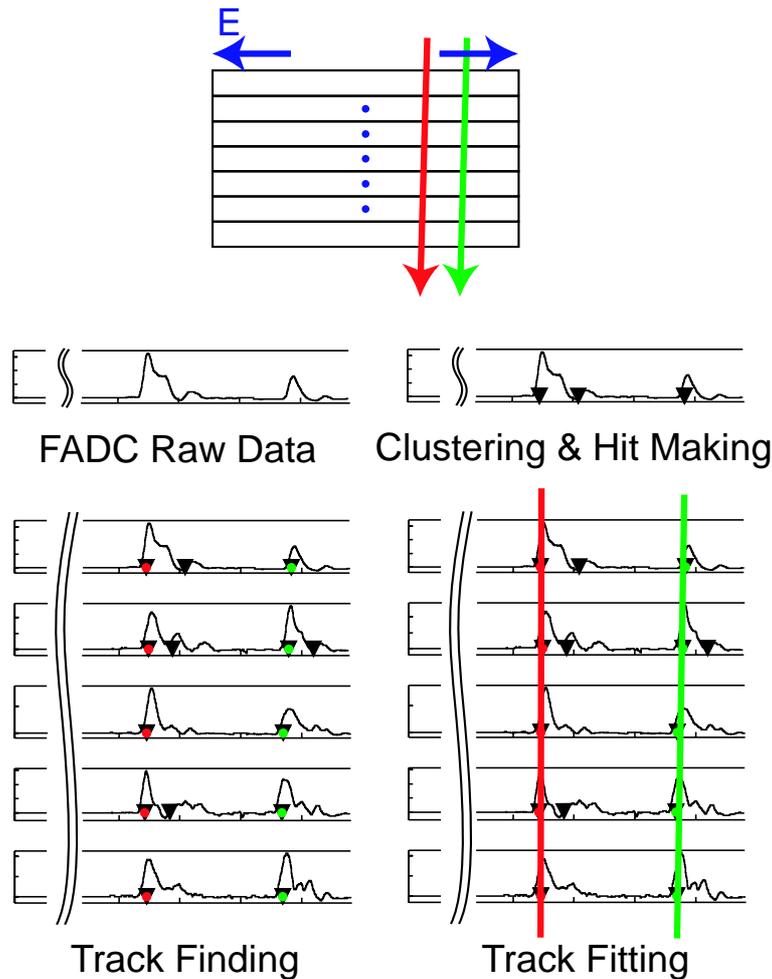


Figure 4.28: 飛跡再構成の手順

これらの作業を行うために、URANUSのCDCパートでは次のモジュールを備えている（そのモジュール内で解析された結果を保存しておくバッファを含む）。

1. U4CDCUnpacker
2. U4CDCClusterMaker
3. U4CDCHitMaker
4. U4CDCTrackFinder
5. U4CDCTrackFitter

ここで、CDCUnpackerは、実験によって得られたデータをFADC 1チャンネル分ずつ切り出し、FADC datum オブジェクトに詰める役目を果たすものである。DAQ（オンラインプログラム）の出力を受け取るモジュールでもあるので、DAQ側のプログラムの変更は全てここで吸収される。その他のモジュールは、それぞれ上で挙げた仕事を受け持っており、直前のモジュールのバッファのデータを解析して、自分のバッ

ファにつめる作業を行っている。この形式の意味するところは、バッファにつまっているデータの形が同じであれば、モジュールを差し換えても問題なく動くということである。

次の節では、この特性を生かしたシミュレータの構造について述べる。

4.4.2 イベント再構成シミュレータ Satellites の全体構造

Satellites とは、木星の衛星の名前を冠したイベント再構成シミュレータのモジュールセットを指す。図 4.29 は、このシミュレータモジュールセットと JUPITER、URANUS がどのような関係で結ばれているかを示す。

Satellites のうち METIS は、URANUS と同じ構造を持っていることが明らかである。J4CDCHitMaker の上に 2 か所点線で描かれた空欄は、将来その隣に位置する URANUS のモジュールに対応するシミュレータモジュールがおかれる可能性を示している。この METIS のモジュールに関しては、全てが対応する URANUS のモジュールを継承して作られており、したがって、バッファにつまっているデータの形も同じ顔つきをしている。それゆえ、ある部分までをシミュレーションプログラムで行い、途中から URANUS 解析プログラムに移行するといったシミュレーションレベルの変更が可能である。

このことの利点は、モジュール化されたイベント再構成のそれぞれの過程で、どのように誤差が混入するのかを、モジュールごとに調べられる点である。イベント再構成の過程で混入する誤差を可能な限り減らし、その誤差の大きさと全体のイベント再構成に与える影響を正確に見積もるといえる。URANUS と METIS のセットは分かりやすくかつ使い易い関係にあるといえる。

4.4.3 IO (Input/Output module set)

木星のすぐ下には、ガリレオ衛星の中でももっとも有名な衛星の名前をもつ IO が配置されている。IO は、その名のとおり I/O を司る。第一の役目は、JUPITER のアウトプットをそれぞれの検出器に振り分け、Monte-Carlo Exact Hit を格納する J4VExactHit オブジェクトにつめることである。これにより、JUPITER 側のアウトプット形式の変化に柔軟に対応することができる。現在、IO の仕事はこの 1 番目の役目に終始している。

一方、将来的には、IO の仕事はもっとも大きく膨らむであろうと考えられる。まずは、シミュレーションの途中経過の書出しと読み込みをサポートすべきであるし、物理解析プログラムとの連結も考えなければならぬ。JUPITER 本体との接続も、もう少しスマートに行えるべきである²⁰。更に言えば、JUPITER 本体の検出器パラメータを IO が管理する可能性もあり得る。この場合には、XML や CAD データとの関係も考えられる。

現在は、仕事量でやや METIS に押され気味であるが、近い将来、ガリレオ衛星の一の名に恥じない働きをする可能性が十分にあるモジュールである。

²⁰現在、JUPITER 側から直接 ROOT オブジェクトの形でデータをアウトプットする方針も考えられている。

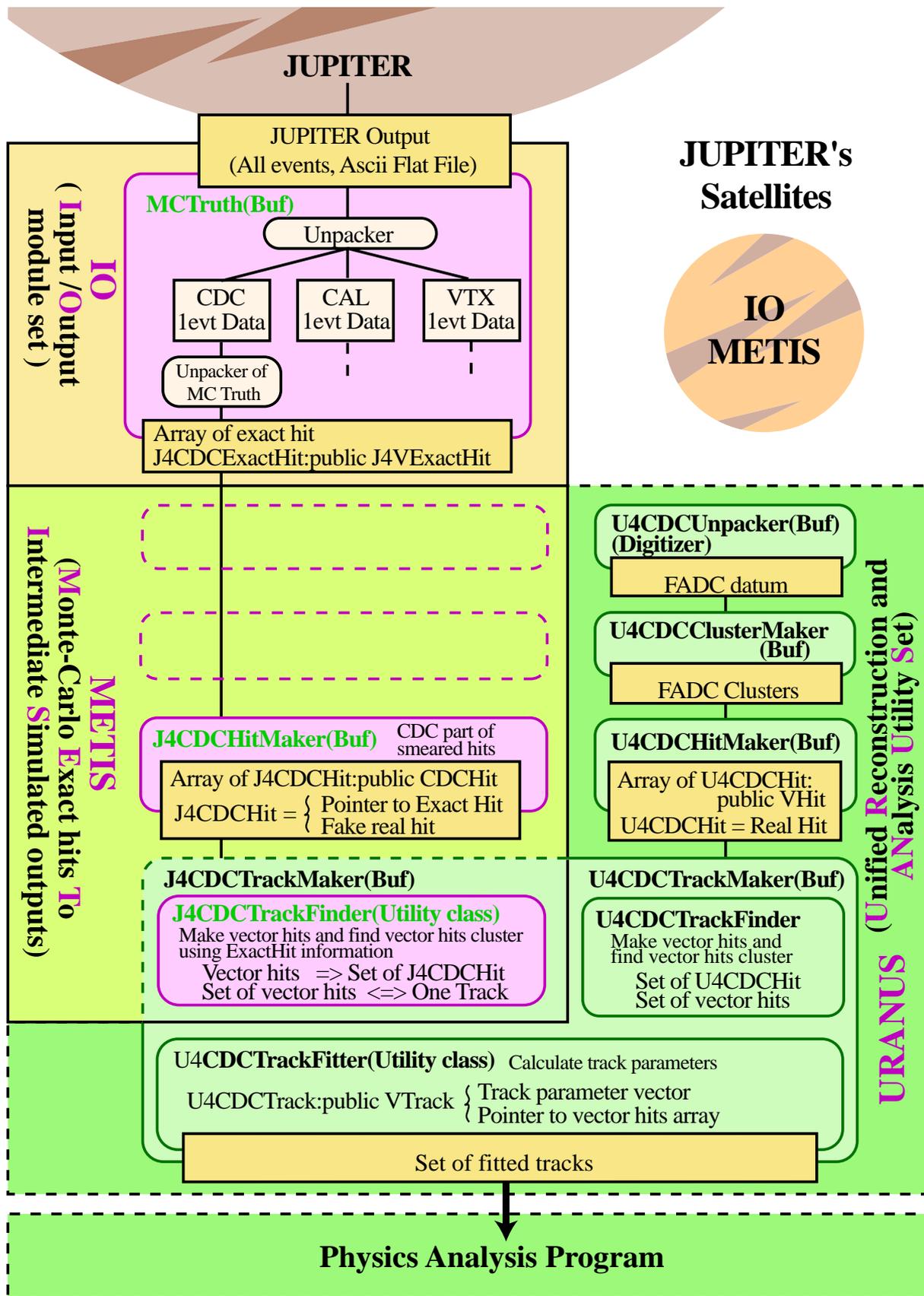


Figure 4.29: Satellites と JUPITER、URANUS との関係

4.4.4 METIS (Monte-Carlo Exacthit To Intermediate Simulated output)

HitMaker

METIS の特徴は、シミュレーションの途中結果をアウトプットして (Intermediate Simulated output)、その先に通常の解析プログラムをつないで走らせることができる点である。個々のモジュールは、ほとんどが URANUS の対応するモジュールと同じ顔をしているが、シミュレータ独自のメソッドとして、Monte-Carlo Truth に誤差を加えてぼかすメソッドがついている。

HitMaker では、この作業を J4CDCHit クラスの CalculatePosition メソッドの中で行っている。この関数の中では、Monte-Carlo Exact Hit から得られたドリフト距離を、 $100\mu\text{m}$ の幅のガウス関数でぼかしている (ワイヤー 1 本あたりの位置分解能が $100\mu\text{m}$ という要求から)。このぼかしたヒットの情報は、同時に Monte-Carlo Exact Hit の Smeared Hit ポインタにも登録され、Exact Hit が迎れる環境では常に Smeared Hit も参照できるようになっている。

TrackFinder

この部分は、CDC の構造 (セルの配置パラメータなど) にもっとも関係する部分であり、グローバルパラメータの最適化に平行して行われるべきであるため、現在はまだ実装されておらず、カンニングルーチンが存在するのみである。Satellites の開発第二段階の最優先課題である。

TrackFitter

トラックフィッティングの部分では、フィッティングアルゴリズムの違いだけが全体のトラッキングの精度に関係するので、シミュレーション用のプログラムをわざわざ作成する必要はない。そこで、METIS に組み込むフィッティングアルゴリズムとして、Helix パラメータによるフィッティングルーチンを組み込んだ。この詳細については、第 5 章で述べる。

4.5 シミュレータのテスト

この節の概要

以上のプログラムを用い、シミュレータのテストを行った。テスト項目は以下の通りである。

1. $e^+e^- \rightarrow ZH$ イベント (重心系 350GeV) における、ワイヤー単位の近接 2 測定点分離能 (2-track separation) の計算
2. 近接飛跡分離能が 2 mm の場合における運動量分解能の計算

4.5.1 ヒッグスイベントにおける運動量分解能

近接飛跡分離能

第 2.2 節で述べた通り、JLC-CDC では、要求されるジェット中の近接飛跡分離能を 2mm としている。そこで、磁場が 3T の場合に、JUPITER で得た Monte-Carlo Truth の情報を用い、METIS 側で実際に飛跡分離能を 2mm としたときに、どれだけ運動量分解能が悪化するかを調べた。

近接飛跡分離能とは、どれほどまで近い 2 本のトラックが分離して検出出来るかを表すパラメータであるが、トラックを分離して検出するためには、まず CDC で得られたヒット点が分離して得られなくてはならない。前者はフィッティングの結果得られる検出効率を表すものであるため、より基本的なパラメータは、同じセンスワイヤーに検出される 2 つの近接ヒットの分離能であるといえる。そこで、図 4.30 に示すように、同じセルの同じセンスワイヤーに属するヒットのうち、2mm より近接するヒットが存在する場合には、その後のヒットを消去した。その上で、物理に影響を与えと考えられる比較的高いエネルギー (1GeV 以上) のトラックに対して Helix Fit を行い、運動量分解能を調べた²¹。

基本的なアルゴリズムは、次の通りである。

1. 3T モデルの JUPITER で Monte-Carlo Truth を生成する
2. Monte-Carlo Truth から誤差のないヒット情報 (ExactHit) を生成
3. ExactHit をセルのセンスワイヤーごとに配列につめなおす
4. ExactHit を平均空間分解能の $100\mu\text{m}$ で均等にぼかし、Smared Hit を作成 (Smaring)
5. 同じセンスワイヤーに属する SmaredHit をドリフト時間の昇順に並べる
6. 先頭から順番にドリフト距離を調べていき、隣り合う SmaredHit がドリフト距離にして 2 mm 未満しか離れていなかった場合、後ろの SmaredHit を消す (KillHits)
7. ところどころ消されてヒット数が少なくなったトラックのヒットを Helix パラメータでフィッティングする。

²¹実際には、横運動用の小さいトラックに関しては、CDC の中で輪を描いてしまい、何度も同じセルの同じ場所を通してヒットを量産する事態が発生する。これらの低い運動量のトラックは、物理に必要な高運動量のトラックのヒットを消してしまう可能性があり、これらの低い運動量のトラックを正しく検出することも重要なのだが、これについては将来の研究課題とし、ここではより重要な高エネルギーのトラックについてのみ議論する。

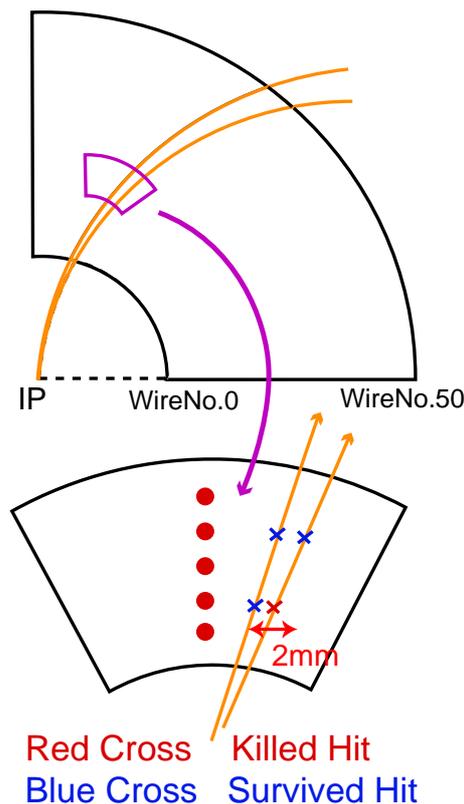


Figure 4.30: 近接飛跡の分離能

まず、解析に使うトラックについて、1本のセンスワイヤー中でドリフト時間が隣り合うヒット間のドリフト距離の差を見る。図 4.31 によれば、ドリフト距離の差が 2mm 以下になってしまうのは 15%程度である。ここから、最大 15%のヒットが失われると予測されるが、実際には、2mm 以内に数本のトラックが集中するケースがあり、その重複分だけ改善すると考えられる。

次に、解析に使うトラックの CDC におけるヒット数を調べた。JLC-CDC は、磁場 3T のモデルの場合、半径方向に 50 本のセンスワイヤーを持つので、CDC を突き抜ける高エネルギーのトラックに関しては平均 50 点のヒット点が生成されるはずである。50 点未満の場合は、Dip Angle が 45 度以上であることを示すが、物理に使用される高エネルギーのトラックが CDC の前後方に突き抜けてヒット点を減らすのは好ましくない。図 4.32 によれば、50 点未満のトラックは 2 ~ 3%であり、角度アクセプタンス 45 度の設定は適切であるといえる。

更に、2mm 以下の近接ヒットの分解能をゼロと仮定し、KillHits を実行したあとで、どれだけのヒットが生き残ったかをトラックごとに調べた。図 4.33 によれば、平均して 10%のヒットが失われることがわかる。ここから運動量分解能の計算を行う前に、CDC のどの部分が重点的にヒットを失っているかを調べたものが、図 4.34 である。これによれば、最内層のレイヤーでは 20%のヒット点を失っていることになる。これは内側のレイヤーではトラックが密集しているため、避けがたい損失であるが、最内層でヒット点を失うことは Lever Arm を失うことになり、2.2 式より、運動量分解能に直接的に響く。

