

# 進捗報告

## GATE Simulation

2014 / 5 / 30

濱西 亮



# アウトライン

- Position Reconstruction

(光子の検出分布から相互作用( $LXe, \gamma$ )の位置の構成、エネルギー損失量から線源の位置を構成)

- 錦戸文彦さんJJAP論文

- MEG 西村康弘さん博士論文

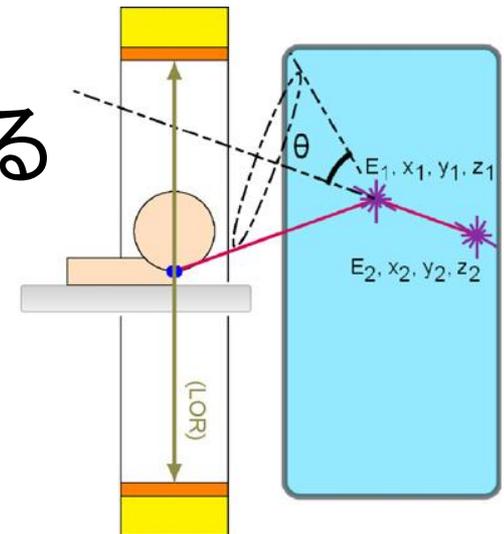
# Position Reconstruction

# 導入

- 光子の検出量・検出位置から、 $\gamma$ とLXeの相互作用の位置の再構成・エネルギー損失



- Compton coneの重ね合わせによる放射線源の位置特定



# 参考資料

- “Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight Type Positron Emission Tomography with Improved Photomultiplier”

放射線医学総合研究所 錦戸文彦さん JJAP投稿論文

- MEG実験

東京大学 西村康弘さん 博士論文

# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...

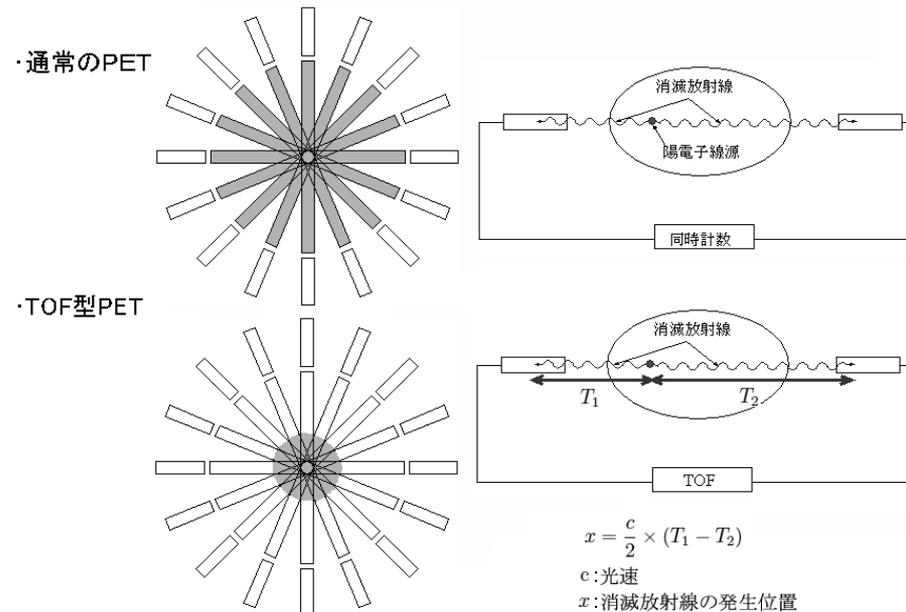
## • TOF (Time-of-Flight)型PET

–  $\gamma$ 線検出の時間情報を放射線源の位置構成に利用

– 5 mm の空間分解能を得るために100 ps の Timing Resolutionが必要 (TOF情報のみで)