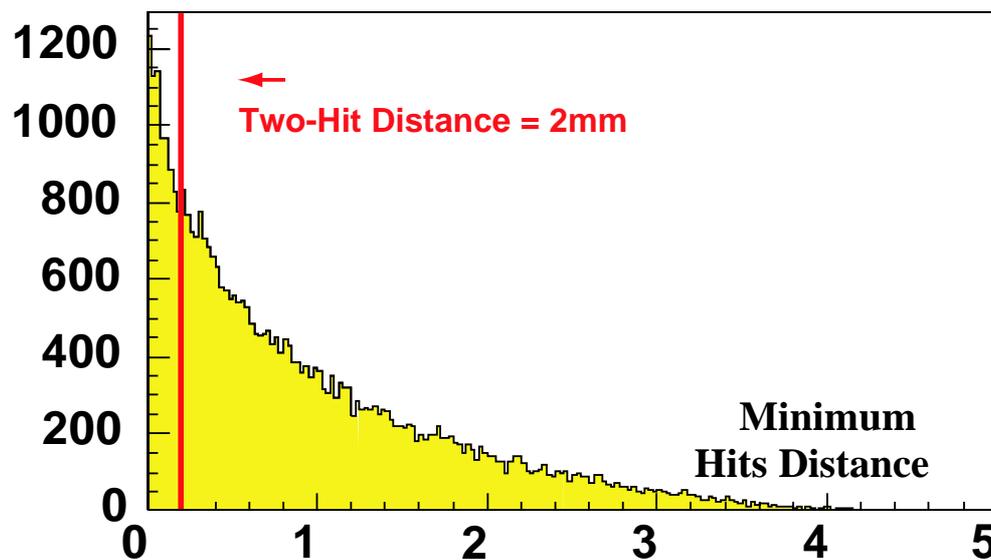


Figure 4.31: ドリフト時間が隣り合うヒット間のドリフト距離の差。赤線が 2mm のラインである。

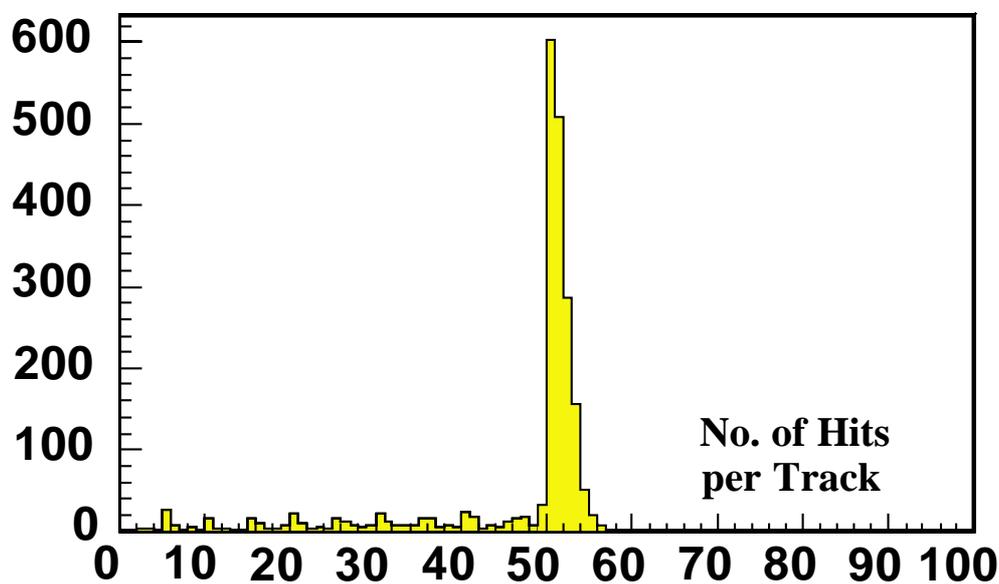


Figure 4.32: 解析に使ったトラックの CDC におけるヒット数。50 より多いものがあるのは、セルを斜めに横切った場合に 1 レイヤーにつき 5 点以上のヒットを生成することがあるため。

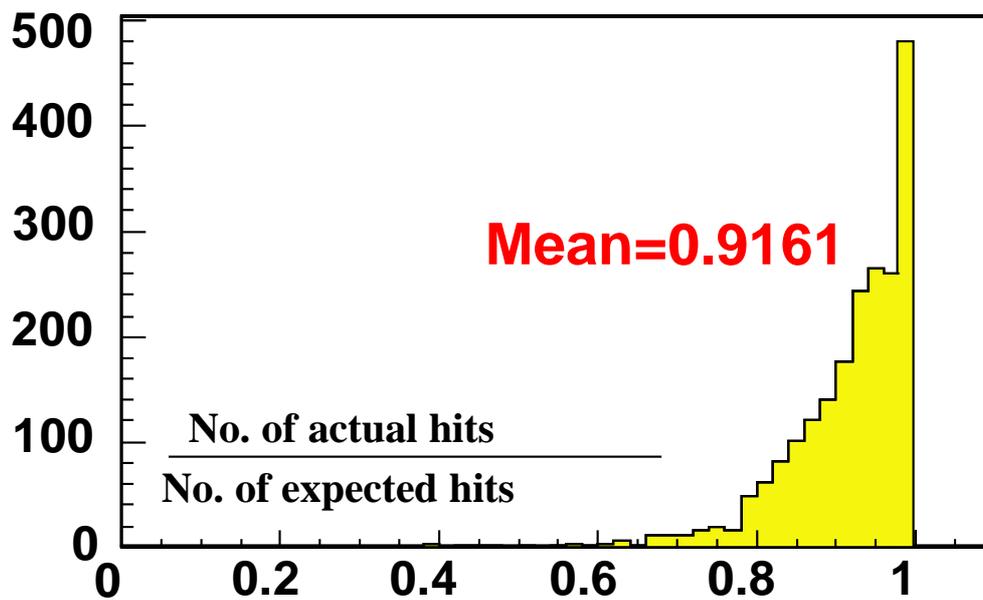


Figure 4.33: KillHits 後の 1トラック中のヒット数と、もともとのヒット点の数の比。

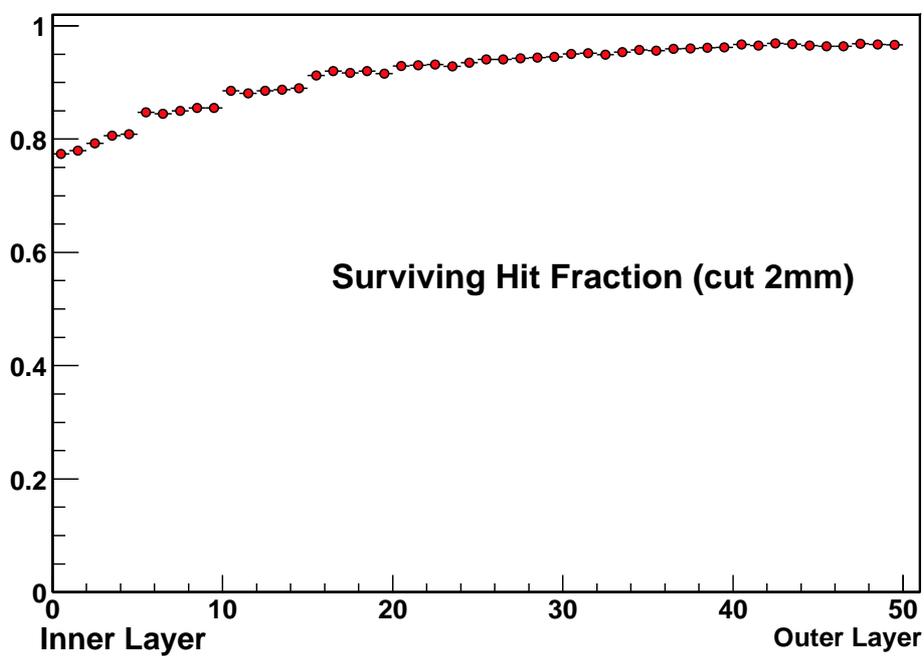


Figure 4.34: KillHits 後の 1トラック中のヒット数と、もともとのヒット点の数の比。

IP Constraint

この問題に対する解決法は、内側に Lever Arm を伸ばすことである。そのためには、バーテックスのトラックと繋げばよく、実際に実験データを解析する際にはバーテックスとのトラックマッチングが重要になる。しかし、シミュレーションのレベルでは、経験的に、バーテックスとのトラックマッチングが、ビーム衝突点 (IP) の 1 点をトラックングの際に含めることと同等であることが分かっている。そこで、CDC における Track Fitting の際に、CDC のヒットにビーム衝突点を加えてフィッティングを行うことにする。この作業を、今後 IP Constraint を課す、と表現する。

図 4.35 は、IP Constraint を課した場合と、CDC のみでフィッティングを行った場合について、近接ヒット分離能 2mm と 0mm の場合について調べたものである。近接ヒット分離能 0mm は、全てのヒットが完全に分離出来る理想的な状態を表す。この図によれば、CDC のみの場合には、近接ヒット分離能 0mm と 2mm の間に差があり、2mm では 10% 程度運動量分解能が悪化することがわかる。一方、IP Constraint を課すと、0mm と 2mm の差は誤差の範囲で見えなくなる。従って、すくなくとも近接ヒット分離能が 2mm 以内であれば、バーテックスとトラックを繋いだ場合には運動量分解能に影響を与えないと言える。

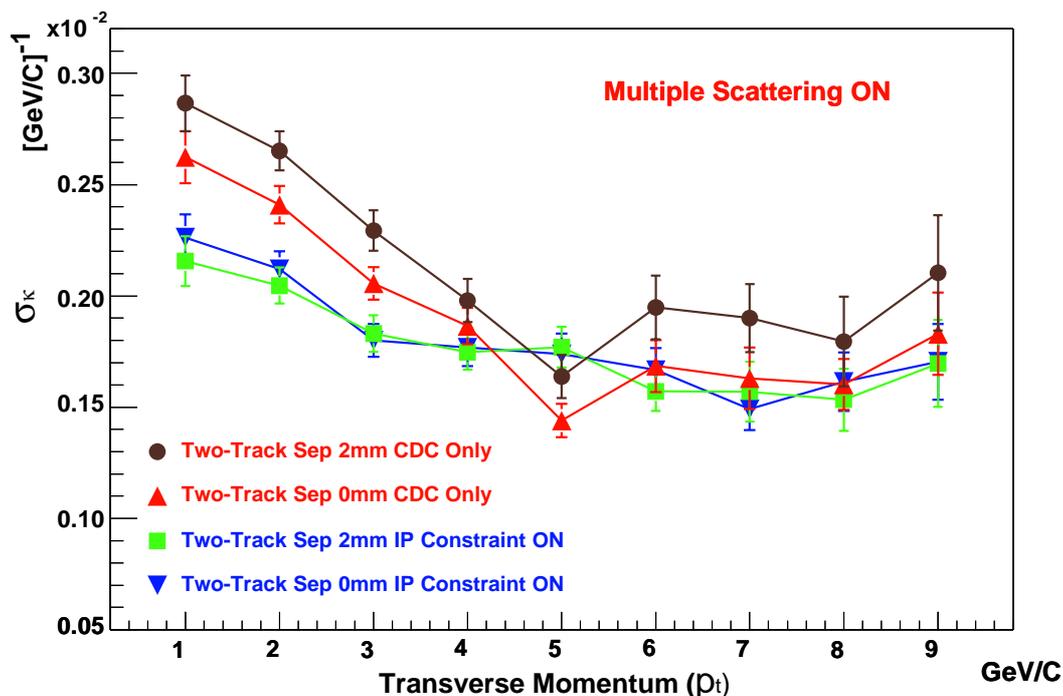


Figure 4.35: 近接飛跡の分離能

Baby Chamber の実測値を使用した場合の運動量分解能の見積もり

2mm 以下の近接ヒットの分解能ゼロの仮定は、もっとも悲観的な見積もりであるので、次に、より実際に近い条件でのシミュレーションを行った。まず、近接ヒットの分離能を Baby Chamber によるビームテストの測定データに置き換える。更に、空間分解能に一律 $100\mu\text{m}$ の値を使用するのをやめ、ドリフト距離に依

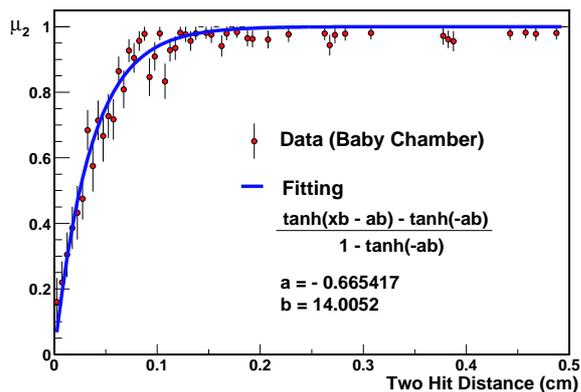


Figure 4.36: 近接ヒットの分解能の実測値と、そのフィッティングライン。

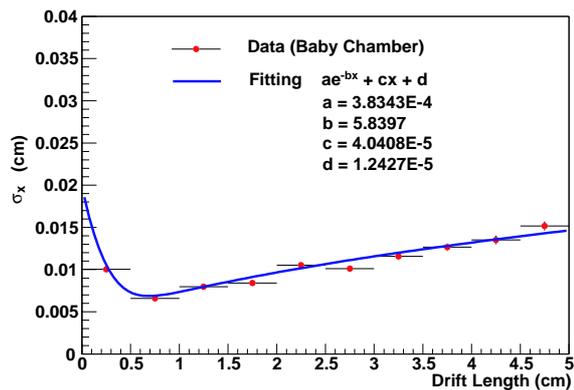


Figure 4.37: 空間分解能の実測値とそのフィッティングライン。

存する空間分解能曲線の値を使用した。空間分解能曲線も、Baby Chamber による実測値である。図 4.36、4.37 はこれらの実測値と、実測値をフィッティングした曲線である。

これらの実測値による近接ヒット分解能曲線、空間分解能曲線を用いた場合のヒットの減少率は、図 4.38 に示す通りである。これによれば、ヒットを失う確率は最内層でも 10%程度であり、センスワイヤー 20 本分、4 レイヤー目より外側ではほぼ 100%のヒットが生き残ることがわかる。

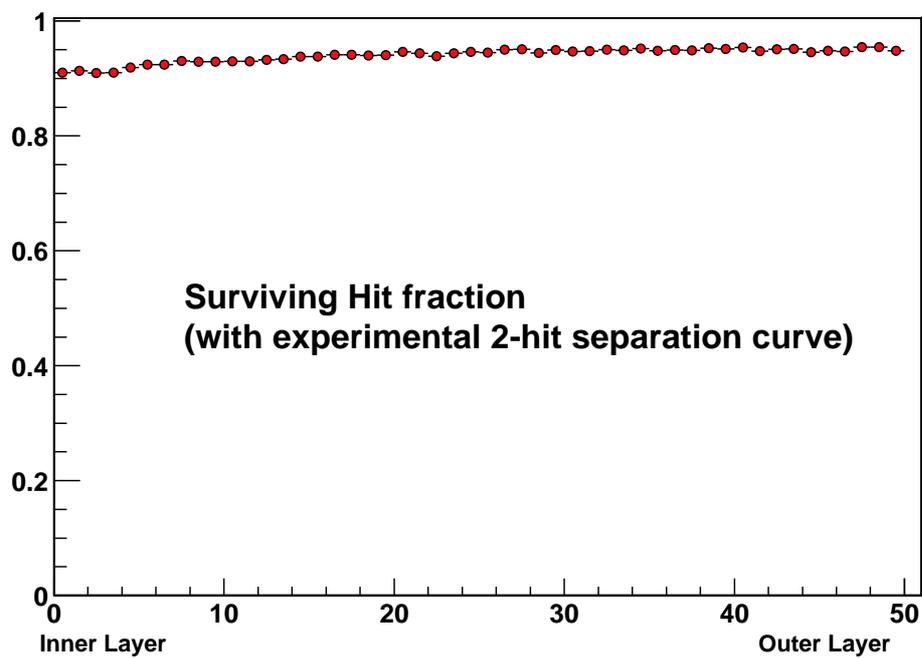


Figure 4.38: 近接ヒット分離能と空間分解能に実測値曲線を代入した場合の KillHits 後の 1トラック中のヒット数と、もともとのヒット点の数の比。

Chapter 5

ミニジェットセル型円筒飛跡検出器の時間分解能

概要

現在の JLC-CDC のデザインに関する重要な R&D のひとつが、時間分解能（バンチ分離能）の見積もりである。この章では、まず CDC における時間分解能の必要性を述べ、続く節で時間分解能の見積もりに必要な飛跡再構成プログラムのアルゴリズム開発について Helix フィッティング及び Kalman フィッティングの JLC-CDC への応用を記す。最後に、実際に Satellites へ飛跡再構成プログラムの実装を行い、JUPITER で生成したシングルミュオンのイベントを用いて得た現在の JLC-CDC におけるバンチ分離能について述べる。

5.1 何故時間分解能が必要か

2.2.3 節では、ミニジェットセル型の飛跡検出器は、セルを互い違いに配置することによって、明らかに異なるビームバンチで起こったイベントを分離出来ると期待されると述べた。また、この特長が、単独ではバンチ分離能を持たない TPC に対し、ミニジェットセル型ドリフトチェンバーの優位な点であるとしてきた。

このようにバンチ分離能が重要視される理由は、JLC のビーム構造にある。JLC では、1 バンチトレイン 268.9nsec の間に、1.4nsec 間隔で 192 個のビームバンチが衝突する。268.9nsec という時間は、電子のドリフト時間（最大 4.5cm をドリフトする場合には $6.7\mu\text{s}$ ）よりも短いので、1 バンチトレイン内で起こったバックグラウンドイベントのトラックは、全てドリフト領域に蓄積されていくことになる。

図 5.1 は、CDC にバンチ分離能がないとした場合に、起こり得る現象を示したものである。注目するイベントのジェットに、バックグラウンドのミニジェットが重なって見える。計算では、CDC にバンチ分離能が全くなかった場合、192 バンチで平均 20 個以上のバックグラウンドミニジェットが重なって見えてしまう。この場合にもヒッグス粒子の質量分布を得ることは不可能ではないが、ミニジェットの混入によりヒッグスに対する不変質量分解能が悪化してしまう。そこで電子陽電子衝突加速器の重要な特性であるクリーンな反応終状態の長所を活かすために、CDC 単独でバンチを分離できる機構が重要視されるようになった¹。

¹CDC 単独でバンチ分離出来ない場合には、CDC と内側の検出器の間でうまく飛跡がつながるかどうかで時間分解能を得る。こ

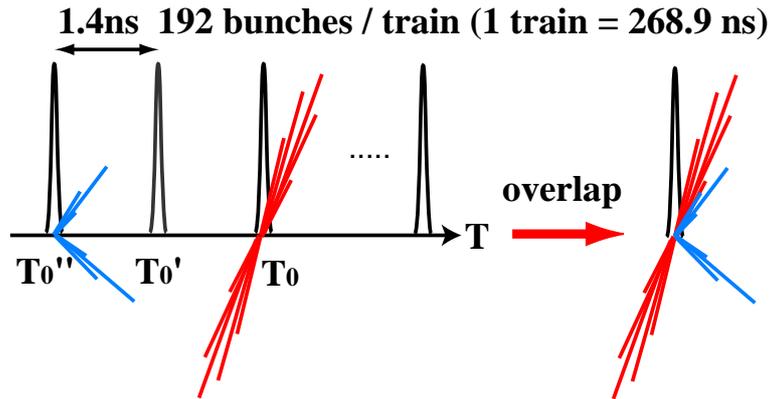


Figure 5.1: バンチ分離ができなかった場合のイベントの見え方。

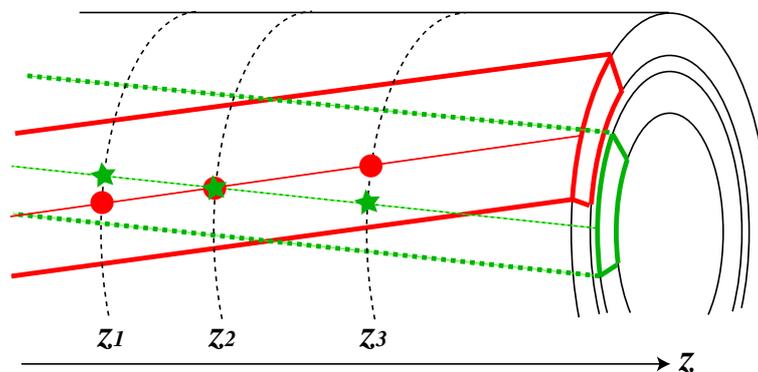


Figure 5.2: 互いにステレオ角をもつ2つのレイヤー間におけるヒット点の関係。セル中の直線は、等ドリフト距離を表す。同じドリフト距離を持つヒットでも、 z_1 、 z_3 では $x-y$ 平面上で異なった ϕ を持つように見えるが、 z_2 では同じ ϕ の上に見える。異なったセルの間のトラックの不連続点も、同じ原理で、 z を動かせばなめらかにつながる場所が見つかる。

しかし、ステレオレイヤーを含むミニジェットセル型ドリフトチェンバーの場合にもバンチ分離が可能であるか否かを記した文献はなく、バンチ分離が可能であるという我々の予測は必ずしも自明ではない。セルの交互配置により時間分解能を得るには、異なるセルの間でトラックが有意に不連続であることが重要だが、互いに反対方向の捻り角をもつ2層のステレオレイヤー²間だけに注目すると、ある z 座標では不連続なトラックも、別の z 座標ではなめらかにつながってしまう (図 5.2 参照)。

このことは、フィッティングの際にトラックの z 方向の角度 ($\tan \lambda$) を調節すると、もともと不連続であったトラックをうまくつなげてフィッティング出来ることを意味する³。にもかかわらず、ステレオレイヤーを含む CDC の場合にもバンチ分離が可能であると予測する理由は、全部で6層あるステレオレイヤーの境界面で全てつじつまが合うように $\tan \lambda$ を調節することが難しいと考えられるためであるが、実際にどの程度可能であるかの見積もりには、詳細なセル構造を組み込んだモンテカルロシミュレータによる飛跡再構成シミュレーションが不可欠である。

の場合には、判断材料となるトラックの接続点が1点しかないので、その一点での位置分解能がどれだけ期待できるかが焦点になる。

² どちらか一方はアクシャルレイヤーでもよい。

³ 実際には無限に z を動かせるわけではなく、その範囲は電荷分配法による z の位置分解能で制限される。

そこで、JLC-CDCの基本設計に直結する事項として以下の3点を挙げ、実際にJUPITER/Satellitesの枠組みを使ってシミュレーションを行った。

- そもそもステレオレイヤーを含むCDCでバンチ分離が可能か？
- 可能である場合、どの程度の分離能があるか？
- 可能である場合、アクシャルレイヤーのみの場合の分離能力と比べて大幅に性能が悪化するか？

5.2 シングルトラックによる時間分解能の見積もり

JLC-CDCの時間分解能を知るために必要となる道具は、ステレオレイヤーを含むCDCのヒット点をフィットするトラックフィッティングプログラムである。アクシャルレイヤーでは、 $x-y$ 平面上でのヒット点の位置は位置分解能で決まってしまうため、比較的フィッティングも簡単であるが、ステレオレイヤーでは、フィッティングの際に z を動かすとそれに相関して $x-y$ 平面上でのヒット点の位置も動いてしまうため、問題はそれほど簡単ではない。そこで、ステレオレイヤーを含むドリフトチェンバーのヒット点をフィットするフィッティングアルゴリズムを新たに開発した。荷電粒子の運動量が小さい場合 ($\lesssim 30\text{GeV}$) には、多重散乱やエネルギー損失の影響で、飛跡が完全な螺旋 (Helix) 状から有意にずれてくる。従って、飛跡全体にわたって1つのHelixパラメータでフィットする単純なHelixフィットでは、運動量分解能・時間分解能共に精度が悪化すると考えられる。そこで、この問題に対する解のひとつとして、Kalman Filterを用いたステレオレイヤーを含むドリフトチェンバーのための基本公式を導出した。これらの基本公式の大部分は、単純なHelixフィットの場合にも用いられるものである。

Kalman Filterを実行する際には、初期値となるHelixパラメータと誤差行列 (covariance matrix) が必要となるが、この初期値は最初の3つのヒット点をHelixフィッティングして得られる。従って、Kalman Filterによるフィッティングを行うには、まず通常のHelixフィッティングを行うプログラムを実装しなければならない。また、これを用いて、高運動量の極限の場合の結果を求め、Kalman Filterによるフィッティングプログラムを検証するというステップを踏む必要がある。高運動量極限での結果は、多重散乱やエネルギー損失が無視できる状態となるため、Kalman FilterによるフィッティングとHelixフィッティングが同等の結果を与えると期待されるからである。

一方、時間分解能の観点からは、この結果は与えられたチェンバーのパラメータに対して達成し得る最善の時間分解能を与えると考えられる⁴。従って、高運動量極限においてそもそもバンチ識別が可能かどうか、可能であるとすればどの程度であるかを現在のデザインに関して調べておくことが、まず最初に行わなければならないステップである。

そこで、今回開発したJUPITERとSatellitesを用い、我々のCDCのデザインにおいて、高運動量極限の場合にバンチ分離能がどのくらいあるかを、シングルミュオンのトラックを用いて調べた。

シングルミュオンのトラックによる時間分解能の見積もりは、次の手順によって行うことができる。まず、シングルトラックのイベントをJUPITERで生成し、そこから得たドリフト距離の情報を用いてトラックフィッティングを行う。ドリフト距離とは、実験の場合には、センスワイヤーに信号が現れた時刻が

⁴2.2 式第2項が高運動量極限で無視できるため。

らビーム衝突の時刻 (T_0) を差し引いた時間を用い、 $\text{CO}_2/\text{isobutane}(90:10)$ ガスのドリフト速度から計算して得られるものであるから、当然人工的に T_0 をバンチの整数倍だけずらすことによって値が変わる。図 5.3 はこれを表したものである。正しい T_0 を与えた時になめらかにつながるトラックは、 T_0 をずらしていくにつれ、滑らかさが失われる。これを強引にフィッティングすると、 χ^2 が大きくなる。そこで、時間分解能を調べるには、適当な単位で T_0 をずらし、横軸に χ^2 をとってプロットした際に、異なる T_0 の χ^2 分布同士がどの程度分離できるかを調べればよいことになる。

正確な時間分解能を知るには、 T_0 をフリーパラメータとして連続的に変化させる必要があるが、もっと簡単にバンチ分離能を見積もるには、X バンドの場合のバンチ間隔 1.4ns を単位に何通りかの T_0 を選び出し、 χ^2 の分布を見ればよい。現段階でもっとも興味があるのは、現在の 3T デザイン (10 レイヤー、測定点 50、ステレオレイヤー込) が、どの程度のバンチ分離能を達成できるかであるので、 T_0 の変化はむしろバンチ間隔単位にとどめ、ステレオレイヤーのバンチ分離能への影響を調べた。次の節では、トラックパラメータと一般的なトラックフィッティングの基本と、Kalman Filter 及び Helix フィッティングのトラックフィッティングプログラムへの応用について述べる。

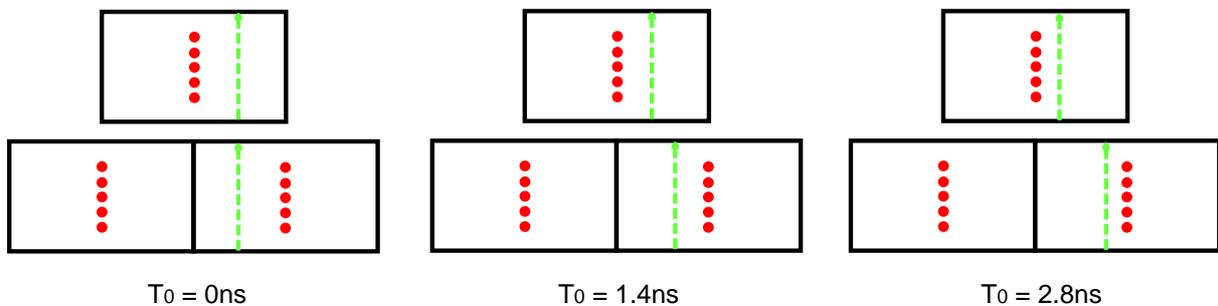


Figure 5.3: 同じトラックのヒット点を、 T_0 をずらして見た図。正しい T_0 を選ぶとトラックはなめらかにつながるが、 T_0 をずらすとドリフト距離が短くなり、セルが互い違いに配置されたレイヤー間ではトラックがうまくつながらなくなる。

5.3 ステレオレイヤーを含む CDC のトラックフィッティング

5.3.1 Helix のパラメータ表示と実測量との関係

CDC の使命は、いかに精度よく荷電粒子の運動量を測定するかにある。飛跡検出器で運動量を測定するとは、荷電粒子が作るトラックの曲率と衝突点付近から粒子が飛び出した方向を測定することに等しい。物質のない一様磁場のかかった空間では、多重散乱 (Multiple Scattering) や電離によるエネルギー損失 (Energy Loss) がおこらないため、このトラックは 3 次元空間では完全な Helix になるはずである。

一般に Helix を表すパラメータの選び方はいろいろあるが、特定の測定点のトラックのふるまいを問題にする場合には、その測定点に対応する適当な基準点 (pivot と呼ばれる) をとり、それを基準として決ま

る次の5つのパラメータを用いるのがよい [29]。

$$\left\{ \begin{array}{l} d_\rho \quad : \quad z \text{ 軸 (磁場と平行な軸) に垂直な平面 } (x-y \text{ 平面}) \text{ での、Helix と基準点の間の距離} \\ \phi_0 \quad : \quad \text{Helix の中心点に対する、基準点の方位角} \\ \kappa \quad : \quad \text{荷電粒子の電荷 } Q \text{ を横運動量 } (x-y \text{ 平面に射影した運動量}) Pt \text{ で割ったもの} \\ d_z \quad : \quad \text{Helix と基準点の間の } z \text{ 軸方向の距離} \\ \tan \lambda \quad : \quad \text{Helix のビーム軸に垂直な面からの角度 (Dip Angle)} \end{array} \right. \quad (5.1)$$

今後、この5つのパラメータをまとめて5成分の列ベクトル $\mathbf{a} = (d_\rho, \phi_0, \kappa, d_z, \tan \lambda)^T$ で表すことにする。これを用いると、Helix 上の任意の点 $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ を表す式は次のようになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + d_\rho \cos \phi_0 + \frac{\alpha}{\kappa} (\cos \phi_0 - \cos(\phi_0 + \phi)) \\ y = y_0 + d_\rho \sin \phi_0 + \frac{\alpha}{\kappa} (\sin \phi_0 - \sin(\phi_0 + \phi)) \\ z = z_0 + d_z - \frac{\alpha}{\kappa} \tan \lambda \cdot \phi, \end{array} \right. \quad (5.2)$$

ただし、 $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ を基準点の座標とした。 ρ は、

$$\begin{aligned} \kappa &= Q/Pt \\ \rho &= \alpha/\kappa \end{aligned} \quad (5.3)$$

で表される (荷電粒子の電荷による) 符号付きの Helix の半径であり、 α は磁場一定の場合には $1/cB$ (c は光速、 B は磁場) に等しい。 ϕ は、基準点から Helix 上の点への、Helix の中心に対する偏向角である。

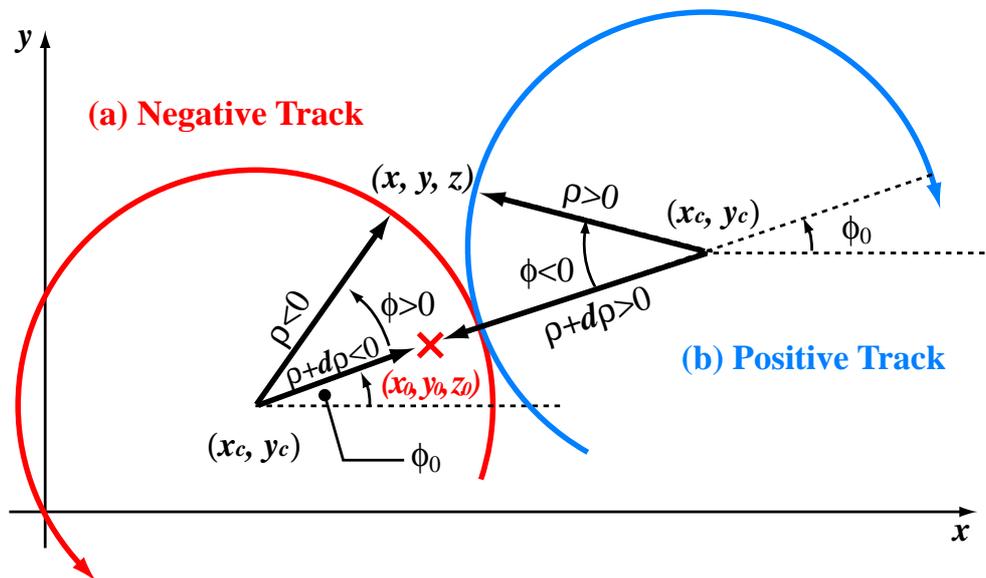


Figure 5.4: トラックパラメータ

図 5.4 は、これらのパラメータを粒子の電荷が正の場合と負の場合に分けて表したものである。注意すべき点は、 ϕ_0 の定義が電荷が正の場合と負の場合では異なることである。実際に飛跡再構成を行う際には、勿論、そのトラックの粒子の電荷はわからない。したがって、トラックが曲がる方向を見て電荷の正負を決めることになるが、高い運動量のトラックでは非常に曲率が小さくなるため、フィッティングの過程で曲率

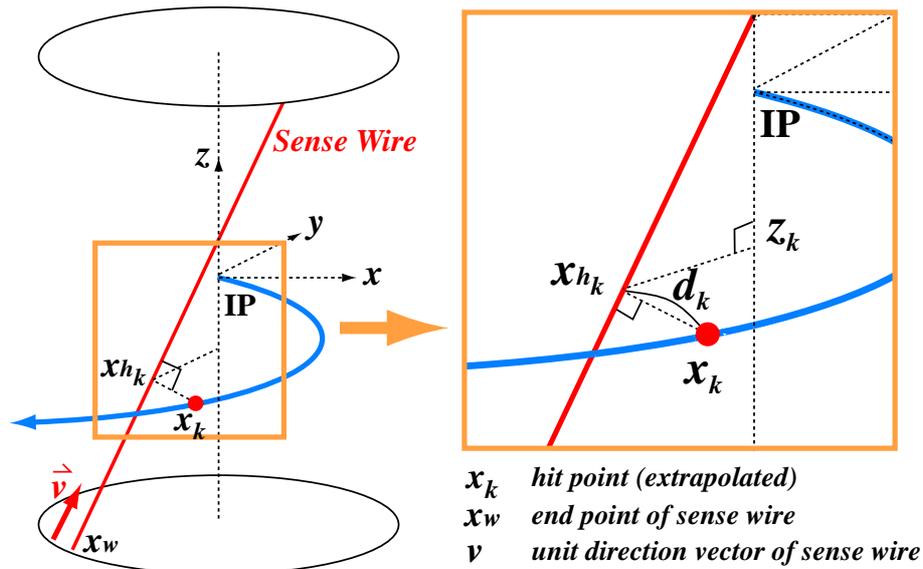


Figure 5.5: 測定ベクトルの定義

が正負の境を超える場合がある。このとき、曲率が正（負）から負（正）に変化する際に、Helix の中心はトラックを挟んで反対側に移動してしまい、基準点の方位角はその瞬間に π だけずれてしまう。このような不連続を避けるため、 ϕ の定義は κ の正負によってあらかじめ別に分けられている。

これらの Helix パラメータを用いてフィッティングを行うためには、まずヒット点と Helix パラメータを結び付ける関係を明らかにしなければならない。JLC-CDC の場合、荷電粒子の通過位置は、飛跡に沿って連続的に測定されるのではなく、センスワイヤー 1 本に対し 1 か所で離散的に測定される。このときの測定箇所の集合が作る仮想的な面を測定面と呼ぶことにする。フィッティングの作業は、ある Helix パラメータによって表されるトラックと測定面の交点の位置と、実際に測定される測定点との位置の差（残差）をとり、これの 2 乗の和を最小にするような Helix パラメータを求める作業に等しい⁵。しかし、CDC で測定される量は測定面に沿って測られたドリフト距離と、電荷分配法によるセンスワイヤー方向の位置（ z 座標と同等）であるため、ここにトラックと測定面との交点の位置（3 次元）をドリフト距離と z 座標（2 次元）に変換する作業が必要になる。

ここでは、近似的に、トラックと測定面との交点の位置からセンスワイヤーに対して下ろした垂線の長さをドリフト距離として定義する⁶。トラックパラメータ a で決まるトラックと、 k 番目のセンスワイヤーに対応する測定面 $S_k(x) = 0$ との交点を $X_k(a)$ とすると、トラックパラメータ a から期待されるドリフト距離と z 座標はそれぞれ次のように書ける（図 5.5）。

$$\begin{cases} d(a, k) &= \sqrt{(X_k(a) - x_{wk})^2 - \{(X_k(a) - x_{wk}) \cdot v_k\}^2} \\ z(a, k) &= \{x_{wk} + (X_k(a) - x_{wk}) \cdot v_k v_k\} \cdot e_z \end{cases} \quad (5.4)$$

ただし、 k 番目のセンスワイヤーの端点のひとつを x_{wk} 、ワイヤーの方向ベクトルを v_k 、 z 軸方向の単位

⁵実際には残差を測定誤差で割ったものの 2 乗和を最小にする。

⁶より正確には、垂線の長さではなく測定面に沿った距離や、ローレンツ角を考慮した長さにすべきである。

ベクトルを e_z とした。この 2 つの測定座標を合わせて、

$$\mathbf{h}_k(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} d(\mathbf{a}, k) \\ z(\mathbf{a}, k) \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