– 応答速度の速いLXeを使用



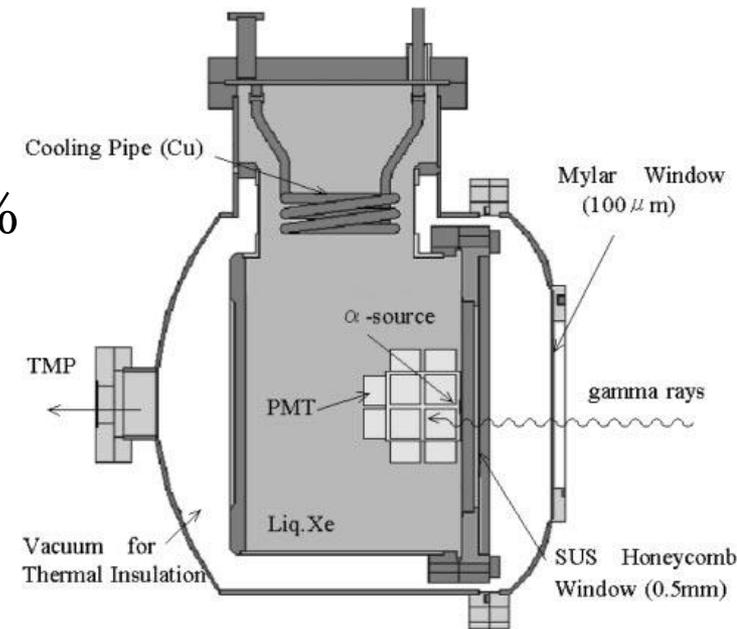
# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...

- これまでに (TOF-PET prototype)

- エネルギー分解能 : 29.9 %, 32.4 %
- 空間分解能 : 4.8 mm 9.4 mm
- 時間分解能 : 650 ps

- 次に

- 新規のR5900 (ゲイン・量子効率が改善) を用いての試験



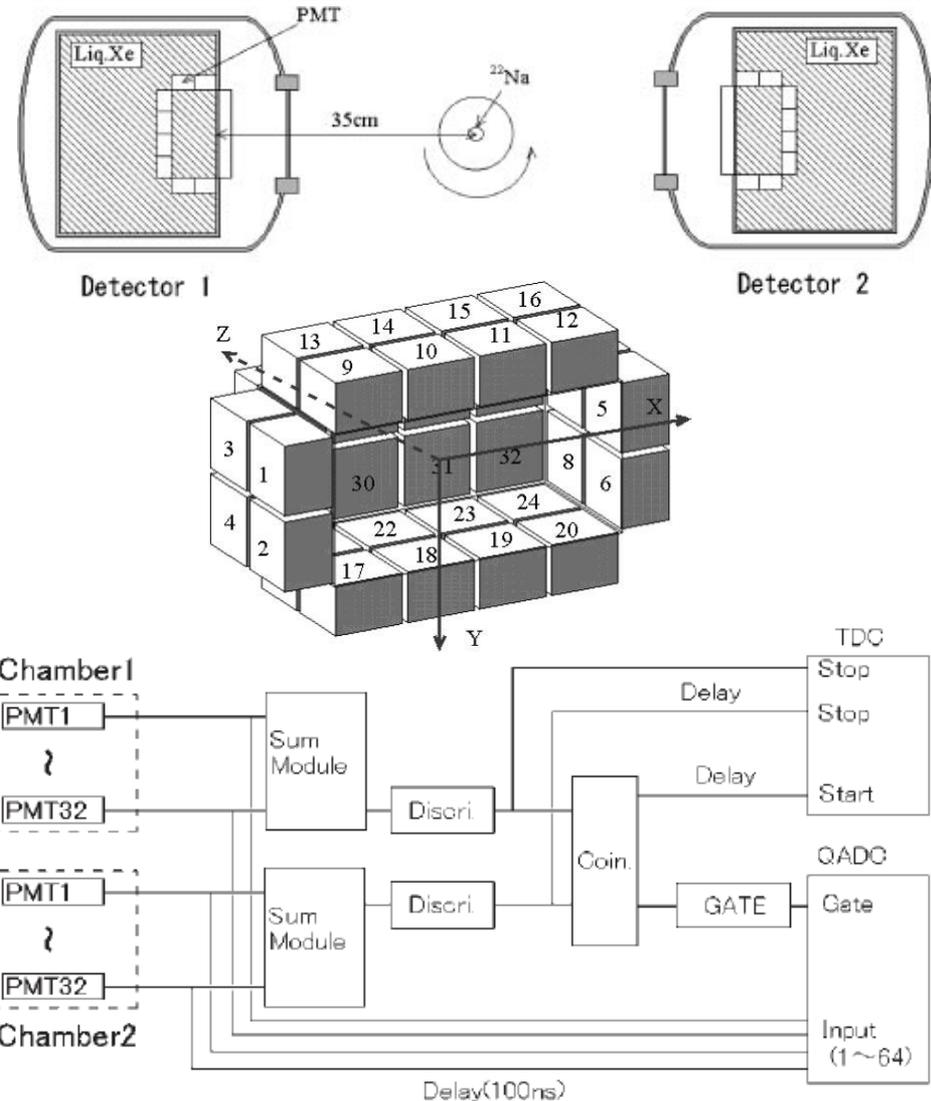
# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ....