と表し、これを測定方程式と呼ぶ。

一方、このセンスワイヤーにおける実測のドリフト距離と z 座標を成分とする次のベクトル

$$\mathbf{m}_k = \begin{pmatrix} d_k \\ z_k \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

を測定ベクトルと呼ぶ。この測定ベクトルと、測定方程式 (5.5 式) から決まる測定ベクトルの期待値から、残差を次のように定義する。

$$\Delta \mathbf{m}_k \equiv \mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}) \quad (5.7)$$

トラックパラメータ \mathbf{a} が真の値の場合には、 $\Delta \mathbf{m}_k$ から作られる次の共変行列 (測定ベクトルに対する誤差行列) が定義できる。 V_k はチェンバーの位置分解能で決まり、一般にトラックの通過位置や角度に依存するが、フィッティングの際には定数行列とみなせる。

$$\langle \Delta \mathbf{m}_k \Delta \mathbf{m}_k^T \rangle \equiv V_k \equiv \begin{pmatrix} \sigma_{d_k}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{z_k}^2 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

残差と誤差行列がわかれば、そこから χ^2 を得ることが出来るが、ここまでの式で欠けているのが $X_k(\mathbf{a})$ の具体的な表式である。 $X_k(\mathbf{a})$ はトラック上の点であるから、5.2 式より $X_k(\mathbf{a}) = \mathbf{x}(\phi_k, \mathbf{a}, x_0)$ と書ける。また、定義より、方程式

$$0 = S_k(\mathbf{X}_k) = S_k(\mathbf{x}(\phi_k, \mathbf{a}, x_0)) \quad (5.9)$$

を満たさなければならない。これは、 ϕ_k がトラックパラメータの関数として $\phi_k = \phi_k(\mathbf{a})$ で表せることを示している。つまり、 k 番目の測定点を測定面 S_k 上に制限する作業は、トラックパラメータ \mathbf{a} が与えられた場合に、対応する測定点の ϕ_k を決定することに等しい。この方程式の解析的な解が得られるか否かは測定面 S の形に依存し、一般に、円筒形や平面の場合を除き、解析的な解を得るのは容易ではない。JLC-CDC の場合、この測定面は一葉双曲面になり⁷、解析的に解くのは難しいため、ニュートン法により近似的に ϕ_k を求めることにする。

まず、交点の近傍の点における偏向角 (ϕ_n) が与えられたとすると、測定面とトラックの交点の方程式は次のように展開できる。

$$0 = S(\mathbf{x}(\phi, \mathbf{a}, x_0)) \simeq S(\mathbf{x}(\phi_n, \mathbf{a}, x_0)) + \frac{\partial S}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \phi_n} \cdot (\phi - \phi_n) \quad (5.10)$$

ただし、2 次以降の展開を切り捨てた。ここで 5.10 式の左辺は、正しい交点の ϕ を与えられているので 0 である。従って、残った右辺を移項し ϕ を ϕ_{n+1} と置き換えると、次の漸化式が得られる。

$$\phi_{n+1} = \phi_n - \frac{S(\mathbf{x}(\phi_n, \mathbf{a}, x_0))}{\left(\frac{\partial S}{\partial \mathbf{x}}\right)_n \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \phi}\right)_n} \quad (5.11)$$

⁷ステレオレイヤーの場合。アクシャルレイヤーは円筒形だが、同じ式でステレオ角 0 とすれば円筒の場合と同等の結果になる。

後は、適切な初期値 ϕ_1 (基準点の位置でよい) をとり、 $S(x(\phi_n, \mathbf{a}, x_0))$ が十分小さくなるまで 5.11 式を繰り返せばよい⁸。 ϕ_{n+1} と ϕ_n がほぼ等しくなったときの ϕ_n が求める ϕ であり、この ϕ を用いて $X_k(\mathbf{a})$ の値が計算できる。

以上で、トラックフィッティングに必要なトラックパラメータ及びトラックパラメータと測定量を結び付ける方程式は出揃った。先に述べたように、物質がない場合、もしくは高運動量で多重散乱や電離損失が無視できる場合には、トラックパラメータ 1 組で決まる Helix フィッティングを行うことで、衝突点付近での粒子の運動量を精度良く得ることができる。そこで、まず、Helix フィッティングを CDC に応用する場合の詳細を述べる。

5.3.2 通常の Helix フィッティング

方針

Helix フィッティングの場合には、次式で定義される χ^2 を最小にすることによって、トラックパラメータ \mathbf{a} を決定する。

$$\chi^2 = \sum_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}))^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a})) \quad (5.12)$$

従って、 \mathbf{a} を決める極値条件は

$$0 = \frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{a}} = -2 \sum_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}))^T \mathbf{V}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}} \right) \quad (5.13)$$

である。

\mathbf{a} の最適値も、やはりニュートン法によって求めることができる。 $\frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{a}}$ を適切な \mathbf{a}_n でテイラー展開して 1 次項のみ残すと、

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{a}}(\mathbf{a}) \simeq \frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{a}}(\mathbf{a}_n) + (\mathbf{a} - \mathbf{a}_n)^T \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mathbf{a}^T \partial \mathbf{a}}(\mathbf{a}_n) \quad (5.14)$$

となる。 \mathbf{a} の最適化の極限で左辺は 0 にならなければならないので、ここから漸化式が得られて、

$$\mathbf{a}_{n+1} = \mathbf{a}_n - \left(\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mathbf{a}^T \partial \mathbf{a}} \right)_n^{-1} \left(\frac{\partial \chi^2}{\partial \mathbf{a}} \right) \quad (5.15)$$

更に、5.12 式から、

$$\frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \mathbf{a}^T \partial \mathbf{a}} \simeq 2 \sum_k \left(\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}} \right)^T \mathbf{V}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}} \right) \quad (5.16)$$

となる。あとは、 $\left(\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}} \right)$ の具体的な形が分かればよい。

一般に、 \mathbf{h}_k のトラックパラメータ微分 $\mathbf{H}_k \equiv \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}}$ は次のように書ける。

$$\mathbf{H}_k \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial d}{\partial \mathbf{a}} \\ \frac{\partial z}{\partial \mathbf{a}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial d}{\partial x} \left(\frac{\partial x}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial x}{\partial \mathbf{a}} \right) + \frac{\partial d}{\partial y} \left(\frac{\partial y}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial y}{\partial \mathbf{a}} \right) + \frac{\partial d}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial z}{\partial \mathbf{a}} \right) \\ \frac{\partial z}{\partial x} \left(\frac{\partial x}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial x}{\partial \mathbf{a}} \right) + \frac{\partial z}{\partial y} \left(\frac{\partial y}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial y}{\partial \mathbf{a}} \right) + \frac{\partial z}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial z}{\partial \mathbf{a}} \right) \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

⁸実際には、収束を早めるため右辺第 2 項の分母に $(1 + \lambda)$ を掛ける。 λ は初め $\lambda \ll 1$ とし、 $S(x(\phi_n, \mathbf{a}))$ の絶対値が 1 ループ前の値より小さくなった場合は 1 より小さい値、大きくなった場合には 1 より大きい値を掛ける。

このうち、位置座標の ϕ 偏微分、トラックパラメータ偏微分は、5.2 式より簡単に得られる。また、測定ベクトルのトラックパラメータ微分も、5.5 式から計算できる。唯一、これまでに出来た数式から得られないものが ϕ のトラックパラメータ微分であるが、これは測定面と Helix の交点の方程式

$$S(x(\phi, \mathbf{a}), y(\phi, \mathbf{a}), z(\phi, \mathbf{a})) = 0 \quad (5.18)$$

をトラックパラメータで微分した式

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial S}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\partial S}{\partial x} \left(\frac{\partial x}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial x}{\partial \mathbf{a}} \right) \\ &\quad + \frac{\partial S}{\partial y} \left(\frac{\partial y}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial y}{\partial \mathbf{a}} \right) \\ &\quad + \frac{\partial S}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial z}{\partial \mathbf{a}} \right) \end{aligned} \quad (5.19)$$

から、一次方程式の解として必ず得られる。あとは、必要な偏微分を実行すればよい。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} = - \simeq 2 \sum_k \left(\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}} \right)^T \mathbf{V}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}} \right) \quad (5.20)$$

計算に必要な偏微分

まず、 $\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}}$ を得るための偏微分を実行する。測定面 S の方程式には、一葉双曲面の方程式

$$S = x^2 + y^2 - r_{z=0}^2 - z^2 \tan^2 A = 0 \quad (5.21)$$

を使う。ここで、 $r_{z=0}$ は一葉双曲面の $z = 0$ 平面における半径、 A はワイヤーのステレオ角である⁹。従って、

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial x} = 2x \\ \frac{\partial S}{\partial y} = 2y \\ \frac{\partial S}{\partial z} = -2z \tan^2 A \end{cases} \quad (5.22)$$

また、5.2 式を用いて、

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \phi} = \frac{\alpha}{\kappa} \sin(\phi_0 + \phi) \\ \frac{\partial y}{\partial \phi} = -\frac{\alpha}{\kappa} \cos(\phi_0 + \phi) \\ \frac{\partial z}{\partial \phi} = -\frac{\alpha}{\kappa} \tan \lambda \end{cases} \quad (5.23)$$

⁹アクシャルレイヤーでは、 $\tan A = 0$ になる。

である。 x, y, z のトラックパラメータ偏微分 $\frac{\partial x}{\partial \mathbf{a}}, \frac{\partial y}{\partial \mathbf{a}}, \frac{\partial z}{\partial \mathbf{a}}$ は、それぞれ、

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial d_\rho} = \cos \phi_0 \\ \frac{\partial x}{\partial \phi_0} = -(d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}) \sin \phi_0 + \frac{\alpha}{\kappa} \sin(\phi_0 + \phi) \\ \frac{\partial x}{\partial \kappa} = -\frac{\alpha}{\kappa^2} (\cos \phi_0 - \cos(\phi_0 + \phi)) \\ \frac{\partial x}{\partial d_z} = 0 \\ \frac{\partial x}{\partial \tan \lambda} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial y}{\partial d_\rho} = \sin \phi_0 \\ \frac{\partial y}{\partial \phi_0} = +(d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}) \cos \phi_0 - \frac{\alpha}{\kappa} \cos(\phi_0 + \phi) \\ \frac{\partial y}{\partial \kappa} = -\frac{\alpha}{\kappa^2} (\sin \phi_0 - \sin(\phi_0 + \phi)) \\ \frac{\partial y}{\partial d_z} = 0 \\ \frac{\partial y}{\partial \tan \lambda} = 0 \end{array} \right. \quad (5.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial z}{\partial d_\rho} = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial \phi_0} = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial \kappa} = \frac{\alpha}{\kappa^2} \phi \tan \lambda \\ \frac{\partial z}{\partial d_z} = 1 \\ \frac{\partial z}{\partial \tan \lambda} = -\frac{\alpha}{\kappa} \phi \end{array} \right.$$

と表せる。これらを用いて、次の ϕ のトラックパラメータ偏微分が得られる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}} = - \left(\frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial S}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{a}} \right) / \left(\frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \phi} + \frac{\partial S}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \phi} + \frac{\partial S}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \phi} \right) \quad (5.25)$$

次に、 d の偏微分であるが、 $\frac{\partial d}{\partial \mathbf{a}} = \frac{1}{2d} \frac{\partial d^2}{\partial \mathbf{a}}$ であるので、 $\frac{1}{2d}$ の部分に後で \mathbf{a} を使って計算したドリフト距離を代入することにして、 $\frac{\partial d^2}{\partial \mathbf{a}}$ の計算を行う。 \mathbf{a}_k が関係するのは \mathbf{X}_k だけであるから、

$$\begin{aligned} \frac{\partial d}{\partial \mathbf{a}_k} &= \frac{1}{2d} \frac{\partial d^2}{\partial \mathbf{a}_k} \\ &= \frac{1}{d} \left((\mathbf{X}_k - \mathbf{x}_w)^T \frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{a}_k} - \mathbf{v} \cdot (\mathbf{X}_k - \mathbf{x}_w) \mathbf{v}^T \frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{a}_k} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left((\mathbf{X}_k - \mathbf{x}_w) - \mathbf{v} \cdot (\mathbf{X}_k - \mathbf{x}_w) \mathbf{v} \right)^T \frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{a}_k} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{d} (\mathbf{X}_k - \mathbf{x}_w)^T (1 - \mathbf{v}\mathbf{v}^T) \frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{a}_k} \quad (5.26)$$

である。 $\frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{a}_k}$ は、 \mathbf{X}_k が $\phi(\mathbf{a}_k)$ と \mathbf{a}_k の関数であることを考慮して、

$$\frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{a}_k} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}_k} + \frac{\partial x}{\partial \mathbf{a}_k} \\ \frac{\partial y}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}_k} + \frac{\partial y}{\partial \mathbf{a}_k} \\ \frac{\partial z}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{a}_k} + \frac{\partial z}{\partial \mathbf{a}_k} \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

である。

z のパラメータ偏微分は、やはり 5.4 式から、

$$\frac{\partial d}{\partial \mathbf{a}_k} = v_z \mathbf{v}^T \frac{\partial \mathbf{X}_k}{\partial \mathbf{a}_k} \quad (5.28)$$

となる。あとは 5.27 式を代入すればよい。

5.3.3 Kalman Filter を用いたフィッティングプログラム

実際の検出器は、ビームパイプやサポートチューブなどの金属、パーテックス部分の CCD 基板、CDC 内のガスやワイヤーなどの物質で満たされており、特に運動量の低い粒子が生成するトラックの場合には完全な螺旋状にはならない。このようなトラックを 1 つのトラックパラメータでフィッティングすると、ビーム衝突点近くのフィッティングの精度が悪化してしまう (図 5.6)。必要なのは、粒子が生成された直後の運動量を精度良く測ることであるから、このような場合には別のフィッティング手法が必要になる。

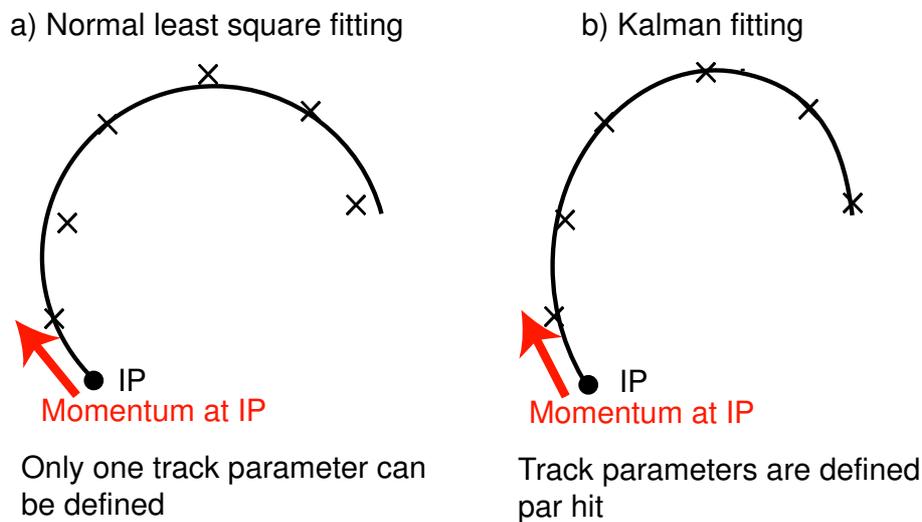


Figure 5.6: トラックフィッティングの比較。IP 直後の運動量ベクトルの向きに注目。a) の Helix フィッティングによる運動量ベクトルは、実際のトラックの方向から若干ずれている。現実の (ひしゃげた) 螺旋形に合わせてフィッティングすると、IP 直後の運動量ベクトルはほぼ実際のトラックと同じ方向を向く。

そこで、このような問題点を改善するため、1987 年ごろから、Kalman Filter が用いられはじめた。1960 年に R.E.Kalman が提唱したオリジナルの Kalman Filter [30] を高エネルギー粒子の飛跡再構成に応用したものの [31, 32, 33] で、

- 測定できる量と求めたいパラメータとの関係が近似的に一次の関係にあり、
- 測定量が離散的かつ数が多く、
- それぞれの測定点間の距離が比較的小さく、 k 番目の測定点におけるパラメータが、 $k-1$ 番目の測定点におけるパラメータを $k-1$ 番目から k 番目の測定点へ外挿したものにほぼ等しいと見なせる場合

に特に有用なフィッティング方法である¹⁰。最小二乗法との最大の違いは、ヒット点が増えるごとに、その点での新たなトラックパラメータを計算しなおすため、ヒット点ごとにトラックパラメータを変化させられる点にある。これにより、エネルギー損失、クーロン多重散乱、 $K \rightarrow \mu\nu$ や $\pi \rightarrow \mu\nu$ などの崩壊に伴う kink などの効果を逐次取り入れることができる。その結果、ビーム衝突点近くのフィッティングの精度が上がり、荷電粒子が生成された直後の運動量を精度よく得られる。

重要な点は、Kalman filter が特定の問題の詳細によらない一般的な漸化式の形で表され、任意の測定点におけるトラックパラメータの最適値が簡単に得られることである。新たな k 番目のヒット点を加えると、そのヒット点におけるトラックパラメータが計算され、そのパラメータの信頼度は逐次改善されていく。必要ならば $k-1$ 番目以前の点でのトラックパラメータも k 番目のヒット点の情報によって改善することが出来る（これを Smoothing と呼ぶ）。また、与えられた n 個のヒット点に対して Kalman Filter を適用し、Smoothing を施した後に、任意の k 番目の測定点を削除し、その k 番目の点におけるトラックパラメータの最適値を求めることも出来る。これは、 k 点に対応するワイヤーのアライメントを行いたい場合などに有用である。

必要な作業は、この Kalman Filter を我々のステレオレイヤーを含むミニジェットセルドリフトチェンバーの場合に応用する作業である。このような応用を記した文献は見当たらず、また完全に解析的に扱うのは容易ではないため¹¹ Helix フィッティングの場合と同様にニュートン法による近似を交えながら解を求めることにする。なお、Kalman Filter についての詳細を付録 A.1 に記した。

必要なパラメータと公式

まず、Kalman Filter の漸化式の中から、必要な数式を選び出す。Kalman Filter をトラックフィッティングに適用する場合、通常、最外層のヒット点から出発し衝突点に向かって進む。これは、最外層ではトラック間の分離が最もよくなり、また電荷分配法¹²で決めた z 座標から得られる $\tan \lambda$ 分解能が最もよくなると期待されるからである。従って、最内層のヒット点に到達した時点で、そこでのトラックパラメータは既に最適値となり、Smoothing は不要である。よって、外側の測定器に対する外挿を考えなければ、必要な公式は、トラックパラメータとその共変行列（誤差行列）に関する漸化式を与える次の2つである（詳細は付録参照）。

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k &= \mathbf{a}_k^{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1})) \\ \mathbf{C}_k &= \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} = (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^{k-1} \end{aligned}$$

¹⁰ オリジナルの Kalman Filter は、線形系に対するものであり、磁場中の荷電粒子の飛跡再構成のような、非線形の問題に対して応用する場合は、それを適当に線形化して適用することになる。その意味で、正確には Extended Kalman Filter と呼ぶべきであるが、これ以降も、単に Kalman Filter と呼ぶことにする。

¹¹ Helix と Hyperboloidal Surface の交点を求める方程式を解かねばならない。

¹² センスワイヤーの両端から検出した信号の電荷量の比から、ワイヤー方向の位置を求める方法。ワイヤー方向の位置分解能は、普通ワイヤー長の 1% 程度である。

ただし

$$\begin{cases} K_k &= C_k^{k-1} H_k^T (V_k + H_k C_k^{k-1} H_k^T)^{-1} \\ C_k^{k-1} &= F_{k-1} C_{k-1} F_{k-1}^T + Q_{k-1} \end{cases}$$

また

$$\begin{cases} F_{k-1} &\equiv \left(\frac{\partial f_{k-1}(\mathbf{a}_{k-1})}{\partial \mathbf{a}_{k-1}} \right) \\ H_k &\equiv \left(\frac{\partial h_k(\mathbf{a}_k^{k-1})}{\partial \mathbf{a}_k^{k-1}} \right) \end{cases} \quad (5.29)$$

\mathbf{a}_k は、 k 番目までのヒット情報までを用いて計算した、 k 番目のヒット点におけるトラックパラメータ最適値、 \mathbf{a}_k^{k-1} は $k-1$ 番目までのヒット情報を用いて計算した、 k 番目のヒット点におけるトラックパラメータの予測値、 C_k と C_k^{k-1} は対応するトラックパラメータの誤差行列を表す。すでに述べたように m_k は測定ベクトル、 $h_k(\mathbf{a}_k^{k-1})$ は、 \mathbf{a}_k^{k-1} を用いて計算した、測定誤差がない場合の k 番目の測定ベクトルの予測値である。一方、 f_{k-1} は、ランダムな変化（多重散乱）が無視できる場合に、 $k-1$ 番目の点におけるトラックパラメータと k 番目の点におけるトラックパラメータの関係を与える式であり、ここでは、 $k-1$ 番目までのヒット情報を用いて計算した最適トラックパラメータ \mathbf{a}_{k-1} を指数にとっている。多重散乱を無視すれば、 $\bar{\mathbf{a}}_k = f_{k-1}(\bar{\mathbf{a}}_{k-1})$ の関係がある。ここで、 $\bar{\mathbf{a}}_k$ 等の上線は真の値であることを示す。また、 Q_k 、 V_k はそれぞれ多重散乱、測定誤差に関する共変行列、 G_k は V_k の逆行列である。

これにより、 $k-1$ 番目の点までの情報で決まる F_{k-1} と H_k に具体的な値を代入してやれば、新しい測定点 m_k が加わるたびに、トラックパラメータ \mathbf{a}_k を更新できることになる。このうち、 H_k （測定方程式のトラックパラメータ微分）に関しては、Helix フィッティングの項で既に求めた。従って、必要なのは、 $f_{k-1}(\mathbf{a}_{k-1})$ のトラックパラメータに対する偏微分 F_{k-1} と、 Q_{k-1} および V_k の具体的な表式であるが、これについては後に詳述するとして、先にこれをどのようにミニジェットセル型ドリフトチェンバーに応用するかについて述べる。

ミニジェットセル型ドリフトチェンバーへの応用

図 5.7 は、Kalman Filter をミニジェットセル型ドリフトチェンバーに応用した場合の計算手順である。図のように、フィッティングはトラックの進む方向と反対向きに行われる。実線のフィッティングラインは、 $k-1$ 番目までの情報を用いて計算したトラックであり、印はこれを k 番目の測定点に向けて外挿 (extrapolate) したトラックと k 番目の測定面との交点 X_k^{k-1} である。これに、 k 番目の測定点の情報を加えると、 k 番目の測定点におけるトラックの位置の期待値 x_k^k が得られる (印)¹³。

基準点 (pivot) は、 k 番目の測定点に近い点のうち、(フィッティング作業によって) 動かない点であればよい。測定点の間隔が十分近い JLC-CDC の場合には、例えば $k-1$ 番目の測定点をとる。こうして基準点と $k-1$ 番目までの測定点から得られたトラックパラメータ $\mathbf{a}_{k-1} (\equiv \mathbf{a}_{k-1}^{k-1})$ が得られれば、5.11 式によってニュートン法で X_k^{k-1} を得ることができる。 X_k^{k-1} が求まれば、あとは 5.29 式に従って順次期待値を計算していけばよい。そこで、次に F_k の具体的な表式について述べる。

¹³更に Smoothing を行えば、これまでに確定した $K-1$ 番目までの測定点の期待値も更新される。

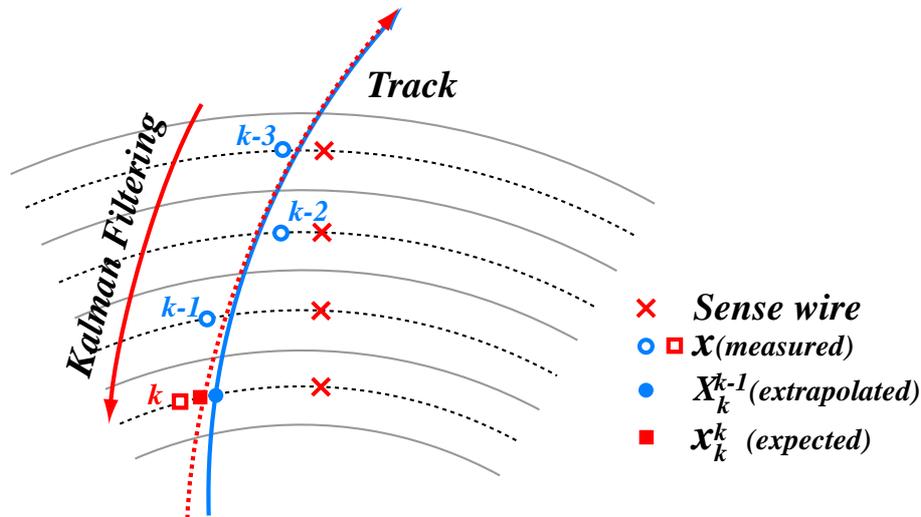


Figure 5.7: ミニジェットセルにおける Kalman Filter を用いたトラックフィッティングの手順。

 F_k の表式

まず $f_{k-1}(a_{k-1})$ を定義する。 $f_{k-1}(a_{k-1})$ は、 $k-1$ 番目の測定点におけるトラックパラメータの Filter 値 a_{k-1} を、 k 番目の測定点におけるトラックパラメータ a_k へ外挿する関数である。この関数は、一般に、磁場の有無などの外的状況や、トラックのパラメータ表示の仕方に依存するが、ここでは、一様磁場中の荷電粒子飛跡を考える。

Kalman Filter では、測定点ごとに k 番目の測定点に対応する pivot (x_{0k}) に対して、対応するトラックパラメータ ($a_k = (d_\rho, \phi_0, \kappa, d_z, \tan \lambda)_k^T$) を決めることができる。ゆえに、点 $k-1$ から点 k へパラメータを外挿する関数 $f_{k-1}(a_{k-1})$ を求める問題は、点 $k-1$ から点 k へ pivot を変換する問題に帰着する。このことは、 k 番目の点でのトラックパラメータを、全て $k-1$ 番目のトラックパラメータで表すことに等しい。表記上の約束として、下付き添字なしの x を実際の Track 上の点、下付き添字 0 の x_0 を測定点ごとにとった基準点 (pivot)、下付き添字 c の X_c などを、helix の中心を表すものとする。また、添字が煩雑になるのを避けるため、 $k-1$ 番目の測定点、パラメータなどは prime なし、 k 番目の測定点、パラメータ等は prime をつけるものとし、 k 番目のトラックパラメータ予想値を $a_k^{k-1} = f_{k-1}(a_{k-1}) = (d'_\rho, \phi'_0, \kappa', d'_z, \tan \lambda')$ 、 $k-1$ 番目のトラックパラメータのフィルター値を $a_{k-1}^{k-1} = (d_\rho, \phi_0, \kappa, d_z, \tan \lambda)$ と置くものとする。

図 5.8 から、それぞれのパラメータ及び位置を定義すると、

$$\begin{cases} d'_\rho &= (X_c - x'_0) \cos \phi'_0 + (Y_c - y'_0) \sin \phi'_0 - \frac{\alpha}{\kappa} \\ \phi'_0 &= \begin{cases} \tan^{-1} \left(\frac{Y_c - y'_0}{X_c - x'_0} \right) & (\kappa > 0) \\ \tan^{-1} \left(\frac{y'_0 - Y_c}{x'_0 - X_c} \right) & (\kappa < 0) \end{cases} \\ \kappa' &= \kappa \\ d'_z &= z_0 - z'_0 + d_z - \left(\frac{\alpha}{\kappa} \right) (\phi'_0 - \phi_0) \tan \lambda \\ \tan \lambda' &= \tan \lambda \end{cases} \quad (5.30)$$

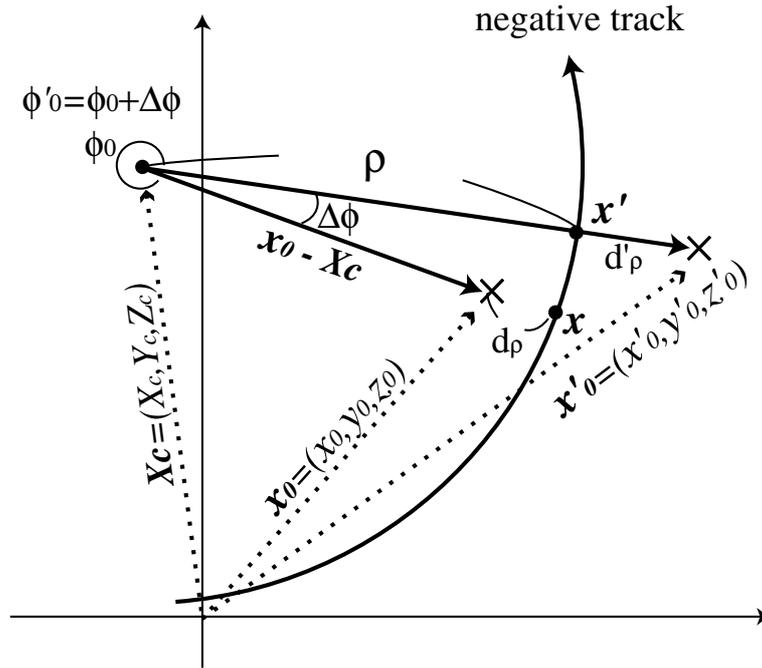


Figure 5.8: トラックパラメータとヒット点の関係

ただし、

$$\begin{cases} X_c \equiv x_0 + (d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}) \cos \phi_0 \\ Y_c \equiv y_0 + (d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}) \sin \phi_0 \end{cases} \quad (5.31)$$

である。既に述べたように、 ϕ'_0 が κ の正負によって変わるのは、トラックの曲率が小さく、右巻きのトラックか左巻きのトラックかが判断つかないような場合に、 ϕ_0 の値が飛躍するのを防ぐためである（このように定義しておく、右巻から左巻へ ϕ_0 が連続的に変化する）。

$f_{k-1}(a_{k-1})$ が定まったので、次にこれを $a_{k-1} = (d_\rho, \phi_0, \kappa, d_z, \tan \lambda)$ で偏微分し F_{k-1} を求める。以下に、その計算を記す。

ϕ'_0 の偏微分

d'_ρ, d'_z が ϕ'_0 を含んでいるため、まず ϕ'_0 の偏微分を計算する。(5.30) 式から、一般に、 ϕ'_0 を変数 ω で偏微分した時には、 x'_0, y'_0 が基準点（定数）であるので、

$$\frac{\partial \phi'_0}{\partial \omega} = \cos^2 \phi'_0 \left(\frac{\partial Y_c}{\partial \omega} - \tan \phi'_0 \frac{\partial X_c}{\partial \omega} \right) \quad (5.32)$$

である。ここで、(5.31) 式より、 (X_c, Y_c) と (x'_0, y'_0) との関係は、

$$\begin{cases} X_c \equiv x'_0 + (d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa'}) \cos \phi'_0 \\ Y_c \equiv y'_0 + (d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa'}) \sin \phi'_0 \end{cases}$$

となり、更に $\kappa' = \kappa$ であることから、

$$\begin{cases} X_c - x'_0 = (d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}) \cos \phi'_0 \\ Y_c - y'_0 = (d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}) \sin \phi'_0 \end{cases} \quad (5.33)$$

となる。後の計算を簡単にするため、先に (5.31) 式を用いて X_c, Y_c の偏微分を計算すると、

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial X_c}{\partial d_\rho} = \cos \phi_0 \\ \frac{\partial X_c}{\partial \phi_0} = -\left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}\right) \sin \phi_0 \\ \frac{\partial X_c}{\partial \kappa} = -\frac{\alpha}{\kappa^2} \cos \phi_0 \\ \frac{\partial X_c}{\partial d_z} = 0 \\ \frac{\partial X_c}{\partial \tan \lambda} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Y_c}{\partial d_\rho} = \sin \phi_0 \\ \frac{\partial Y_c}{\partial \phi_0} = \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}\right) \cos \phi_0 \\ \frac{\partial Y_c}{\partial \kappa} = -\frac{\alpha}{\kappa^2} \sin \phi_0 \\ \frac{\partial Y_c}{\partial d_z} = 0 \\ \frac{\partial Y_c}{\partial \tan \lambda} = 0 \end{array} \right. \quad (5.34)$$

となる。あとは、順次 (5.32) 式に (5.33) 式と (5.34) 式を代入していけばよい。

$\frac{\partial \phi'_0}{\partial \mathbf{a}_{k-1}}$ を計算すると、 κ の正負にかかわらず、

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi'_0}{\partial d_\rho} = -\left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}\right)^{-1} \sin(\phi'_0 - \phi_0) \\ \frac{\partial \phi'_0}{\partial \phi_0} = \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}\right) \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}\right)^{-1} \cos(\phi'_0 - \phi_0) \\ \frac{\partial \phi'_0}{\partial \kappa} = \frac{\alpha}{\kappa^2} \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}\right)^{-1} \sin(\phi'_0 - \phi_0) \\ \frac{\partial \phi'_0}{\partial d_z} = 0 \\ \frac{\partial \phi'_0}{\partial \tan \lambda} = 0 \end{array} \right. \quad (5.35)$$

となる。

d'_ρ の偏微分

(5.30) 式から、一般に、 x'_0, y'_0 が基準点 (定数) であるので、 d'_ρ の変数 ω による偏微は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial d'_\rho}{\partial \omega} &= \frac{\partial X_c}{\partial \omega} \cos \phi'_0 - (X_c - x'_0) \sin \phi'_0 \frac{\partial \phi'_0}{\partial \omega} \\ &+ \frac{\partial Y_c}{\partial \omega} \sin \phi'_0 + (Y_c - y'_0) \cos \phi'_0 \frac{\partial \phi'_0}{\partial \omega} - \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} \frac{\alpha}{\kappa} \end{aligned}$$

これと (5.34) 式、(5.35) 式を用いて、 $\frac{\partial d'_\rho}{\partial \mathbf{a}_{k-1}}$ の計算を行うと、 κ の正負に関わらず、

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial d'_\rho}{\partial d_\rho} = \cos(\phi'_0 - \phi_0) \\ \frac{\partial d'_\rho}{\partial \phi_0} = \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa}\right) \sin(\phi'_0 - \phi_0) \\ \frac{\partial d'_\rho}{\partial \kappa} = \frac{\alpha}{\kappa^2} (1 - \cos(\phi'_0 - \phi_0)) \\ \frac{\partial d'_\rho}{\partial d_z} = 0 \\ \frac{\partial d'_\rho}{\partial \tan \lambda} = 0 \end{array} \right. \quad (5.36)$$

となる。

その他の偏微分

κ の偏微分と $\tan \lambda$ の偏微分については言うまでもなく、

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \kappa'}{\partial d_\rho} = \frac{\partial \kappa'}{\partial \phi_0} = \frac{\partial \kappa'}{\partial d_z} = \frac{\partial \kappa'}{\partial \tan \lambda} = 0 \\ \frac{\partial \kappa'}{\partial \kappa} = 1 \\ \frac{\partial \tan \lambda'}{\partial d_\rho} = \frac{\partial \tan \lambda'}{\partial \phi_0} = \frac{\partial \tan \lambda'}{\partial \kappa} = \frac{\partial \tan \lambda'}{\partial d_z} = 0 \\ \frac{\partial \tan \lambda'}{\partial \tan \lambda} = 1 \end{array} \right.$$

である。

d_z の偏微分は、(5.35) 式があれば、簡単に計算できる。 κ の正負に関わらず、結果は以下の通りになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial d'_z}{\partial d_\rho} = -\frac{\alpha}{\kappa} \tan \lambda \frac{\partial \phi'_0}{\partial d_\rho} = \frac{\alpha}{\kappa} \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right)^{-1} \tan \lambda \sin(\phi'_0 - \phi_0) \\ \frac{\partial d'_z}{\partial \phi_0} = \frac{\alpha}{\kappa} \tan \lambda \left(1 - \frac{\partial \phi'_0}{\partial \phi_0} \right) = \frac{\alpha}{\kappa} \tan \lambda \left(1 - \left(d_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right) \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right)^{-1} \cos(\phi'_0 - \phi_0) \right) \\ \frac{\partial d'_z}{\partial \kappa} = \frac{\alpha}{\kappa^2} \tan \lambda \left((\phi'_0 - \phi_0) - \kappa \frac{\partial \phi'_0}{\partial \kappa} \right) = \frac{\alpha}{\kappa^2} \tan \lambda \left(\phi'_0 - \phi_0 - \frac{\alpha}{\kappa} \left(d'_\rho + \frac{\alpha}{\kappa} \right)^{-1} \sin(\phi'_0 - \phi_0) \right) \\ \frac{\partial d'_z}{\partial d_z} = 1 \\ \frac{\partial d'_z}{\partial \tan \lambda} = -\frac{\alpha}{\kappa} (\phi'_0 - \phi_0) \end{array} \right. \quad (5.37)$$