- LXe chamber / 純化システム
  - Ba-Ti ゲッターで Xenonを純化 (実験前)
  - 80 150 °Cでベーキング
  - $10^{-6}$  Torr (@室温)
  - SAESゲッターでXenonを純化 (実験中)
  - -103 ~ -93 °Cを維持 (実験中)
- PMT
  - R5900-06MOD (Q.E. : 5 %, GAIN :  $10^5$ )
  - ➔ R5900-06AL12S-ASSY (Q.E. : 25 %, GAIN :  $10^6$ )
  - (光電面の材質・ダイオードの数が異なる)
  - (Rb-Cs-Sb ➔ K-Cs-Sb, 10 ➔ 12)

# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...

- セットアップ
  - ポジトロンソース
    - $^{22}\text{Na}$ (511, 1274 keV)
  - 2検出器間の距離  
(511 keVを検出するため)
    - 70 cm
  - PMT数
    - 32個
  - レコーダーとして
    - TDC (t 分解能)
    - QADC (E 分解能)



# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ....



- 結果

- 解析手法

- モンテカルロシミュレーションで Xenonのシンチレーション光がどれ程光電子になるのか計算 (GAIN・Q.E.は実験結果を利用)
- 光電面に到達する光子数は Geant4でシミュレート (屈折率 Xenon:1.62 Quartz : 1.48)
- PMTからの信号の出力分布の重心から線源位置の計算