5.4 ミューオントラックによるテスト

5.4.1 3T デザインの CDC のビームバンチ分離能

前節で述べたトラックフィッターを Satellites に実装し、ミュオン 100GeV を JUPITER に 10000 イベント打ち込んで得たデータを用いて、高運動量極限における JLC-CDC のビームバンチ分離能について調べた。調査方法は、 T_0 をビームバンチの時間単位 $1.4ns$ の整数倍で人工的にずらし、それをフィッティングしたときの χ^2 の分布を見るものである。

測定点が真値のまわりに分布をする場合、 χ^2 の平均値は自由度の値に一致し、標準偏差 (RMS) は $\sqrt{2n}$ となる。自由度が十分大きければ χ^2 分布自体もガウス分布に近づく。JLC-CDC の場合、CDC を突き抜けるトラックは 50 測定点からなり、このそれぞれに 2 変数 (ドリフト距離と z) の自由度が存在するため、全部で 100 自由度になるが、フィッティングの際にトラックパラメータの 5 つの成分が拘束されるので、その分を差し引いて最終的な自由度は 95 になる。図 5.9 は、それぞれ 10 レイヤー全てがアクシャルレイヤーの場合と、アクシャルレイヤーとステレオレイヤーが混在する場合について、正しい T_0 でフィットしたときの χ^2 分布である。実線は、測定点がガウス分布をする場合の自由度 95 の χ^2 分布

$$\chi^2(x, n) = \frac{x^{\frac{1}{2}n-1} \exp^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \cdot \Gamma(\frac{n}{2})}, \quad n = 95 \quad (5.38)$$

から得た計算値である。いずれも計算値とよく合っており、フィッティングが適切に行われていることを示している。

次に、 T_0 を 10 バンチ分 (14nsec)、15 バンチ分 (21nsec)、20 バンチ分 (28nsec) ずらし、 χ^2 分布を調べた。図 5.10 は 10 レイヤー全てがアクシャルレイヤーの場合、図 5.11 はアクシャルレイヤーとステレオレイヤーが混在する場合である。いずれも、 T_0 のずれが大きくなるに従って χ^2 分布の幅が広がっており、 T_0 がずれたことによって、ランダムな統計誤差以外の原因で、トラックを構成するヒット点のなめらかさが失われたことを示している。また、アクシャルレイヤーのみで構成された CDC の場合と比較すると、アクシャルレイヤーとステレオレイヤーが混在する場合は、バンチ分解能に有意な差が見られる。 χ^2 の分布そのものの幅が広がっていることも原因であるが、より本質的な点は、間違った T_0 を与えた場合にステレオレイヤーを含む構造の方が全体に χ^2 が小さくなる点である。これは、5.1 節で述べたように、異なるレイヤー間におけるトラックの不連続性が、 z の誤差 5cm の範囲で $\tan \lambda$ を調節することにより、ある程度ならされる効果が見えているためと考えられる。

この章の初めに述べたように、まず確認すべき点は、ステレオレイヤーを含む CDC でのバンチ分離は可能であるか、という点である。この点に対し、図 5.11 はバンチ分離が可能であることを示している。 3σ 分離を要求すると、約 20 バンチ以上離れたバンチで起こったミニジェットバックグラウンドは除外できることになる。これは、1 バンチトレイン中に発生するミニジェットのおよそ 90% を除外できるということに等しい。この 90% という数字は、決して小さな数字ではないが、2.2.3 節で述べた要求を考慮すると、JLC-CDC の時間分解能としては 10 バンチ分離を目標にすべきである。これにより、JUPITER & Satellites による、JLC-CDC のグローバルパラメータ最適化 R&D が開始できる。以下に、10 バンチ分離を目標にした場合に有効であると考えられる R&D を述べる。

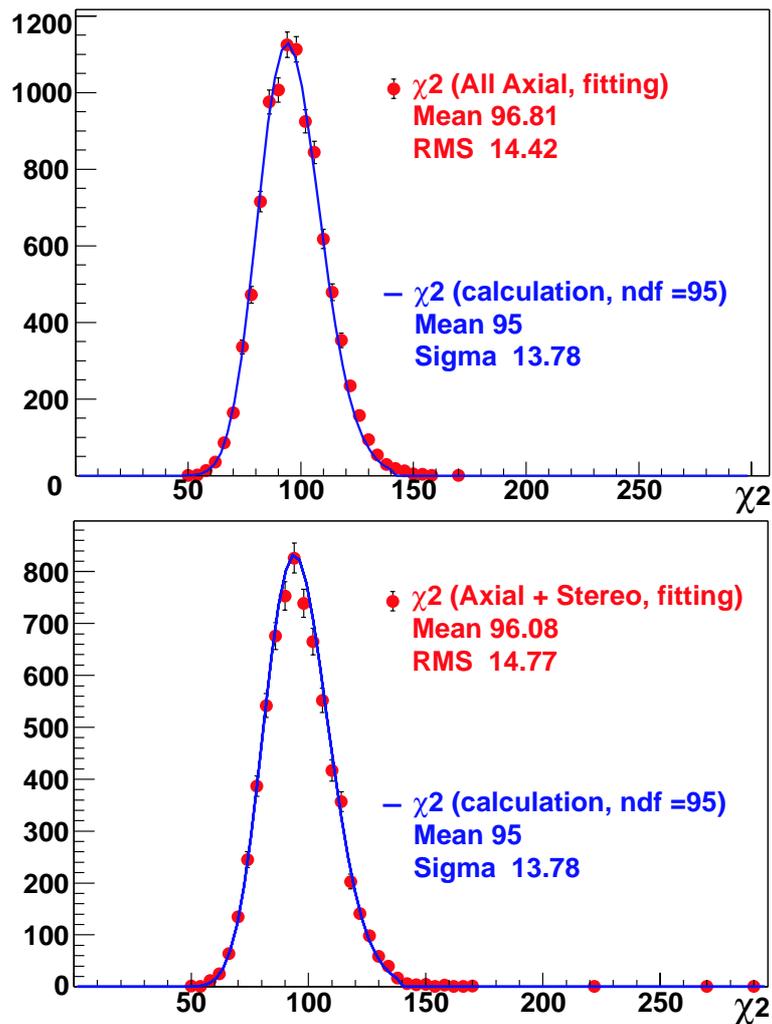


Figure 5.9: T_0 を正しく合わせてフィッティングしたときの χ^2 の分布。上が 10 レイヤー全てアクシャルレイヤーの場合、下がアクシャルレイヤーとステレオレイヤーが混在する場合。

5.4.2 ビームバンチ分離能向上のための R&D 項目

T_0 をパラメータにした時間分解能の調査

解析プログラム側の改良点として、バンチ分離能を見積もる方法を現在の χ^2 分布の分離で調べるのではなく、 T_0 をフリーパラメータにしてフィッティングを行った際に、 T_0 がどの程度の幅で決まるか、といった観点から調べる方法がある。パラメータがひとつ増えるため、フィッティングアルゴリズムは若干難しくなるが、解析プログラム側のみの変更で行える調査であるから、まずここから開始すべきである。

ダミーセンスワイヤーの読み込み

JLC-CDC のセルは、5 本のセンスワイヤーを持つが、その外側に 1 本ずつ現在電場を正しく形成するためにダミーのセンスワイヤーが張られている。このセンスワイヤーは、わざと電子雪崩をおこさないように太

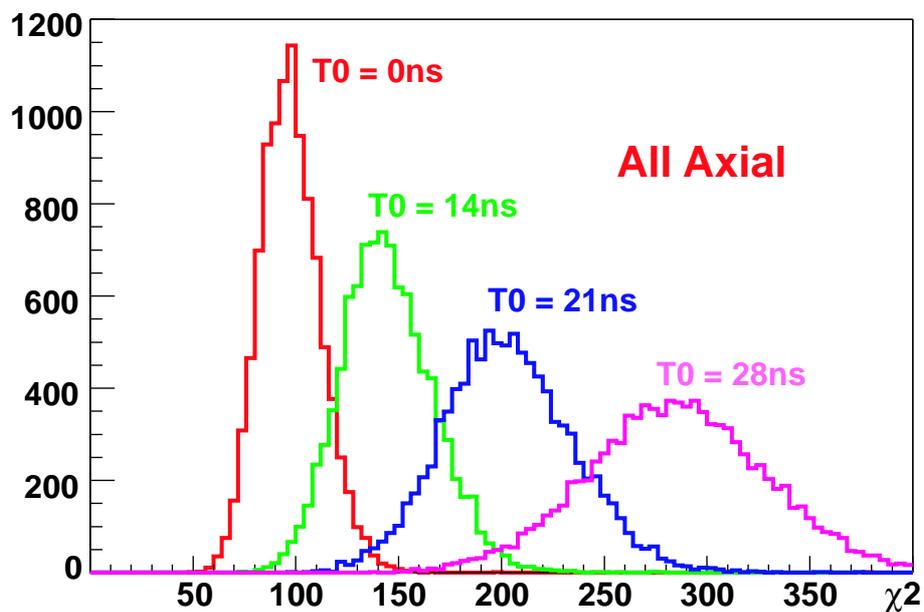


Figure 5.10: 10層全てがアクシャルレイヤーの場合の χ^2 分布。左から、 T_0 が正しい場合、10 バンチ分ずれた場合、15 バンチ分ずれた場合、20 バンチ分ずれた場合に相当。

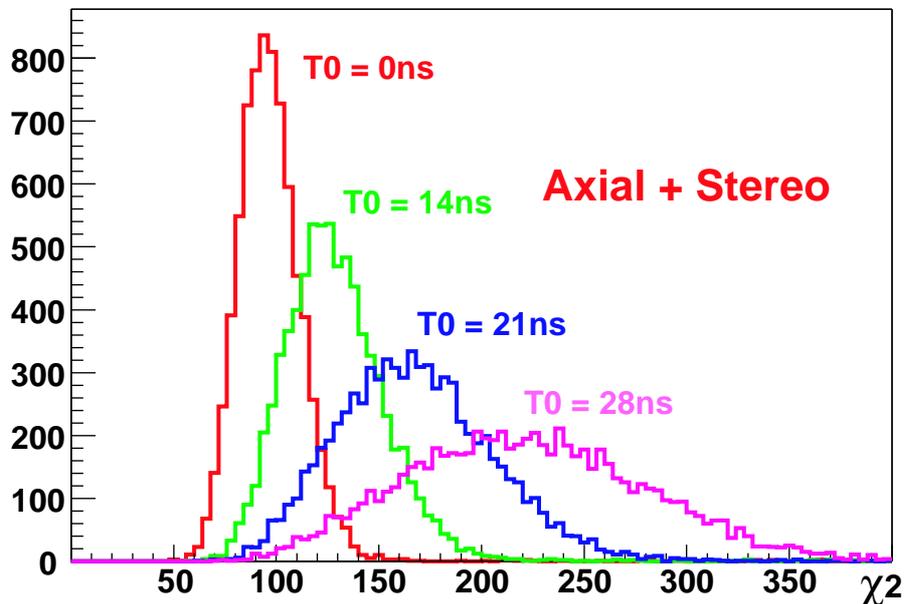


Figure 5.11: アクシャルレイヤー 4 層 + ステレオレイヤー 6 層の場合の χ^2 分布。左から、 T_0 が正しい場合、10 バンチ分ずれた場合、15 バンチ分ずれた場合、20 バンチ分ずれた場合に相当。

くなっているが、(若干電場の安定性を犠牲にして)これを細いものに変えて読み出しを行う。このことの時間分解能に対する寄与は、一つのセル中でより長くトラックセグメントを固定することにより、 T_0 が間違っている場合のトラックフィッティングを難しくすることが出来る点である。不連続が起こっている2つのヒット点が半径方向に近ければ近いほど、これを無理に Helix パラメータでフィッティングすれば χ^2 が悪化すると考えられるためである。

セル配置の最適化

言うまでもなく、セルの交互配置により時間分解能を得る場合には、実際にトラックがセルの右側(センスワイヤーを中心に ϕ の大きい方)と左側(右側の逆サイド)の間をなるべく交互に通ることが重要である。極端な場合、高運動量のほとんど曲がらずに進むトラック(したがって物理的に重要なトラック)が全て右側(左側)しか通らないような領域があった場合、そこを通過した場合の時間分解能はゼロである。JLC では飛跡がジェットとなって固まって検出されるため、このような領域が存在することは検出器の対称性をやぶることになり、物理にとって致命的である。

現在 JUPITER に実装されているセルは、アクシャルレイヤー1層とステレオレイヤー2層を一組のスーパーレイヤーとし、それぞれのスーパーレイヤーの中で互いにドリフト領域の幅の半分をずらして配置しているのみであり、他のスーパーレイヤーとの関係や1レイヤー中のセルの数には特に注意を払っていない。これらのパラメータの時間分解能への影響を把握し、セル配置を最適化することで、バンチ分離能の改善を図れる可能性がある。

一方、セル配置は CDC 全体の運動量分解能や近接飛跡分離能にも影響する。たとえば、半径方向に1直線にワイヤーが並んでしまうような領域があると、そこへ入射した高運動量のトラックの位置分解能は極端に悪化する。時間分解能の観点のみを考えれば、全てのレイヤーでセルの左右が交互配置になるようにするのが良いが、この配置はまさしく1直線にワイヤーが並んでしまう配置である。したがって、セル配置の最適化は、他の分解能の要求も考慮しながら注意深く行われなければならない。

Chapter 6

結論

6.1 本研究の成果

JLC-CDC (中央飛跡検出器) は、JLC 計画で期待される物理のあらゆる場面で中心的な役割を担うことになる測定器であり、その基本設計は、物理からの性能要求を適切に反映したものである必要がある。本研究は、JLC-CDC の基本設計を目標として結成された、JLC-CDC グループの開発研究の一環としてスタートした。基本設計は、物理からくる性能要求を測定器パラメータに翻訳する作業と、その測定器パラメータが実現可能である事を実証する作業に大別できる。前者は、主としてシミュレーションを主要な手段とするが、後者においても、実機のプロトタイプ建設前の段階では要素技術のハードウェア開発が主体となるため、全体システムの性能評価は、要素技術のハードウェア開発の結果を踏まえたシミュレーションが本質的である。一方、要素技術のハードウェア開発は、その結果がフィードバックされる結果として、測定器パラメータに影響を与えるため、両者は車の両輪の関係にある。

電子・陽電子リニアコライダの実験では、反応の終状態をクォーク、レプトン、ゲージボソンなどのパートンレベルで捉えられるという著しい特徴があるが、それにはハドロンジェットのエネルギー流の精密測定が不可欠である。高エネルギー反応では、ジェット中の粒子密度が著しく上がり、近接粒子の分離能力が鍵となるが、磁場中での電子のドリフトの偏向角 (ローレンツ角) は、近接粒子の分離能を決定する重要なパラメータである。そうした観点から、本研究では、JLC-CDC の基本セル構造を決定する最も重要なパラメータの1つであるローレンツ角の測定という要素技術開発 (ハードウェア研究) と、それを踏まえた全体設計のための測定器シミュレータの枠組みの開発を行った。

JLC の中央飛跡検出器で使用予定の検出ガスは、位置分解能の要求からドリフト速度が小さく、その結果、ローレンツ角自体も小さくなり、その精密測定は困難である。本研究では、2本のレーザービームを同時に測定用のドリフトチェンバーに打ち込みそれを flash ADC で読み込むという全く新しい測定法を開発し、レーザーの振動による系統誤差を劇的に軽減し、かつてない精密測定 (以前の測定に比して1桁以上の改善) に成功した。また、データ解析のために、C++ 言語を用いて新しい解析プログラムを開発した。これは、後に、実機用解析プログラムの枠組みを作る際のベースとなった。測定結果は、現在のセル構造の妥当性を基本的には正当化するものであり、また、その GARFIELD による理論計算の結果との一致から、3 T への外挿を可能とするものである。

ローレンツ角測定の後、これを含むハードウェア開発の結果を入力としてフル・シミュレーションを行い、システム全体としての性能評価をし、基本設計を完成するためフル・シミュレータ (JUPITER+Satellites) の開発を行った。JUPITER は、オブジェクト指向技術を最大限に活用し、Geant4 ベースで C++ 言語を用いて開発した。

CDC においてフルシミュレーションを行うためには、シミュレータに詳細な CDC の構造がインストールされている必要がある。JLC-CDC では、通常のセルを捻った形のステレオセルが存在するが、これを代表する形状は、現在の Geant4 では提供されていない。そこで、Geant4 の枠組みの中で作動するステレオセル用クラス J4TwistedTubs を開発した。この J4TwistedTubs クラスを、テスト環境 (THEBE) で、geantino 粒子、ミュオン、 $e^+e^- \rightarrow ZH$ のヒッグスを用いてテストした。その結果、G4Tubs に比べ約 25% 増しの計算速度で動作することがわかった。これは、十分に使用に耐える計算速度である。

JUPITER の設計は、全ての測定器に、実際の測定器建設を模した実験屋に分かりやすい統一されたインターフェースを提供するとともに、複数の開発者が、同時に複数の測定器要素のシミュレータ部分を開発する場合に役に立つことを念頭に行った。具体的には、全ての測定器のベースとなる基底クラスを作成し、この基底クラスで測定器の組立、インストールなどの基本的な機能をサポートした。

JUPITER は、いわゆる Monte Carlo Truth、すなわち、exact hits を出力するまでを担当する。Exact hits を分解能に応じてぼかしたり、検出効率を考慮して消したりすることは、JUPITER の衛星プログラム (Satellites) の役割であり、この部分を分離する事により、時間のかかる、Geant4 部分を繰り返し行う事を避けられるようになった。これらの枠組みをもとに、JLC-CDC 部分の実装を行い、その応用として、JLC-CDC 中での近接荷電粒子の分離能力と運動量分解能の関係などの基本的な研究を行った。