$$N = \sum_{j=1}^{32} N_j$$

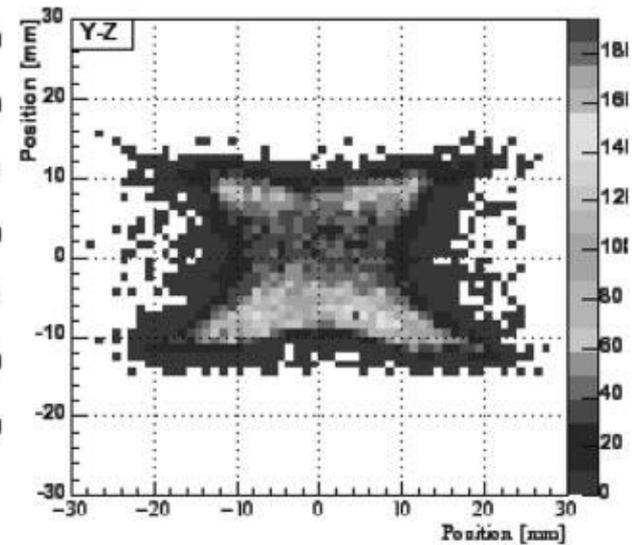
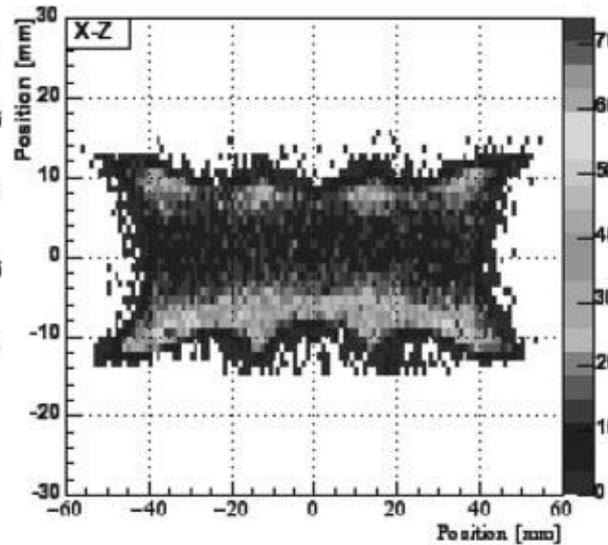
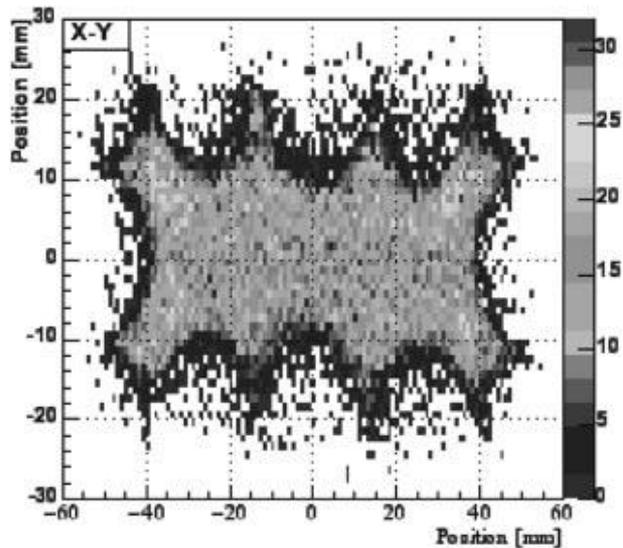
$$X = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{32} X_j \cdot N_j$$

$$Y = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{32} Y_j \cdot N_j$$

$$Z = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{32} Z_j \cdot N_j$$

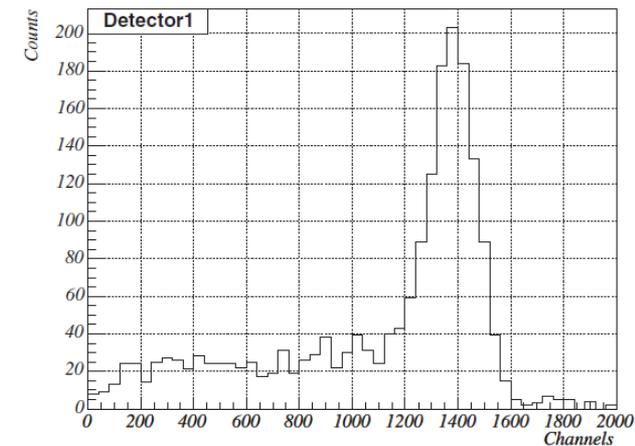
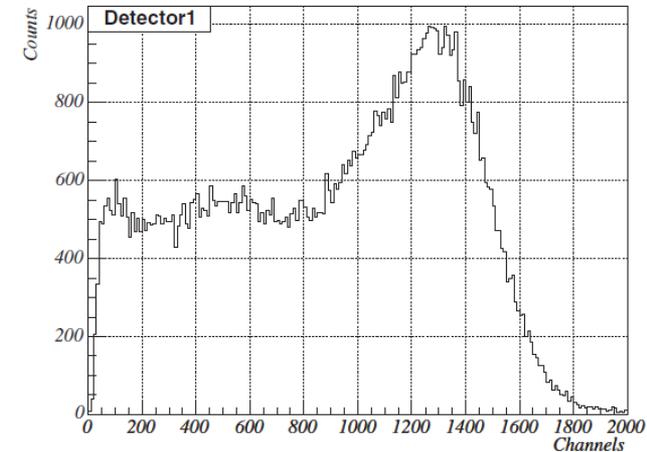
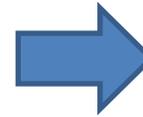
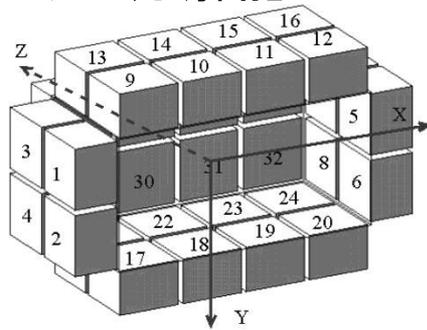
# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...