また、ステレオレイヤーを含む CDC 実機の詳細構造が組み込まれた JUPITER と Satellites を活用し、現在の JLC-CDC (3 T デザイン) における時間分解能 (ビームバンチ分離能) を評価した。この目的のために、ステレオセルを持つミニジェットセル型ドリフトチェンバーのためのフィッティングプログラムを開発し、Satellites に実装した。評価は、シングルミュオンのトラック 10000 イベントをフィッティングし、その χ^2 分布を調べる方針で行った。結果は、注目するイベントの前後約 20 ビームバンチ以上離れたバンチで起こったバックグラウンドイベントは除去できることを示すものであった。これはミニジェット生成によるバックグラウンドを約 10 分の 1 に抑えられることを意味するが、加速器の性能を最大限に活かすためには、この値を更に 10 バンチ程度にまで改善することが望まれる。

6.2 今後の方向

上記のように、JUPITER および Satellites の枠組みは、すでに CDC 部分に応用され、また、JUPITER の部分について言えば、パーテックス検出器の部分も実装が進んでいる。また、もう 1 つの重要な検出器要素であるカロリメーターの実装も始まろうとしている。さらには、これら測定器全体が、加速器起源のバックグラウンドの中でどのように動作するかを評価するため、加速器の最終収束系をもシミュレーションに組み込む計画が始まったばかりである。一方、CDC に関して言えば、要素技術の開発はその最終段階に来ており、電荷分配比によるワイヤー方向の位置分解能の測定が終了次第、この枠組みを使って、実機のエンジニアリングデザイン (システム全体設計) を開始できる状況になってきた。本研究は、これらの発展の根幹をなすものであり、当初の目的である JLC-CDC の基本設計の完成にとどまらず、JLC 測定器全体の完成に向けて大きな役割を果たすであろう。

謝辞

本研究は1999年から2002年にかけて、主としてJLCのための中央飛跡検出器(JLC-CDC)の開発研究の一環として行ったものです。4年間を通し、JLC物理グループでお世話になりました皆様に、心より感謝致します。

特に、東京農工大学物理システム工学科量子ビーム工学研究室の仁藤修教官には、研究上の数々のご指導を頂きました。また、江村恒夫教官には、論文提出に際し、多くのご助言を頂きました。高エネルギー加速器研究機構素粒子原子核研究所(KEK)においては、藤井恵介氏、Norik Khalatyan氏、小林誠氏、奥野英城氏、宮本彰也氏から、研究計画から論文の執筆に至るまで、研究生活全般にわたって様々な局面で貴重なご意見を賜りました。近畿大学の加藤幸弘氏、工学院大学の渡辺隆氏には、データ収集の際大変お世話になりました。富山商船高専の阿蘇司氏には、JUPITERの開発実装において、数々のご協力を頂きました。

また、4年間にわたり、共に研究を行って来た黒岩洋敏氏、久保嶋梨絵氏をはじめとする仁藤研究室、筑波大の浅野研究室の皆様には、研究生活、学生生活共に大変お世話になりました。皆様方の励ましとお力添えがなければ、この研究は完成を見ませんでした。

また、本年度KEK協力研究員の受入教官になって下さいましたKEKの松井隆幸氏には、論文執筆に際し、折に触れ激励とご助言を頂きました。

ここに、再度皆様に深くお礼申し上げます。

Bibliography

- [1] R.L. Gluckstern, Nucl. Instr. and Meth. **A24** (1963) 381.
JLC physics group, http://www-jlc.kek.jp/subg/offl/lib/docs/helix_manip.ps.gz.
- [2] S. Sudou *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A **383**(1996) 391 .
- [3] ACFA Linear Collider Working Group, KEK Report 2001-11, August (2001), 374,
<http://www-jlc.kek.jp/subg/offl/jim/index-e.html>
- [4] <http://wwwinfo.cern.ch/asd/geant4/geant4.html>
- [5] ACFA Linear Collider Working Group, KEK Report 2001-11, August (2001), 360,
<http://www-jlc.kek.jp/subg/offl/jsf/index.html>
- [6] <http://root.cern.ch/>
- [7] JLC group, KEK Report 92-16, December (1992).
- [8] Y. Kurihara *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A441** (2000) 393.
- [9] N. Khalatyan *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A428** (1999) 403.
- [10] R.Veenhof, Nucl. Instr. and Meth. **A419** (1998) 726;
<http://consult.cern.ch/writeup/garfield>.
- [11] S.F. Biagi, Nucl. Instr. and Meth. **A283** (1989) 716.
- [12] S.F. Biagi, Nucl. Instr. and Meth. **A421** (1999) 234.
- [13] T.Kleinknecht, Detektren Für Teilchenstrahlung, B.G.Teubner. Stuttgart (1984).
- [14] L.G.H. Huxley and R.W. Crompton, The Diffusion and Drift of Electrons in Gases (Wiley, New York, 1974) Chap.8.
- [15] T.Kunst *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A324** (1993)127.
- [16] Y. H. Chang *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A339** (1994) 524.
- [17] J. Va'vra *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A324** (1993) 113.

- [18] Cube Beam Splitter, SIGMA KOKI Corporation, Japan.
- [19] N. Okazaki, Thesis, Tokyo Univ. of Agriculture and Technology (1999).
- [20] B.CDC AMP DISCRI TYPE II, Electronics division, KEK, Japan.
- [21] FADC RPC-250, REPIC Corporation, Japan.
- [22] R. Robson, M. Hildebrandt, and B. Schmidt, Nucl. Instr. and Meth. **A394** (1997) 74.
- [23] U.J. Becker et al., Nucl. Instr. and Meth. **A360** (1995) 476.
- [24] A. Breskin et al., Nucl. Instr. and Meth. **124** (1975) 189.
- [25] R.D. Hake and A.V. Phelps, Phys. Rev. **158** (1967) 70.
- [26] T. Tauchi, Talk presented at ACFA/LCWS99, Taipei, Taiwan (1999).
- [27] <http://wwwinfo.cern.ch/asd/geant4/G4UsersDocuments/Overview/html/index.html>
- [28] <http://www.thep.lu.se/torbjorn/Pythia.html>
- [29] http://www-jlc.kek.jp/subg/offl/lib/docs/helix_manip/main.html
- [30] R. E. Kalman, J. Basic Eng. 82 (1961) 34.
- [31] R. Frühwirth, Nucl. Instr. and Meth. **A262** (1987) 444.
- [32] E. J. Wolin and L. L. Ho, Nucl. Instr. and Meth. **A219** (1993) 493.
- [33] P. Astier *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. **A450** (2000) 138.

Appendix A

Kalman Filter

A.1 概要

飛跡検出器による飛跡の再構成は、Hit 点の集合から特定の Track に属する Hit 点を選び出す Track Finding と、そうして選び出された Hit 点を Fit して Track パラメータを決定する Track Fitting に分けられる。ここでは、Track Fitting、すなわち、ある Track に属する n 個の Hit 点の集合が与えられた場合、如何にしてそれらの Hit 点の fit を行い、精度よく Track パラメータ ($d_\rho, \phi_0, \kappa, d_z, \tan \lambda$) を決定するかを考察する。

一番単純な方法は、多重散乱 (Multiple Scattering) や電離によるエネルギー損失 (Energy Loss) がなく、飛跡が完全な Helix を描くと仮定して、最小 2 乗法で fit するものである。しかし、この方法では、1 つの Hit 点の集合に対し、Track パラメータを 1 つしか定義できない。このため、運動量の低い (すなわち多重散乱や電離によるエネルギー損失を無視できない) Track では、途中で比較的大きな多重散乱を受けたり、エネルギー損失により曲率が変化したりすると、その後の Hit 点がビーム衝突点近くの Fitting の精度を悪化させてしまう (図 A.1 - a))。

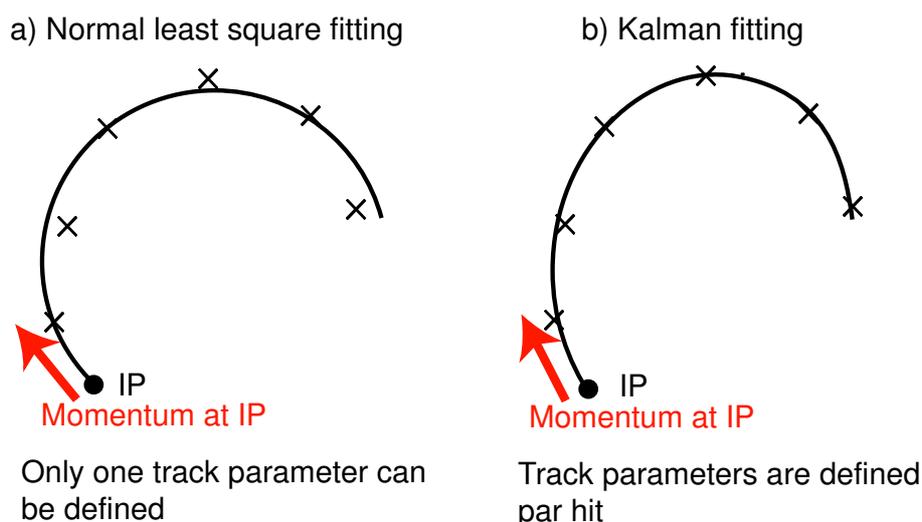


Figure A.1: Track Fitting の比較

そこで、このような問題点を改善するため、1987年ごろから、Kalman Filter が用いられはじめた。1960年に R.E.Kalman が提唱したオリジナルの Kalman Filter [30] を高エネルギー粒子の飛跡再構成に応用したものの [31, 32, 33] で、

- 測定できる量と求めたいパラメータとの関係が近似的に一次の関係にあり、
- 測定量が離散的かつ数が多く、
- それぞれの測定点間の距離が比較的小さく、 k 番目の測定点におけるパラメータが、 $k-1$ 番目の測定点におけるパラメータを $k-1$ 番目から k 番目の測定点へ外挿したものにほぼ等しいと見なせる場合

に特に有用な fitting 方法である¹。最小 2 乗法との最大の違いは、Hit 点が増えるごとに、その点での新たな Track パラメータを計算しなおすため、Hit 点ごとに Track パラメータを変化させられる点にある。これにより、エネルギー損失、クーロン多重散乱、 $K \rightarrow \mu\nu$ や $\pi \rightarrow \mu\nu$ などの崩壊に伴う kink などの効果を逐次取り入れることができる。その結果、ビーム衝突点近くの Fitting の精度が上がり、荷電粒子が生成された直後の運動量を精度よく求めることができる (図 A.1 - b)。

次の節で、この Kalman Filter を、実際に飛跡再構成に応用する場合の原理について説明する。

A.2 Kalman Filter の原理

測定点が増加するごとに、逐次直前の測定点での Track パラメータを更新するには、 $1 \sim k$ 番目の測定点から得られる、 k 番目の測定点における Track パラメータ が、 $k-1$ 番目までの測定点を用いて計算した $k-1$ 番目の測定点における Track パラメータ と、 k 番目の測定点における測定値の関数であるような、漸化式で表される必要がある。これを求めることが目標である。

さて、 $k-1$ 番目の点に置ける Track パラメータの真の値と、 k 番目の点における Track パラメータの真の値の関係は、次のように書ける。

$$\bar{a}_k = f_{k-1}(\bar{a}_{k-1}) + w_{k-1} \quad (\text{A.1})$$

ここで、 \bar{a}_k は Track パラメータの数を p とすると $p \times 1$ ベクトルになる。上線は真の値であることを示したものであり、下付きの k (または $k-1$) は、 k (または $k-1$) 番目の点における、という意味を表す。 $f_{k-1}(\bar{a}_{k-1})$ は、ランダムな変化 (多重散乱) が無視できる場合の、 $k-1$ 番目の点における Track パラメータと、 k 番目の点における Track パラメータの関係を与え、一般に非線形である。一方 w_{k-1} は、 $k-1$ 番目から k 番目にかけて、Track のなめらかな進行を阻むランダムな要因 (process noise と呼ばれる) に対応し、この場合は多重散乱の影響による Track パラメータの変化分となる。ここで、 $\langle w_{k-1} \rangle = 0$ である。この多重散乱の項の共変行列を、

$$Q_{k-1} \equiv \langle w_{k-1} w_{k-1}^T \rangle \quad (\text{A.2})$$

と表すことにする。

¹オリジナルの Kalman Filter は、線形系に対するものであり、磁場中の荷電粒子の飛跡再構成のような、非線形の問題に対して応用する場合は、それを適当に線形化して適用することになる。その意味で、正確には Extended Kalman Filter と呼ぶべきであるが、これ以降も、単に Kalman Filter と呼ぶことにする。

実際の測定では、もちろん Track パラメータそのものは測れない。従って、測定にかかる量と Track パラメータとの関係を定義しなければならない。測定にかかる量を m とする (m は、Hit 点の位置であったり、我々の場合には Drift 距離及び Charge Division で得られるワイヤー方向の位置の情報であったりするが、ここではそれを特定せず一般的に扱う)。

m の真の値は、Track パラメータの真の値がわかれば必ず計算できる。しかし実際の測定値には、その上に測定誤差が加わる。そこで、一般に、測定値 m は、次のように表せる。

$$m_k = h_k(\bar{a}_k) + \epsilon_k \quad (\text{A.3})$$

ここで、 m は、一般に $n \times 1$ ベクトルであり (位置を表すのであれば $n = 3$ で、 x, y, z の 3 次元ベクトル)、 $h_k(m)$ は測定誤差がない場合に Track パラメータと測定値の間の関係を与える関数で、これも一般的には非線形である。また、測定誤差 (ϵ_k) は、アライメントなどが正しく行われ、系統誤差が無視できるという条件のもとでは、多重散乱の場合と同様ランダムかつその平均が 0 ($\langle \epsilon_k \rangle = 0$) であるとみなせるので、共変行列は

$$V_k \equiv (G)^{-1} \equiv \langle \epsilon_k \epsilon_k^T \rangle \quad (\text{A.4})$$

と表せる。

これらを用いて、逐次新しい測定点を加えて Track パラメータを改善するアルゴリズムを確立するのが目的である。

A.2.1 Prediction : Track パラメータの予測

1 ~ $k-1$ 番目までの測定情報を用いて、 k 番目の測定点における Track パラメータを見積もることを「予測」(prediction) と呼ぶ。この際、(A.1) 式の右辺第 1 項の外挿の部分は予測可能であるが、第 2 項は $k-1$ 番目から k 番目におこる多重散乱を表しているので、 $k-1$ 番目までの情報では予測不可能ということになる。そこで、 $k-1$ 番目までの情報を用いた k 点での Track パラメータの予測値は、

$$a_k^{k-1} = f_{k-1}(a_{k-1}^{k-1}) = f_{k-1}(a_{k-1}) \quad (\text{A.5})$$

となる。下付きの k は上と同様「 k 番目の測定点における」という意味を表し、上付きの $k-1$ は「 $k-1$ 番目までの情報を用いた」という意味を表す。記法の簡便化のため、今後上付き添字と下付き添字が同じ場合は、特に混乱の恐れがなければ上付き添字を省略する。 $k-1$ 点における Track パラメータ (a_{k-1}^{k-1}) に対する共変行列は、共変行列の定義により

$$\begin{aligned} C_{k-1}^{k-1} &\equiv C_{k-1} \\ &\equiv \langle (a_{k-1} - \bar{a}_{k-1})(a_{k-1} - \bar{a}_{k-1})^T \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

で与えられるが、これを用いて、この予測値 (a_k^{k-1}) に対する共変行列を表すことを考える。再び共変行列の定義により、

$$\begin{aligned} C_k^{k-1} &\equiv \langle (a_k^{k-1} - \bar{a}_k)(a_k^{k-1} - \bar{a}_k)^T \rangle \\ &= \langle (f_{k-1}(a_{k-1}) - f_{k-1}(\bar{a}_k) - w_{k-1})(f_{k-1}(a_{k-1}) - f_{k-1}(\bar{a}_k) - w_{k-1})^T \rangle \\ &\simeq \langle (F_{k-1}(a_{k-1} - \bar{a}_{k-1}) - w_{k-1})(F_{k-1}(a_{k-1} - \bar{a}_{k-1}) - w_{k-1})^T \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$= \mathbf{F}_{k-1} \left\langle (\mathbf{a}_{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_{k-1}) (\mathbf{a}_{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_{k-1})^T \right\rangle \mathbf{F}_{k-1}^T + \langle \mathbf{w}_{k-1} \mathbf{w}_{k-1}^T \rangle + \text{cross terms} \quad (\text{A.8})$$

が得られる。ここで、

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{a}_{k-1}) - \mathbf{f}_{k-1}(\bar{\mathbf{a}}_{k-1}) &\simeq \left(\frac{\partial \mathbf{f}_{k-1}}{\partial \mathbf{a}_{k-1}} \right) (\mathbf{a}_{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_{k-1}) \\ &= \mathbf{F}_{k-1} (\mathbf{a}_{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_{k-1}) \end{aligned}$$

を用いた。点 $k-1$ での Track パラメータのふらつきと、点 $k-1$ から k にかけての多重散乱は無関係であることから両者の相関に起因する交差項が 0 になることに注意し、式 (A.2)、および、式 (A.6) を用いると

$$\mathbf{C}_k^{k-1} = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{C}_{k-1} \mathbf{F}_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (\text{A.9})$$

を得る。ただし、

$$\mathbf{F}_{k-1} \equiv \left(\frac{\partial \mathbf{f}_{k-1}}{\partial \mathbf{a}_{k-1}} \right) \quad (\text{A.10})$$

である。

A.2.2 Filtering : 現在点での Track パラメータの最適値の決定

現在点 k において、点 1 から点 k までの全ての測定情報を用いて、現在点 k における Track パラメータの最適値を求めることを filtering と呼ぶ。これを、点 1 から点 $k-1$ までの測定結果から得られた Track パラメータを点 k における測定結果を加えることにより改善するという形で実現するのが我々のここでの目標である。

式 (A.9) の共変行列を用いると、点 1 から点 $k-1$ までの情報から得られる点 k における Track パラメータに対する我々の知識の全ては、次の χ^2 に集約できる :

$$(\chi^2)_k^{k-1} = (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1})^T (\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1})$$

これに、点 k での新たな測定値の情報 :

$$(\chi^2)_k^{k,k} = (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^*))^T \mathbf{G} (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^*))$$