- シミュレーション結果
  - 3つの平面に分けて結果を表示



# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...

- エネルギー分解能
  - 32個のPMTの全てのシグナルから決定
    - エネルギー分解能 : 35.5 %
  - $-2.5 < X (Y, Z) < 2.5$ の範囲内 (Central volume) のPMTのシグナルだけを使用した場合 (有効面積は全体の20.5 %)
    - エネルギー分解能 : 15.9 %



# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...



## • 検出器自身の位置分解能

- X = 0におけるY-Z平面でPMTを分割
- $Z_L, Z_R$  各グループのシグナルの重心から計算 (各グループの差異は $\Delta Z$ で表現)
- $\Delta Z$ のスペクトルを以下の式で表現

$$\delta_{\Delta Z}^2 = \delta_{Z_L}^2 + \delta_{Z_R}^2$$

$\delta_{Z_L}, \delta_{Z_R}$ は各グループの位置分解能

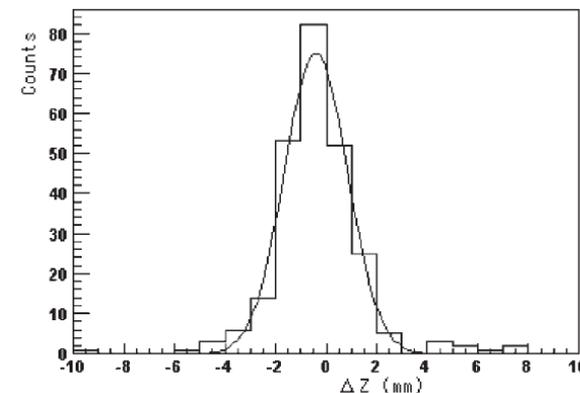
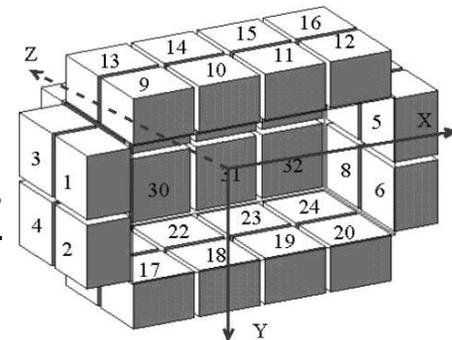
- Central volume内PMTから得られたスペクトル



- 位置分解能 : 2.1 mm (FWHM) ( $\delta_{Z_L}, \delta_{Z_R}$ ) (右図FWHM 2.9 mm ( $\delta_{\Delta Z}$ )を $\sqrt{2}$ で分割?)

- 実験値 ?