を加えると、点 $k-1$ での χ^2 値 (χ_{k-1}^2) への差分として、

$$\begin{aligned} \chi_+^2 &= (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1})^T (\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1}) \\ &\quad + (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^*))^T \mathbf{G} (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^*)) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} &= (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1})^T (\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1}) \\ &\quad + (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1}) - (\mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^*) - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1})))^T \mathbf{G} (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1}) - (\mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^*) - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1}))) \\ &\simeq (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1})^T (\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} (\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1}) \\ &\quad + (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1}) - \mathbf{H}_k(\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1}))^T \mathbf{G} (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1}) - \mathbf{H}_k(\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

が得られる。ここで、 $\mathbf{a}_k^* - \mathbf{a}_k^{k-1}$ が小さいとし、Taylor 展開の一次の項までを残した。ただし、

$$\mathbf{H}_k = \left(\frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{a}_k^{k-1}} \right) \quad (\text{A.13})$$

である。

χ_{k-1}^2 は、 \mathbf{a}_{k-1} で最小値をとり、 \mathbf{a}_k^* の微分に関しては定数である²。よって、この差分 (χ_+^2) を最小化するような \mathbf{a}_k^* が、我々の知りたい k 番目の測定点を加えたとき得られる新しい Track パラメータ ($\mathbf{a}_k^k \equiv \mathbf{a}_k$: k 番目の点での k 番目までの測定点を全て使って求めた Track パラメータ) である。極値条件より χ_+^2 を \mathbf{a}_k^* で微分して 0 とおくことにより、ただちに

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k &= \mathbf{a}_k^{k-1} + \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1})) \\ &= \mathbf{a}_k^{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

が得られる。ただし、

$$\mathbf{K}_k = \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \quad (\text{A.15})$$

とおいた。実用上、逆行列をとる回数はなるべく少ないことが望ましいので、 \mathbf{K}_k に対する別の表式を求めておく。

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k \left(\mathbf{H}_k \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T + (\mathbf{G}_k)^{-1} \right) &= \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \left(\mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k^T \right) \\ &= \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \\ &\quad \times \left[\left\{ \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k + (\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} - (\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} \right\} \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{H}_k^T \right] \\ &= \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T \end{aligned}$$

よって、式 (A.4) に注意すると

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T \left(\mathbf{V}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T \right)^{-1} \quad (\text{A.16})$$

を得る。この、(A.16) 式と (A.14) 式を使うと、新しい k 番目の測定点を加えた時に Track パラメータ \mathbf{a}_k^{k-1} が $\mathbf{a}_k \equiv \mathbf{a}_k^k$ へと改善されることになる。

このとき、Track パラメータの誤差行列も同時に改善される。実際、共変行列の定義と、式 (A.14) により、

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k &\equiv \langle (\mathbf{a}_k - \bar{\mathbf{a}}_k)(\mathbf{a}_k - \bar{\mathbf{a}}_k)^T \rangle \\ &= \langle (\mathbf{a}_k^{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1})) - \bar{\mathbf{a}}_k) (\mathbf{a}_k^{k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1})) - \bar{\mathbf{a}}_k)^T \rangle \\ &= \langle [(\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k) + \mathbf{K}_k \{ \mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{a}}_k) - (\mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1}) - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{a}}_k)) \}] [\dots]^T \rangle \end{aligned}$$

また、これと式 (A.3) より、

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k &= \langle [(\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k) + \mathbf{K}_k \{ \boldsymbol{\epsilon}_k - (\mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{k-1}) - \mathbf{h}_k(\bar{\mathbf{a}}_k)) \}] [\dots]^T \rangle \\ &\simeq \langle [(\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k) + \mathbf{K}_k \{ \boldsymbol{\epsilon}_k - \mathbf{H}_k (\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k) \}] [\dots]^T \rangle \\ &= \langle [(1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) (\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k) + \mathbf{K}_k \boldsymbol{\epsilon}_k] [\dots]^T \rangle \end{aligned}$$

²全ての測定点を考慮した際に途中の点における Track パラメータがどう改善されるかは後に検討する

ただし、ここでも、 $\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k$ が小さいとし、式 (A.13) を用いて Taylor 展開の一次まで取った。点 k での予測値と真値との差 ($\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k$) が、そこでの測定誤差 (ϵ_k) とは無関係で相関がないことを考慮すると、交差項は消えて

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k &= (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \langle (\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k)(\mathbf{a}_k^{k-1} - \bar{\mathbf{a}}_k)^T \rangle (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \langle \epsilon_k \epsilon_k^T \rangle \mathbf{K}_k^T \\ &= (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^{k-1} (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{V}_k \mathbf{K}_k^T \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} &= (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^{k-1} - \left[(1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{K}_k \mathbf{V}_k \right] \mathbf{K}_k^T \\ &= (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^{k-1} - \left[\mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{K}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{C}_k^{k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{V}_k) \right] \mathbf{K}_k^T \\ &= (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^{k-1} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

となる。ここで、式 (A.7)、(A.4)、および (A.16) を用いた。確かに \mathbf{C}_k^{k-1} に比較して誤差が小さくなることが分かる。 \mathbf{C}_k に関する上記の表式は式 (A.15) を用いてさらに変形できて

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k &= (1 - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^{k-1} \\ &= \left(1 - \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right) \mathbf{C}_k^{k-1} \\ &= \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \left\{ (\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k - \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right\} \mathbf{C}_k^{k-1} \\ &= \left[(\mathbf{C}_k^{k-1})^{-1} + \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

となる。また、これと式 (A.15) から、

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \quad (\text{A.20})$$

を得る。

A.2.3 Smoothing : 途中の点での Track パラメータの最適値の再評価

一般に、Filtering の過程において、ある点 (k とする) で得られた Track パラメータは、そこに至るまでに得られた情報を総合して求めたその時点では最も精度の高いものであるが、最終的に n 個全ての Hit 情報を得た時点では、点 $k+1$ から点 n までの情報を加えて再評価することでより精度の高い Track パラメータを求めることができる。これを Smoothing と呼ぶ。明らかに、点 n においては、Filtering の結果がそのまま、Smoothing の結果となる。そこで、Filtering の場合とは逆に、点 n から出発して、点 1 に向かい、逐次、各点での Track パラメータを Smoothing する方法を検討する。目標は、既に得られている Filtering の結果と点 $k+1$ での Smoothing の結果を使って点 k における Smoothing の結果を表現することである。

この目的のために、まず、点 $k+1$ における Smoothing を考える。点 $k+1$ における、 n 個全ての情報を使った Track パラメータの最適値 (\mathbf{a}_{k+1}^n) は、点 1 から点 k までの情報を使った点 $k+1$ における予測値 (\mathbf{a}_{k+1}^k) と、点 $k+1$ から点 n までの情報を使った点 $k+1$ における逆行 Filter 値 ($\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n}$) の加重平均で与えられるはずである (今後、上付き添字の $k+1, n$ は、点 $k+1$ から点 n までの情報を使ったものであることを示すものとする)。この加重平均は、次の χ^2 を最小化することに対応する。

$$\chi^2 = (\mathbf{a}_{k+1}^n - \mathbf{a}_{k+1}^k)^T (\mathbf{C}_{k+1}^k)^{-1} (\mathbf{a}_{k+1}^n - \mathbf{a}_{k+1}^k)$$

$$+(\mathbf{a}_{k+1}^n - \mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n})^T (\mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n})^{-1} (\mathbf{a}_{k+1}^n - \mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n})$$

この χ^2 を \mathbf{a}_{k+1}^n で微分して 0 と置くことにより、ただちに

$$\mathbf{a}_{k+1}^n = \left[(\mathbf{C}_{k+1}^k)^{-1} + (\mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n})^{-1} \right]^{-1} \left[(\mathbf{C}_{k+1}^k)^{-1} \mathbf{a}_{k+1}^k + (\mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n})^{-1} \mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n} \right]$$

が得られる。また、この時、 \mathbf{a}_{k+1}^n の共変行列の逆行列は

$$(\mathbf{C}_{k+1}^n)^{-1} = (\mathbf{C}_{k+1}^k)^{-1} + (\mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n})^{-1}$$

で与えられる。上の 2 式を、逆に解けば、

$$\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n} = \mathbf{a}_{k+1}^n + \mathbf{C}_{k+1}^n \left[\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right]^{-1} (\mathbf{a}_{k+1}^n - \mathbf{a}_{k+1}^k) \quad (\text{A.21})$$

$$(\mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n})^{-1} = (\mathbf{C}_{k+1}^n)^{-1} - (\mathbf{C}_{k+1}^k)^{-1} \quad (\text{A.22})$$

となる。点 k における Smoothing も同様に行えて、

$$\mathbf{a}_k^n = \left[(\mathbf{C}_k)^{-1} + (\mathbf{C}_k^{k+1,n})^{-1} \right]^{-1} \left[(\mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{a}_k + (\mathbf{C}_k^{k+1,n})^{-1} \mathbf{a}_k^{k+1,n} \right] \quad (\text{A.23})$$

$$(\mathbf{C}_k^n)^{-1} = (\mathbf{C}_k)^{-1} + (\mathbf{C}_k^{k+1,n})^{-1} \quad (\text{A.24})$$

となるが、これから式 (A.21) と (A.22) を使って、上添字 $k+1, n$ をもつ因子を、上添字 n と k のものに置き換えられれば目的を達したことになる。まず、共変行列の定義により

$$\mathbf{C}_k^{k+1,n} \equiv \left\langle (\mathbf{a}_k^{k+1,n} - \bar{\mathbf{a}}_k)(\mathbf{a}_k^{k+1,n} - \bar{\mathbf{a}}_k)^T \right\rangle$$

であるが、これと、式 (A.1) から、

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k^{k+1,n} &= \left\langle \left(\mathbf{f}_k^{-1}(\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n}) - \mathbf{f}_k^{-1}(\bar{\mathbf{a}}_{k+1} - \mathbf{w}_k) \right) \left(\mathbf{f}_k^{-1}(\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n}) - \mathbf{f}_k^{-1}(\bar{\mathbf{a}}_{k+1} - \mathbf{w}_k) \right)^T \right\rangle \\ &\simeq \left\langle \left(\mathbf{F}_k^{-1}(\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n} - \bar{\mathbf{a}}_{k+1} + \mathbf{w}_k) \right) \left(\mathbf{F}_k^{-1}(\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n} - \bar{\mathbf{a}}_{k+1} + \mathbf{w}_k) \right)^T \right\rangle \\ &= \mathbf{F}_k^{-1} \left\langle \left((\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n} - \bar{\mathbf{a}}_{k+1}) + \mathbf{w}_k \right) \left((\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n} - \bar{\mathbf{a}}_{k+1}) + \mathbf{w}_k \right)^T \right\rangle \mathbf{F}_k^{-1T} \end{aligned}$$

を得る。ここで、 $\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n}$ と $\bar{\mathbf{a}}_{k+1} - \mathbf{w}_k$ は近く、 \mathbf{f}_k^{-1} は、Taylor 展開の一次まででよく近似できるとした。点 k から点 $k+1$ にかけての多重散乱と、点 $k+1$ から点 n の測定点から得た Track パラメータの真値からのずれとは無関係で相関がないことに注意し、式 (A.2) と共変行列の定義を使うと

$$\mathbf{C}_k^{k+1,n} = \mathbf{F}_k^{-1} \left(\mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n} + \mathbf{Q}_k \right) \mathbf{F}_k^{-1T} \quad (\text{A.25})$$

となる。 $\mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n}$ は、式 (A.22) で表されているので、これで、 $\mathbf{C}_k^{k+1,n}$ が上添字 n と k のものに置き換えられたことになる。一方、式 (A.23) と (A.24) より

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k^n &= \mathbf{C}_k^n \left\{ (\mathbf{C}_k^n)^{-1} \mathbf{a}_k + (\mathbf{C}_k^{k+1,n})^{-1} (\mathbf{a}_k^{k+1,n} - \mathbf{a}_k) \right\} \\ &= \mathbf{a}_k + \mathbf{C}_k^n \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} (\mathbf{a}_k^{k+1,n} - \mathbf{a}_k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{a}_k + \mathbf{C}_k^m \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \left(\mathbf{f}_k^{-1}(\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n}) - \mathbf{f}_k^{-1}(\mathbf{a}_{k+1}^k) \right) \\
&\simeq \mathbf{a}_k + \mathbf{C}_k^m \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \mathbf{F}_k^{-1} (\mathbf{a}_{k+1}^{k+1,n} - \mathbf{a}_{k+1}^k)
\end{aligned}$$

となるが、これから式 (A.21) を使って簡単な変形をすると

$$\mathbf{a}_k^n = \mathbf{a}_k + \mathbf{A}_k (\mathbf{a}_{k+1}^n - \mathbf{a}_{k+1}^k) \quad (\text{A.26})$$

$$\mathbf{A}_k \equiv \mathbf{C}_k^m \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \quad (\text{A.27})$$

が得られる。 \mathbf{A}_k 中の \mathbf{C}_k^n は、式 (A.24) によって、また、 $\mathbf{C}_k^{k+1,n}$ は、式 (A.25) と (A.22) によって書き換えられる。次にこれを実行する。

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_k &\equiv \mathbf{C}_k^m \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \\
&= \left[(\mathbf{C}_k)^{-1} + \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \right]^{-1} \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \\
&= \left[\mathbf{C}_k^{k+1,n} \left\{ (\mathbf{C}_k)^{-1} + \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \right\} \right]^{-1} \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \\
&= \left[(\mathbf{C}_k + \mathbf{C}_k^{k+1,n}) (\mathbf{C}_k)^{-1} \right]^{-1} \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \\
&= \mathbf{C}_k \left(\mathbf{C}_k + \mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \quad (\text{A.28})
\end{aligned}$$

一方、式 (A.9) と (A.25) から導かれる

$$\mathbf{C}_k + \mathbf{C}_k^{k+1,n} = \mathbf{F}_k^{-1} \left(\mathbf{C}_{k+1}^k + \mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n} \right) \mathbf{F}_k^{-1T}$$

と式 (A.22) を使うと、

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_k + \mathbf{C}_k^{k+1,n} &= \mathbf{F}_k^{-1} \left(\mathbf{C}_{k+1}^k + \mathbf{C}_{k+1}^{k+1,n} \right) \mathbf{F}_k^{-1T} \\
&= \mathbf{F}_k^{-1} \left(\mathbf{C}_{k+1}^k + \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^n \right) \mathbf{F}_k^{-1T} \\
&= \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right)^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^k \mathbf{F}_k^{-1T} \quad (\text{A.29})
\end{aligned}$$

が成立することが分かる。これを式 (A.28) に代入すると、ただちに

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{F}_k^T \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} \quad (\text{A.30})$$

が導かれる。これで、 \mathbf{a}_k^n を求める漸化式が得られたことになる。次に \mathbf{a}_k^n の共変行列を求めておく。式 (A.28) と (A.29) から、

$$\mathbf{C}_k^m \left(\mathbf{C}_k^{k+1,n} \right)^{-1} = \mathbf{C}_k \mathbf{F}_k^T \left(\mathbf{C}_{k+1}^k \right)^{-1} \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right) \left(\mathbf{C}_{k+1}^k \right)^{-1} \mathbf{F}_k$$

であるが、この両辺に右から $\mathbf{C}_k^{k+1,n}$ をかけ、式 (A.29) を使って $\mathbf{C}_k^{k+1,n}$ を消去すると

$$\begin{aligned}
\mathbf{C}_k^m &= \mathbf{C}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{F}_k^T \left(\mathbf{C}_{k+1}^k \right)^{-1} \left(\mathbf{C}_{k+1}^k - \mathbf{C}_{k+1}^n \right) \left(\mathbf{C}_{k+1}^k \right)^{-1} \mathbf{F}_k \mathbf{C}_k \\
&= \mathbf{C}_k + \mathbf{A}_k \left(\mathbf{C}_{k+1}^n - \mathbf{C}_{k+1}^k \right) \mathbf{A}_k^T \quad (\text{A.31})
\end{aligned}$$

が得られる。

A.2.4 Inverse Kalman Filter : Hit 点の削除

最後に、与えられた n 個の Hit 点に対して Kalman Filter を適用し、Smoothing を施した後に、特定の点 k を Fit から削除したい場合を考える。これは、例えば、点 k に対応するワイヤーのラインメントをしたい場合などに対応する。この場合、もちろん、点 k がはじめからないものとして Kalman Filter をやり直すこともできるが、点 k を含む Fit 結果をもとにもっと簡単に求めることもできる。ここではその方法を考察する。点 k の削除は、 χ^2 でいうと、次の引き算をすることに対応する。

$$\chi^{*2} = (\mathbf{a}_k^{n*} - \mathbf{a}_k^n)^T (\mathbf{C}_k^n)^{-1} (\mathbf{a}_k^{n*} - \mathbf{a}_k^n) - (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{n*})^T \mathbf{G}_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^{n*}))$$

ここで、この新しい χ^{*2} を \mathbf{a}_k^{n*} で微分して 0 と置くことにより、点 k を除いた場合の k 点に置ける Track パラメータの最適値が求まることになる。この式を、Filtering の式 (A.11) と見比べると、

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k^{k-1} &\rightarrow \mathbf{a}_k^n \\ \mathbf{C}_k^{k-1} &\rightarrow \mathbf{C}_k^n \\ \mathbf{G}_k &\rightarrow -\mathbf{G}_k \end{aligned}$$

の置き換えをすれば同じ形になることが分かる。Smoothing に対する結果、式 (A.14) (A.16) (A.19) に、上の置き換えを適用すれば、ただちに

$$\mathbf{a}_k^{n*} = \mathbf{a}_k^n + \mathbf{K}_k^{n*} (\mathbf{m}_k - \mathbf{h}_k(\mathbf{a}_k^n)) \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{K}_k^{n*} = \mathbf{C}_k^n \mathbf{H}_k^T \left(-\mathbf{V}_k + \mathbf{H}_k \mathbf{C}_k^n \mathbf{H}_k^T \right)^{-1} \quad (\text{A.33})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k^{n*} &= (1 - \mathbf{K}_k^{n*} \mathbf{H}_k) \mathbf{C}_k^n \\ &= \left[(\mathbf{C}_k^n)^{-1} - \mathbf{H}_k^T \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \right]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

を得る。本質的なのは \mathbf{G}_k (あるいは \mathbf{V}_k) の前の符号の差で、今の場合は負の重みを持つことが分かる。