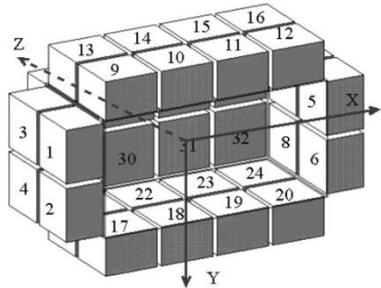
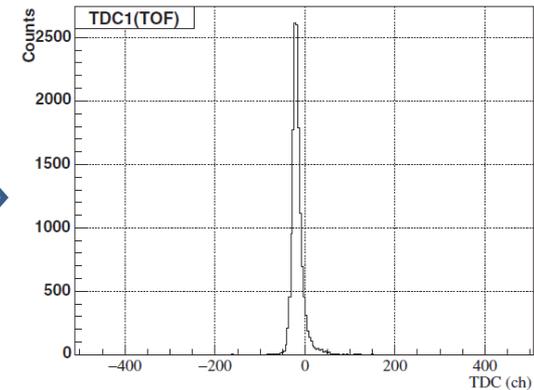
- 位置分解能 : 3.3 mm. 3.5 mm (FWHM)



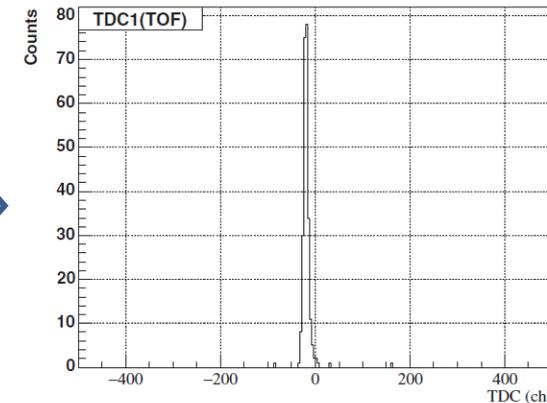
# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...

- 時間分解能

- 2つの検出器間のタイミングの分解能 (two  $\gamma$ )  
=> 552 ps



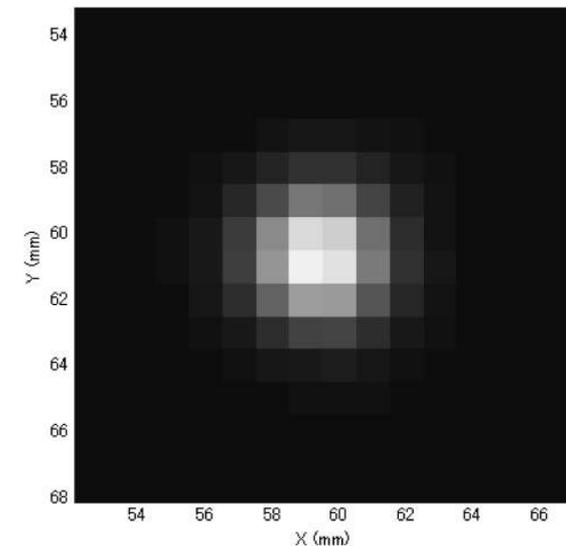
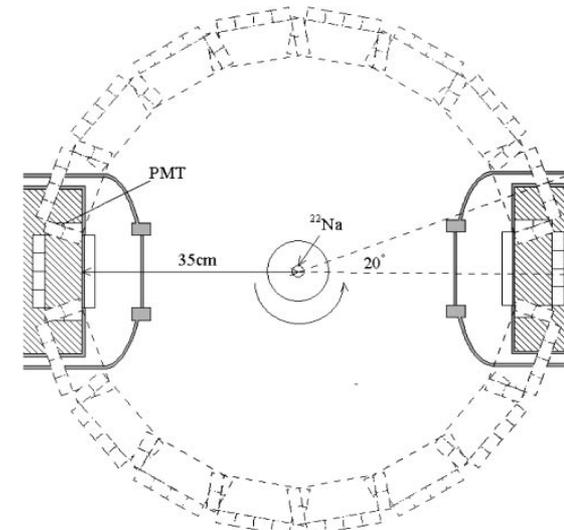
- Central volume内のPMTのみの信号  
=> 260 ps



# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ...

- 線源の位置の特定

- 2つの検出器のペアを $20^\circ$  ずつ (9 angles) 回転させ描写を重ねた
- ML-EM (Maximum likelihood expectation maximization) アルゴリズムを用いて視野領域 (FOV) の中心のみ再構成
- 空間分解能 : 3.3 mm



# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ....



## • 最尤推定-期待値最大化(ML-EM)法

- (1) ある画素  $j$  から放出されたガンマ線が検出器  $i$  で検出される確率  $C_{ij}$  を求める。
- (2) 初期画像となる  $\lambda_0$  を仮定する。普通は一様分布を仮定する。
- (3) 以下の式を用いて推定画像を更新する。

$$\lambda_j^{k+1} = \frac{\lambda_j^k}{\sum_{i=1}^n C_{ij}} \sum_{i=1}^n \frac{y_i C_{ij}}{\sum_{j'=1}^m C_{ij'} \lambda_{j'}^k}$$

ここで  $\lambda_j$  は推定される画素  $j$  における放射線濃度、 $y_i$  は検出器  $i$  で検出されたイベントの数、 $C_{ij}$  はある画素  $j$  から放出されたガンマ線が検出器  $i$  で検出される確率を表す。

- (4) (3) の計算を全ての画素に対して反復して行うことにより、推定画像  $\lambda_j$  は真の放射線濃度分布の画像に近づいていく。

# Performance of Prototype Liquid Xenon Scintillation Detector System for Time-of-Flight ....



- まとめ

- $^{22}\text{Na}$ で新しい検出システムをテスト
- エネルギー分解能 : 15.9 %
- 位置分解能 : 2.1-3.5 mm
- タイミング分解能 : 260 ps
- Reconstruction imageの分解能 : 3.3 mm
- 実際のTOF-PETに十分な値 ?

# A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Using a High-Resolution Liquid Xenon Gamma-Ray Detector



- シンチレーション光  
– 光電子数の再構成

$$N_{pe,i} = C \times Q_i / (G_i \times CE_i \times e)$$

- 光子数の再構成

$$N_{pho,i} = N_{pe,i} / (QE_i)$$

$i$ : PMT、 $G_i$ : ゲイン、 $e$ : 電荷素量、 $C$ : 回路による減少量(定数)  
 $CE_i$ : 集光効率(PMT)、 $QE_i$ : 量子効率

# A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Using a High-Resolution Liquid Xenon Gamma-Ray Detector



## • 位置の再構成

- 1. Weighted mean of PMT's position
  - 早い段階での試験・校正向け
  - 偏りが出てしまう
- 2. Linear fit with Monte Carlo simulation
  - 正確な光子の伝播がシミュレートできない
- 3. Fit with light distribution on a face
  - 光子の分布に対してフィッティングすることで2次元ピークを算出、フィッティングの分散に応じて3次元目の位置の特定
- 4. Least squares method (最小二乗法)
  - 一番最適だとされている(2008, 2009 のMEG実験で使用)
  - 入射位置の近くの一部のPMTのみを使用

# A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Using a High-Resolution Liquid Xenon Gamma-Ray Detector



- Least squares method (最小二乗法)

- $\chi^2_{position}$  の最小化によって位置  $(u, v, w)$  の再構成

$$\chi^2_{position} = \sum_i \frac{N_{pho,i} - c \times \Omega_i(u, v, w)}{\sigma_{pho,i}(N_{pho,i})}$$

?

$$u = z$$

$$v = R_{inner} \times \arctan(y/x)$$

$$w = \sqrt{x^2 + y^2} - R_{inner}$$

$c$  : free parameter for fitting ?

$\Omega_i$  : solid angle subtended by photo-cathods 立体角 (数値計算) ?

$\sigma_{pho,i}$  : 光子数の統計誤差

$$\sigma_{pho,i}(N_{pho,i}) = \sigma\left(\frac{N_{pe,i}}{QE_i}\right) = \sqrt{\frac{N_{pe,i}^2}{QE_i^4} (\sigma(QE_i))^2 + \frac{1}{QE_i^2} (\sigma_{pe,i}(N_{pe,i}))^2}$$

$\sigma(QE_i)=0 \implies$  第二項のみを考慮

# A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Using a High-Resolution Liquid Xenon Gamma-Ray Detector



- To avoid pile-up and shower fluctuation  
(解析に使用するPMTの数を制限)
  - First fitting
    - 検出光子数が最大のPMTまわり45個のPMTを使用
  - Second fitting
    - 更に15個のPMTに限定
  - MCで得られた $u - w$ 平面の偏りをMCシミュレーションから計算される相関から補正  
(内面での $\gamma$ の偏りのある作用により発生、 $v$ 方向には発生しない)

# A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Using a High-Resolution Liquid Xenon Gamma-Ray Detector



- タイミングの再構成
  - 各PMTへの光子の到達時間から計算

$$t_{hit,i} = t_{pmt,i} - t_{delay,i} - t_{offset,i}$$

$t_{hit,i}$  : 相互作用が起こった時間

$t_{pmt,i}$  : 波形解析で得られるタイミング (ピークから30%の強度の時間)

$t_{offset,i}$  : 各チャンネルのオフセット

# A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Using a High-Resolution Liquid Xenon Gamma-Ray Detector



- $t_{delay,i}$  : 相互作用からPMTに到達するまでの伝播時間  
( $t_{prop}$ ) によって生じる遅延

$$t_{delay} = t_{prop}(d, v_{eff}) - t_{indir}(\eta) - t_{walk}(N_{pe})$$

$t_{indir}(\eta)$  : vertex positionとvertex axis of PMTの角度の違いから反射や散乱で生じる時間

$t_{walk}(N_{pe})$  : time-walk補正 ?

- 最小二乗法

$$\chi_{time}^2 = \sum_i \frac{(t_{hit,i} - t_{LXe})^2}{(\sigma_{t,i}(N_{pe}))^2}$$

$\sigma_{t,i}(N_{pe})$  : PMTの時間分解能

# A Search for the Decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ Using a High-Resolution Liquid Xenon Gamma-Ray Detector



## • エネルギーの再構成

### – 補正した重みを持つ光子の総数で推定

- 重みはPMTの光電面のカバー領域の相反性で決まる
  - 電荷量、再構成位置に依存せず一定 ?
- エネルギーは立体角・再構成した位置・light yield の補正をした光子の総数で決定

$$Energy = F(u, v, w) \times S(u, v, w) \times T(t) \times C \times \sum_i^{846} (N_{pho,i} \times W_i)$$

$F$ : 位置の再構成で生じる補正の要素 ?

$S$ : 立体角に関する補正 ?

$T$ : light yieldに関する補正 ?

$C$ : 光子  $\rightarrow$  エネルギー変換の係数 ?

$W_i$ : 重み定数 ?

# 光子の分布から相互作用の位置を特定するアルゴリズム



1. 光子の分布情報をPMTの平面で各成分  $(x,y)$  (円柱座標が適切?) に分けてそれぞれ最大値を示したPMTを判定



2. そのPMTまわり(数台?)のみからのデータを最小二乗法を用いてガウスフィッティング



3. 更に中心に近い領域のみのPMTからのデータのみをガウスフィッティング



4. 分散から深さ方向の成分の決定 ( $\sigma$ と $z$ の関係をシミュレート?)

# To do



- 検出光子の総数からエネルギーの推定
- クラスタリングについて